

ЧАСТЬ II. ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

В этой части мы приступаем к обсуждению результатов, полученных в исследованиях социальных систем методами, в широком смысле слова принадлежащими к междисциплинарной физике. Необходимая оговорка («в широком смысле») вызвана двумя обстоятельствами. Во-первых, область физики огромна и разнообразна, она включает множество математических, теоретических, формально-логических, экспериментальных (и так далее) закономерностей, а также наблюдений, гипотез и просто полезных эмпирических рецептов. Многие такие приемы, формулы, а в последние десятилетия и программы успешно применяются за пределами физики. Но в первой части книги мы могли видеть, что простой перенос физических моделей в другие науки (например, в экономику) существенно ограничивает их общность и заставляет искать объективное содержание параметров – которого в новом контексте, возможно, и нет. По этой причине к физике в широком смысле слова приходится отнести лишь работы, основанные на анализе не вполне физической реальности максимально строгими эмпирически обоснованными методами.

А во-вторых, в междисциплинарных приложениях трудно разделить нестандартную физику и то, что называется *социальной инженерией*: методы управления объектами экономической и социальной природы, построенные по аналогии с физическими инженерными схемами. Примеры новых глав физики, выросших из практических задач, приводились в первой части. Поэтому расчетные модели городского хозяйства или, далее, технический анализ биржи, скорее относящиеся к инженерным приложениям, тоже будут нами рассматриваться. Главные критерии включения работы в «междисциплинарный» круг – логическая замкнутость, по возможности строгий подход к регистрации и обработке данных, сопоставление выводов модели с реальностью. Как мы увидим ниже, эти критерии действительно позволяют очертить круг задач современной междисциплинарной физики.

Из общих соображений легко привести примеры сильного влияния физических факторов на экономику и социум. Например, бесспорно, что любые социальные конструкции на Земле критически зависят от потока солнечной энергии. Влияние климата на историю и экономику в последние десятилетия не оспаривается; эти вопросы будут обсуждаться в гл. 9 вместе с математическим моделированием исторических явлений. Однако геофизические процессы, отвлекаясь от редких катастроф, в масштабе человеческих поколений протекают медленно (*адиабатически*): они помогают объяснить причину Великого переселения народов, но не динамику связанных с ним событий. Для понимания более быстрых изменений в социальных системах (включая биржевую торговлю, провоцирование политических конфликтов, военные действия и т.д.) надо учитывать иные объективные факторы.

Основой формализации общественных явлений в академических и прикладных дисциплинах служат три существенно разных обстоятельства.

1. Человек – объект материального мира: для его жизни и деятельности важны баланс энергии и связи с другими объектами и субъектами; в частности, с другими людьми. Это позволяет использовать в описании социума квазифизические параметры:

инерцию (пропорциональную количеству взаимосвязанных индивидуумов), силу связей между единицами-агентами, энергоподобные характеристики (например, полезность), а также аналоги корпускулярной структуры общества и действующих в ней «полей». Такое описание мультиагентных систем составляет основу современной *социофизики*, где формализм в основном заимствуется из физики «неживых» многочастичных систем. Мы увидим, что этот подход на качественном уровне позволяет объяснить многие социальные процессы, но для количественных прогнозов подобные аналогии, как правило, оказываются слишком прямолинейными.

2. Человек – биологическое существо, он участвует в конкуренции (если не живет в состоянии конкуренции) за лучшие жизненные условия как с другими индивидуумами, так и коллективно в составе социальных систем. Математическим аппаратом, позволяющим «исчислить» конкуренцию, является *теория игр*, широко применяемая в экономике, социологии, политологии, теории управления. Этот подход близок к социофизике, но их непосредственное пересечение невелико. Мы рассмотрим некоторые теоретико-игровые модели, используемые в общественных науках – и убедимся, что большинство объяснений и предсказаний здесь также работает лишь на качественном уровне. Разумно предположить, что и физическая, и биологическая стороны человеческой природы сами по себе не позволяют построить строгое описание социума, хотя учет этих факторов безусловно необходим.
3. Человек – существо социальное: все люди вовлечены в коллективный процесс получения, обработки и обмена информации внутри социальной системы. Не вполне очевидной, но неотъемлемой частью такого процесса является *распределенный интеллект* социальных систем. Данное направление, пока тоже развиваемое скорее на качественном уровне, будет обсуждаться в третьей части.

В начале этой части книги (главе 5 по сквозной нумерации) мы рассмотрим движение *живых частиц* – от микроорганизмов до автомобилей и пешеходов. Так как в пространстве перемещаются объекты с ненулевой массой, подверженные внешним воздействиям и направляемые собственным «мотором», данный круг вопросов близок к механике. Глава 6 будет посвящена анализу структурной основы социумов и экономики: *сетей*, а также процессов на сетях. Данное направление с 1990-х годов стало быстро растущей областью как самой физики, так и ее междисциплинарных приложений. В этой же главе приводится необходимый минимум сведений из теории графов. В главе 7 будут представлены основные положения теории игр и кратко рассмотрены ее разделы, применяемые в задачах экономики, планирования и разрешения конфликтов в социальных системах.

Результаты 6-й и 7-й глав – как теоретико-игровые, так и «сетевые» – будут использованы в главе 8, посвященной приложениям междисциплинарной физики в экономических науках. Математические модели экономики и физики пересекаются довольно широко. Мы обсудим не только стохастические модели биржи и методы *финансовой математики*, которые в 1990-х годы породили новое направление *эконофизики*, но и более традиционное формальное описание экономических процессов. Некоторое внимание мы уделим сложному и не вполне ясному вопросу о физическом содержании экономических теорий. Наконец, в 9-й главе будут рассмотрены приложения междисциплинарной физики в лингвистике, социологии, политологии и современной

математической истории – разнородных, но внутренне связанных областях. Здесь также пригодятся процессы на сетях и теоретико-игровые подходы. Систематическое обсуждение «коллективного разума» социальных и политических акторов, неотрывного от данного материала, будет представлено в третьей части.

Автор предполагает, что ознакомление читателей с разделами физики, используемыми в моделировании социума (часть 1 настоящей книги), в той или иной степени принесло пользу. В этой и следующей частях будет обсуждаться современное состояние (англ. *state of art*) междисциплинарной физики общества: новой и пока разнородной, возникающей у нас на глазах дисциплины. Необходимые сведения из математики (графы, фракталы, теория игр, энтропия по Шеннону, теория катастроф, а в третьей части элементы теории управления и математической логики) по-прежнему будут излагаться без доказательств на максимально простом прикладном уровне – как полезный и в конечном счете несложный рабочий инструмент. Некоторые вопросы и задачи для закрепления нового материала в последующих главах останутся, но их целью будет не повторение основ физики, а иллюстрации применения ее методов в общественных науках.

ГЛАВА 5. ДВИЖЕНИЕ «ЖИВЫХ» ЧАСТИЦ

Принципы динамики самодвижущихся частиц. Движение бактерий, тамблинг, хемотаксис, «турбулентность». Бактериальные автоволны и рост городов. Модели двумерного и трехмерного кооперативного движения «живых» частиц: рыбы, птицы и дроны. Клеточные автоматы, «Игра в Жизнь».

Режимы автомобильных потоков, свободное и стесненное движение, пробка. Фундаментальная диаграмма, макроскопическое и микроскопическое моделирование, модели клеточных автоматов. Прерывистое управление. Мониторинг и прогнозирование дорожного движения.

Динамика пешеходных потоков, модель социального поля. Принцип минимальных усилий. Безопасность массовых мероприятий, моделирование экстренной эвакуации и другие средства «управления толпой».

В этой главе мы рассмотрим механическое движение живых и искусственных объектов, не относящихся к канонической физике. Тем не менее, эти объекты обладают массой, подвержены воздействию внешних сил и перемещаются в соответствии с физическими законами благодаря собственному внутреннему источнику энергии. В научной литературе их называют *живыми* (англ. living particles), а также «моторными» (driven) либо «самодвижущимися» (self-propelled) частицами. Два последних термина позволяют описывать движение как живых существ, начиная с бактерий, так и технических устройств: групп (*формаций*) беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), автономных подводных аппаратов, колесных роботов. К «самодвижущимся» относятся также устройства, управляемые людьми – прежде всего автомобили на шоссе.

Во всех рассматриваемых нами случаях движущиеся единицы взаимодействуют как с окружающей средой, так и друг с другом. Благодаря взаимодействиям они объединяются в систему, динамика которой и является предметом исследования. При этом каждая мобильная частица перемещается к некоторой собственной цели (беспилотный аппарат – выполняя определенную программу). Подобные частицы иногда называют «мотивированными». По сложившейся традиции, мы будем называть все такие объекты *агентами* (от английского термина *agent*: действующий). Термин не несет оценочного содержания: он используется вместо физического понятия «частицы» в описании очень широкого круга динамических явлений в социуме.

Автономный агент в социальной системе обычно имеет некоторую схему действий для достижения цели: *стратегию*. Это справедливо для всех «частиц», способных воспринимать информацию о своем состоянии. Стратегии агентов и внешние воздействия на них определяют динамику системы. Но в случае механического движения стратегии имеют довольно простой вид: «переместиться из пункта А в пункт Б с минимальным риском». Таким стратегиям можно придать форму квазифизических потенциалов притяжения к целям с отталкиванием от препятствий и источников опасности. Поэтому перемещение «самодвижущихся» частиц обычно моделируют движением материальных объектов в совокупности физических и виртуальных силовых полей.

5.1. Движение бактерий и бактериальные автоволны

Бактерии – одноклеточные микроорганизмы, по размерам и массе близкие к броуновским частицам. Будучи живыми существами, бактерии способны перемещаться в

жидкой среде и размножаться в благоприятных условиях. Этим порождаются кооперативные процессы, имеющие аналогии в других динамических системах: корреляции движения частиц и распространение популяционных автоволн.

Наиболее изученным представителем движущихся жгутиков бактерий является кишечная палочка *Escherichia coli* (рис. 5.1). Перемещение таких бактерий направляется кругообразным движением сплетенных жгутиков (*флагелл*), играющих роль мотора. При размере живой частицы $L \sim 1$ мкм и скорости v ее перемещения в воде от 20 до 80 мкм/с число Рейнольдса $Re = vL/\eta$ (фактически – отношение «силы инерции» объекта mdv/dt к силе вязкого трения γv , см. разд. 3.2.5 в главе 3) на 10 порядков ниже, чем у плывущего в воде человека. Таким образом, водная среда для бактерий является очень вязкой, а их движение происходит «по Аристотелю», останавливаясь с прекращением действия вынуждающей силы. Мезоскопические перемещения бактерий возмущаются хаотическим броуновским движением, вызванным толчками молекул, окружающих частицу.

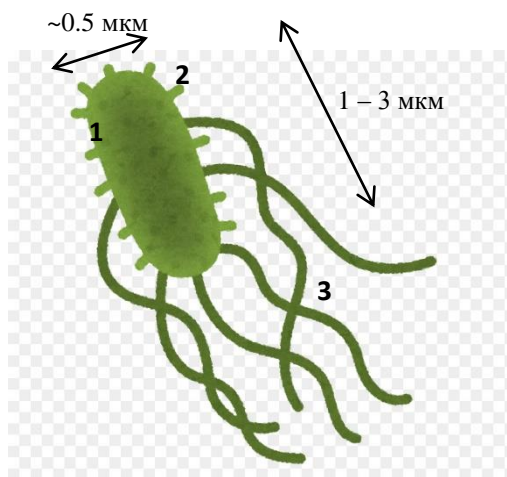


Рисунок 5.1. Бактерия кишечной палочки *Escherichia coli*: (1) оболочка, (2) выросты (фимбрии) (3) флагеллы

Траектории движения жгутиков бактерий внешне напоминают динамику броуновской частицы (рис. 5.2; см. рис. 4.21 в гл. 4). Однако, в отличие от броуновских частиц, траектории жгутиков бактерий действительно состоят из прямолинейных либо гладких отрезков протяженностью 10-100 мкм. В конце участка *ровного плавания* флагеллы бактерии расплетаются и в течение ~ 0.1 с происходит «кувырок» (англ. *tumbling*) с хаотическим изменением направления движения на следующем отрезке. В результате такого движения бактерии смещаются в сторону увеличения благоприятных факторов среды (концентрации питательных веществ, освещенности и др.) либо в сторону уменьшения неблагоприятных. Это результирующее смещение называется *таксисом* (хемотаксисом, фототаксисом и др.), а факторы притяжения и отталкивания (*эффекторы*) – соответственно аттрактантами и репеллентами. С повышением интенсивности эффекторов изменяются длина «пробега» и частотность тамблинга¹.

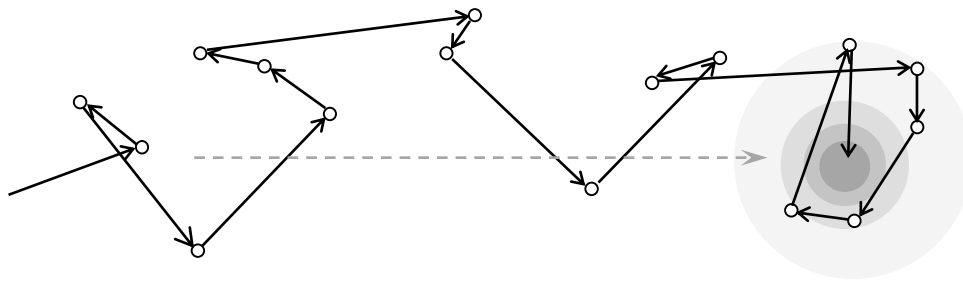


Рисунок 5.2. Схема движения жгутиков бактерий по градиенту концентрации (серая стрелка).
Белые кружки – точки тамплинга

Коллективная динамика бактериальных взвесей в водной среде при высокой концентрации живых частиц включает беспорядочное «роение» (англ. *swarming*) и недавно обнаруженные элементы вихревого движения, или *бактериальную турбулентность*² (рис. 5.3). Последний вид динамики наблюдается несмотря на высокую вязкость среды и значения $Re \sim 10^{-4} - 10^{-5}$, которое предполагает только ламинарное течение самой жидкости. Оба явления объясняются взаимодействием живых частиц (в случае бактерий гидродинамическим: благодаря вязкости среды бактерии разворачиваются и увлекаются за собой соседними движущимися частицами, образуя «бактериальные вихри») и имеют аналогии в коллективном движении высших организмов (см. далее).

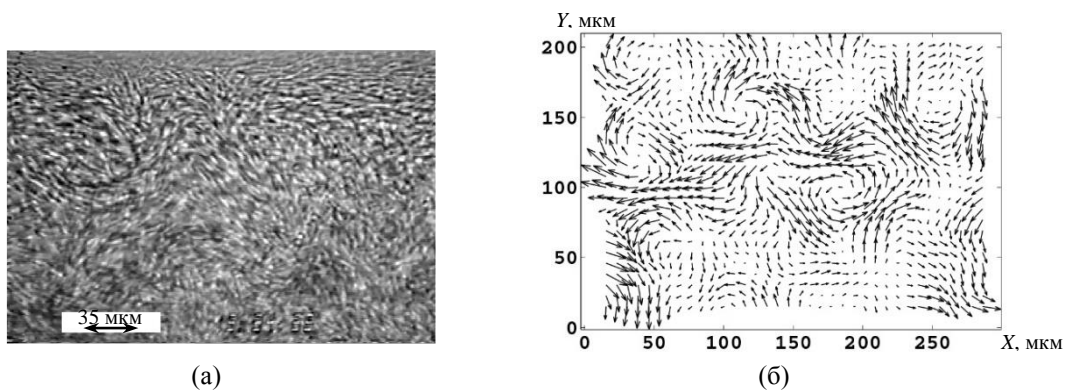


Рисунок 5.3. «Вихри» *Bacillus subtilis*: (а) фото, (б) распределение скоростей
(С. Dombrowski, *et al.* *Phys. Rev. Lett.* 2004, 93 (9), –Р. 098103)

Движение индивидуальных бактерий в биофизике практически не рассматривается. Коллективный хемотаксис и размножение бактерий на макроскопическом уровне проявляются как распространение *бактериальных автоволн*. Стационарные распределения плотности в колонии бактерий имеют вид концентрических колец (рис. 5.4 а). Промежутки между соседними кольцами отвечают сниженной концентрации «съеденных» питательных веществ и повышенной концентрации неблагоприятных продуктов метаболизма¹. Столкновение автоволн одной природы в активной среде приводит к их гашению; интерференции не наблюдается (рис. 5.4 б; см. также рис. 4.9 б в главе 4).

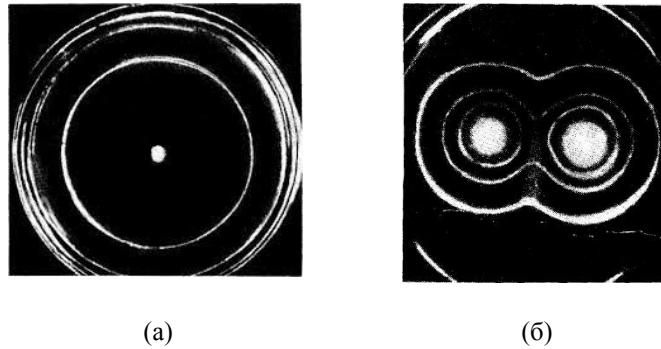


Рисунок 5.4. (а) Концентрические бактериальные автоволны, или кольца хемотаксиса (см обзор¹, рис. 11), (б) столкновение колец (там же, рис. 20)

Аналогами бактериальных автоволн удается описать динамику медленных процессов, протекающих в масштабах столетий и тысячелетий внутри человеческих сообществ (см. разд. 4.4.1 в гл. 4). В частности, концентрическую структуру, напоминающую колонию бактерий, имеет застройка средневековых городов. В роли максимумов плотности населения здесь выступают жилые массивы; минимумам плотности соответствуют рокадные улицы и крепостные укрепления. Аналогично структуре «сообщества» бактерий, компактное проживание и фортификация в человеческих сообществах формировались под воздействием внешней среды – необходимостью сократить объемы перевозок и нуждами обороны. Интересно, что археологические данные для такого вполне «концентрического» города, как Москва, свидетельствуют в пользу спиральных волн распространения ее застройки (рис. 5.5; см. рис. 4.9 б).

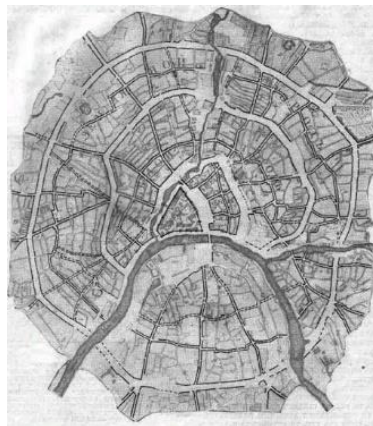


Рисунок 5.5. Схема Москвы по плану 1739 г. (Г.Я. Мокеев, Наука и жизнь, 1969, №9, с. 28)

Для моделирования вклада автоволновых процессов в динамику мегаполиса в характерной современной работе³ использовались модифицированные дифференциальные уравнения Фицхью-Нагумо (см. книгу [1] в списке литературы к этой главе). Эти уравнения первоначально были предложены для описания распространения нервных импульсов и затем обобщены на другие системы «реакция – диффузия»:

$$(5.1) \quad \begin{aligned} \frac{du}{dt} &= f(u) - uv + D_1 \Delta u \\ \frac{dv}{dt} &= \beta u - \gamma v + D_2 \Delta v, \end{aligned}$$

где u и v – количественные характеристики ускоряющего компонента (активатора) и замедлителя процесса (ингибитора), D_1 и D_2 – коэффициенты их распространения (диффузии). Нелинейным кубическим термом $f(u) = \alpha u^2 - u^3 - (\alpha - 1)u$ обусловлено возникновение предельного цикла. Произведение uv , введенное в уравнение авторами работы,³ учитывает взаимосвязь активатора и ингибитора. В использованной модели функция u (площадь застройки) отражает антропогенные процессы, а функция v – компенсирующие их природные факторы: площадь зеленых насаждений. Модифицированные уравнения (5.1) задают бистабильную динамическую систему «развитие – деградация», при удачном подборе эмпирических множителей они обеспечивают количественное согласие с динамикой урбанизации (рис. 5.6).

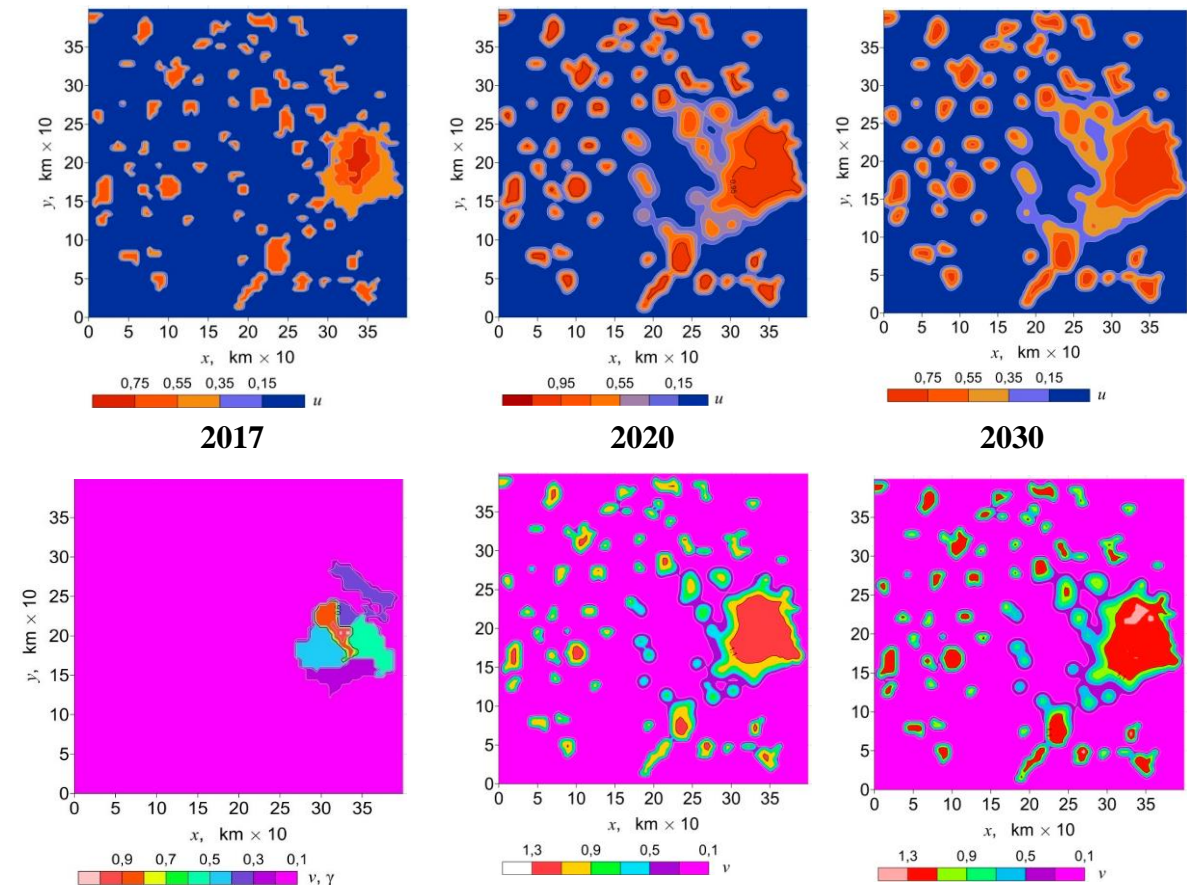


Рисунок 5.6. Современное (2017, 2020) и прогнозируемое (2030) распределение плотности застройки (вверху) и средней стоимости квадратного метра (внизу) в Шанхае, КНР (N. Levashova, A. Sidorova, A. Semina, Mingkang Ni, Sustainability, 2019, 11, 3658)

Моделирование движения «живых частиц»

Математические модели движения «живых частиц» с разнообразным практическим применением (транспортные и пешеходные потоки, посетители торгового центра при пожарной эвакуации, войсковые единицы на поле боя и т.д.), как и многие авторы таких моделей, в 1990-е годы переместились из биофизики в междисциплинарную физику социума. Первые компьютерные модели, воспроизводящие переход от беспорядочного к согласованному движению агентов, в указанное время представили основатели современной «физики общества» Дирк Хелбинг (ФРГ–Швейцария), Тамас Вишек (Венгрия), Ласло Барабаши (Румыния–США) и их соавторы.

В работе⁴, положившей начало целому направлению исследований, рассматривались перемещения агентов между узлами квадратной решетки в дискретном времени $t_n = n\Delta t$ (рис. 5.7) – модель, весьма популярная у американских социологов с 1970-х годов. На каждом шаге $t = n$ (с точностью до условного интервала Δt) агенты корректировали направление своего единичного вектора скорости $\mathbf{v}_{n-1}^{(i)}$ на предыдущем такте дискретного времени с учетом среднего направления $\langle \mathbf{v}_{n-1} \rangle$ движения окружающих агентов внутри заданного «круга обзора» и случайного возмущающего вектора ξ_n по разностному уравнению

$$(5.2) \quad \mathbf{v}_n^{(i)} = \mathbf{v}_{n-1}^{(i)} + \langle \mathbf{v}_{n-1}^{(i)} \rangle + \xi_n$$

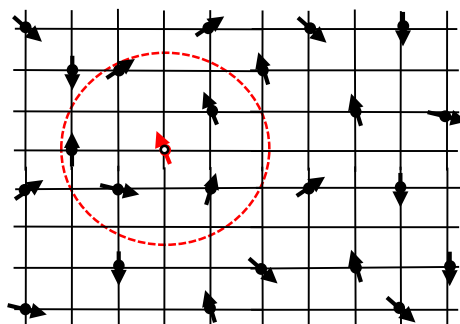


Рисунок 5.7. Движущиеся агенты на квадратной решетке⁴

Нетрудно видеть, что модель (5.2) близка к рассмотренной в 3-й главе модели Изинга (разд. 3.4 и рис. 3.42), в которой «бинарные» спины узлов заменены произвольно направленными единичными векторами скорости $\{\mathbf{v}_k^{(i)}\}$, а случайное возмущение ξ_n (шум) играет роль температуры. В соответствии с этим модель (5.2) предсказывала несколько видов динамики при разных соотношениях плотности агентов на решетке и интенсивности возмущений, включая согласованное движение при достаточно высокой плотности и низком шуме (рис. 5.8). Хотя результаты расчетов, в некотором смысле, были «заложены» в условия, эта статья остается одной из наиболее цитируемых в данной области.

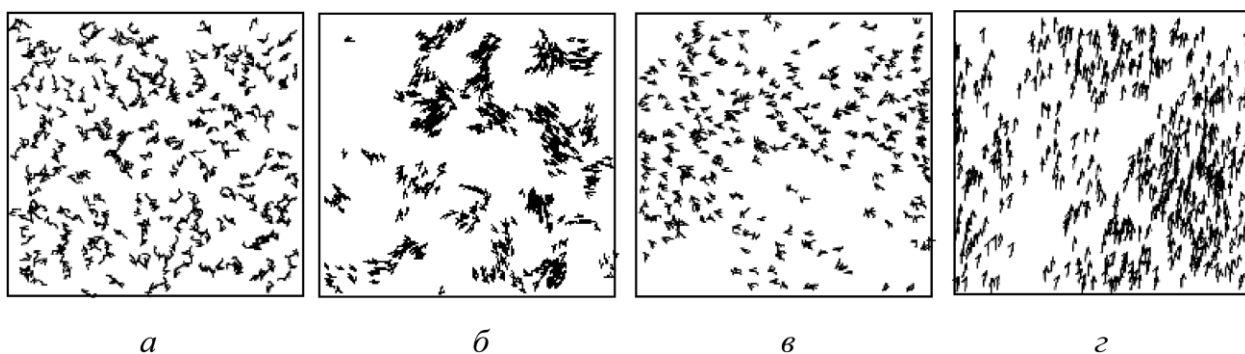


Рисунок 5.8. Режимы коллективного движения агентов на квадратной решетке при разных параметрах модели, см.⁴: (а) хаотические перемещения, (б) низкая плотность + слабый шум: движущиеся «сгустки» (swarms), (в) высокая плотность + сильный шум: частичная корреляция перемещений, (г) высокая плотность + слабый шум: согласованное движение

Литература к разделу 5.1

¹ Г.Р. Иваницкий, А.Б. Медвинский, М.А. Цыганов, *От беспорядка к упорядоченности – на примере движения микроорганизмов*, Усп. физ. наук, 1991, **161** (4), 13.

² А. Sokolov, I.S. Aranson, *Physical Properties of Collective Motion in Suspensions of Bacteria*, Phys. Rev. Lett., 2012, **109** (24), 248109.

³ А.Э. Сидорова, Н.Т. Левашова, А.Е. Семина, *Автоволновая модель морфогенеза мегаполисов в представлениях неоднородных активных сред*, Изв. РАН, сер. Физ., 2019, **83** (1), 106.

⁴ T. Vicsek, et. al., *Novel type of phase transition in a system of self-driven particles*, Phys. Rev. Lett. 1995, **75**, 1226.

5.2. Коллективное перемещение в трехмерном пространстве: рыбы, птицы и дроны

Летят утки... Летят утки...И два гуся..
народная песня

За восемь лет до публикации Вишека и соавторов⁴ в работе К. Рейнольдса, посвященной компьютерной анимации, была представлена механистическая модель движения взаимосвязанных агентов в трехмерном пространстве (рис. 5.9). Перемещения самодвижущихся «птицоидов» (англ. *boids*) с ненулевой массой направлялись вторым законом Ньютона с добавлением виртуальных сил притяжения к центру группы и отталкивания от препятствий – в том числе от соседних агентов. Этот подход позволил воспроизвести естественный полет стаи птиц и затем стал основой моделирования трехмерной динамики стаи.

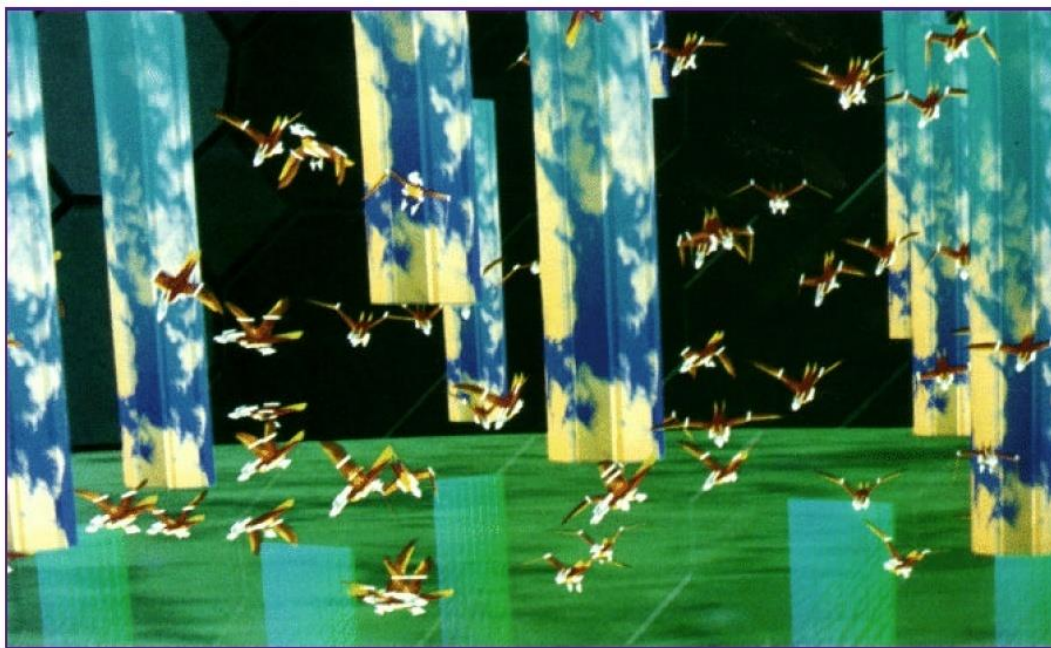


Рисунок 5.9. Анимационное движение птицоидов (C.W. Reynolds, *Computer Graphics*, 1987, 21(4), 25)

В другом важном исследовании⁵ был проведен молекулярно-динамический расчет ансамбля агентов, на которых действовали силы

$$(5.3) \quad \mathbf{F}_i = \sum_j [a f_1(r_{ij}) \mathbf{v}_j + b f_2(r_{ij}) \mathbf{r}_{ij}] + \xi_i,$$

где функция f_1 отвечает корреляции направления движения птицоидов (англ. alignment), f_2 – отталкиванию от ближних агентов, a и b – масштабные множители, ξ_i – случайное возмущение; суммирование производится внутри сферы заданного радиуса (см. рис. 5.7). Модель (5.3) предсказывала динамические «фазовые переходы» между несколькими состояниями ансамбля: «покоящийся кристалл» (неподвижные агенты), «покоящаяся жидкость» (флуктуации агентов вокруг точек равновесия), «движущаяся жидкость»

(коррелированные перемещения) и «движущийся кристалл» (согласованное движение). В цитируемой работе структуру группы птицоидов отражал граф, ребрами которого соединялись положения соседних агентов (см. следующую главу).



(а)



(б)

Рисунок 5.10. (а) «Тор» в движущемся косяке рыб (G.R. Cheng, Centre for Chaos and Complex Networks, City University of Hong Kong), (б) взлет стаи скворцов (D. Strömbom, Ph.D. Thesis, Uppsala Univ., Sweden, 2013)

Квазифизические агентные модели позволяют воспроизвести *тороидальное* движение косяка рыб (рис. 5.10 а), аналогичное «вихревому» движению бактерий, вместе с неупорядоченным («рой») и упорядоченным перемещением («стая»). В подобных моделях по эмпирическим данным задаются три сферы расстояний между агентами, отвечающие разным виртуальным потенциалам их взаимодействий: отталкивания в ближней сфере, притяжения в дальней сфере и корреляции векторов скорости на промежуточных расстояниях (рис. 5.11). В зависимости от плотности агентов, их скоростей и уровня шума реализуются режимы беспорядочных смещений внутри «облака» (собственно *рой*), вихревого движения (*тор*) и согласованного перемещения агентов (*стая*). При изменении радиуса корреляции движения наблюдался гистерезис. В реальной динамике косяка рыб (англ. fish school) на корреляции перемещений влияет гидродинамическое взаимодействие с соседними особями благодаря наличию чувствительных элементов вдоль их туловища*.

В больших стаях птиц, где вихревые структуры не образуются, богатую коллективную динамику задает механизм *распределенных временных лидеров*, также воспроизведенный в агентных моделях. При достаточном числе особей, примерно одинаково изменяющих направление своего полета, по ним корректируют свое движение соседние особи – и далее вся стая (рис. 5.12). Это делает возможной коллективную обработку информации, которую мы более подробно обсудим в 3-й части: синхронная реакция небольшого числа агентов на источник пищи, хищника или иное внешнее воздействие усиливается и передается далее по системе их ближним окружением. Механизмом следования за соседями хорошо объясняется лабильность «формы» и динамики трехмерной птичьей стаи (см. рис. 5.10 б).

*J. Deng, D. Liu, Bioinspiration & Biomimetics, 2021, 16 (4), 046013.

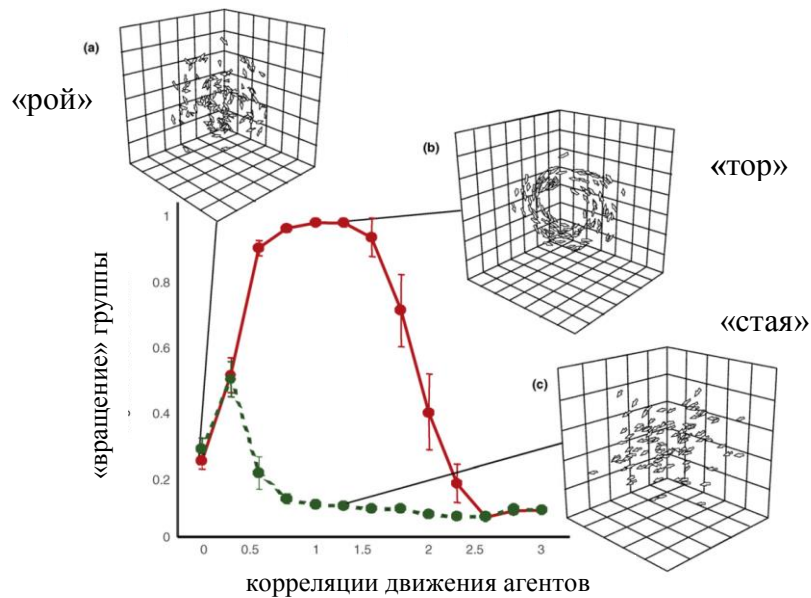


Рисунок 5.11. Режимы движения группы взаимосвязанных агентов (I.D. Couzin, Trends in Cognitive Sciences, 2009, 13, 36)

Распространение возбуждения (т.е. информации) в стае моделируется асинхронным процессом при последовательном локальном возбуждении близко расположенных агентов (см. рис. 5.7). Коллективное перемещение птиц при взлете стаи воспроизводилось на основе принципа максимальной энтропии, то есть наиболее неупорядоченного распределения параметров рассматриваемой системы, не противоречащего ее эмпирической динамике. В данном случае максимум энтропии Шеннона (она будет рассмотрена в гл. 8) для системы эквивалентен корреляции направления скоростей в некоторой минимальной окрестности движущегося агента⁶. Компьютерная модель описывала согласованное движение при взлете стаи по аналогии с распространением спиновой волны в ферромагнетике с заменой кристаллической решетки на трехмерную сеть взаимодействий агентов (графы и сети также будут рассмотрены далее, см. следующую главу). Расчеты хорошо соответствовали данным видеосъемки независимо от плотности стаи. Можно предположить, что сферу корреляции движения птиц задает не геометрическое расстояние, а число воспринимаемых движущихся объектов (10 – 20) в локальном окружении особи.

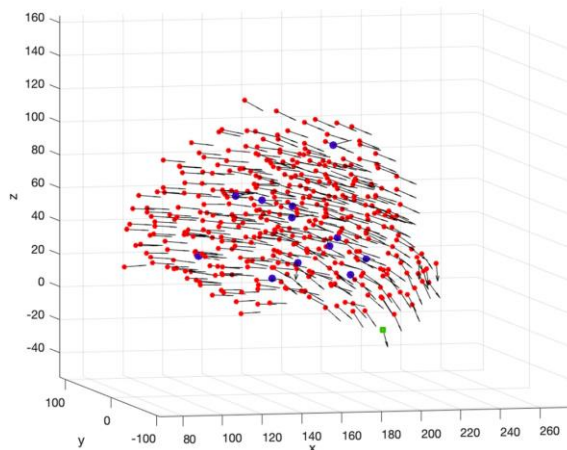


Рисунок 5.12. Перемещение агентов в компьютерной модели птичьей стаи, синий цвет – временные лидеры (E. Cristiani, et al., J. Math. Biology 2021, 83, 45)

Динамика рыбьих косяков и птичьих стай интенсивно изучается в два последних десятилетия. Детальный обзор экспериментальных исследований и моделирования коллективного движения в неживых и живых системах был опубликован в 2012 г. (см. [2] в списке литературы). Помимо академического интереса, такие работы направлены на моделирование *стаи без лидера*, важного для автоматического управления формацией БПЛА (*дронов*) ([6] в списке литературы). Конструирование коллективной динамики военных БПЛА, способных заместить традиционное вооружение, в настоящее время быстро развиваются во всех крупных государствах мира – в том числе усилиями ведущих исследователей «живых частиц»⁷. Вопросы обмена информацией и распределенного интеллекта, тесно связанные с этой задачей, будут рассмотрены в третьей части книги.

Клеточные автоматы

При расчетном моделировании трехмерного движения и других видов эволюции живых частиц мультиагентные системы конструируют по аналогии с компьютерными моделями в методах Монте-Карло и молекулярной динамики, заменяя дифференциальные уравнения с непрерывным временем разностными уравнениями (разд. 3.4 в гл. 3). Во второй половине XX века было установлено, что многообразную динамику сложных систем (см. разд. 4.4.2 предыдущей главы) также могут воспроизводить сильно упрощенные «разностные» модели. Их наиболее распространенным вариантом являются *клеточные автоматы* (англ. *cellular automata*). В этих моделях состоянию агента в момент дискретного времени $n\Delta t$ (где Δt – произвольный инкремент, приравниваемый к единице) отвечает ячейка бесконечной плоской квадратной либо гексагональной решетки (иногда трехмерной кубической). Законы эволюции агента в системе задаются в форме правил перехода между ячейками на последовательных шагах дискретного времени. Так, прямолинейному равномерному движению вдоль направления x в клеточных автоматах отвечает алгоритм

$$x|_t \rightarrow (x+a)|_{t+1} \rightarrow (x+2a)|_{t+2} \dots,$$

где x – номер клетки по координате x , t – номер шага во времени. Скорость перемещения определяется целочисленным инкрементом a . Другие эмпирические правила регулируют обход препятствий или остановку перед препятствием при отсутствии свободных ячеек на пути следования (рис. 5.13).

Преимущества моделей клеточных автоматов перед классическим моделированием многочастичных систем состоят в упрощенной расчетной схеме и свободном построении правил, ограниченных только фантазией автора. «Клеточные» алгоритмы, завоевавшие популярность, классифицированы и в этом смысле стандартизованы⁸. В расчетных моделях состояния ячеек выражаются целыми числами. «Бинарные» состояния (0, 1), в частности, соответствуют пустой и занятой ячейке при движении агентов на рис. 5.13. Изменения состояния ячейки на каждом шаге дискретного времени определяется ее окружением (рис. 5.14); их связь задают произвольные правила. Со второй половины XX века клеточные автоматы используют в моделировании физических процессов (например, распространения автоволн в активной среде), описании транспортных потоков, а также в математической социологии и других общественных дисциплинах.

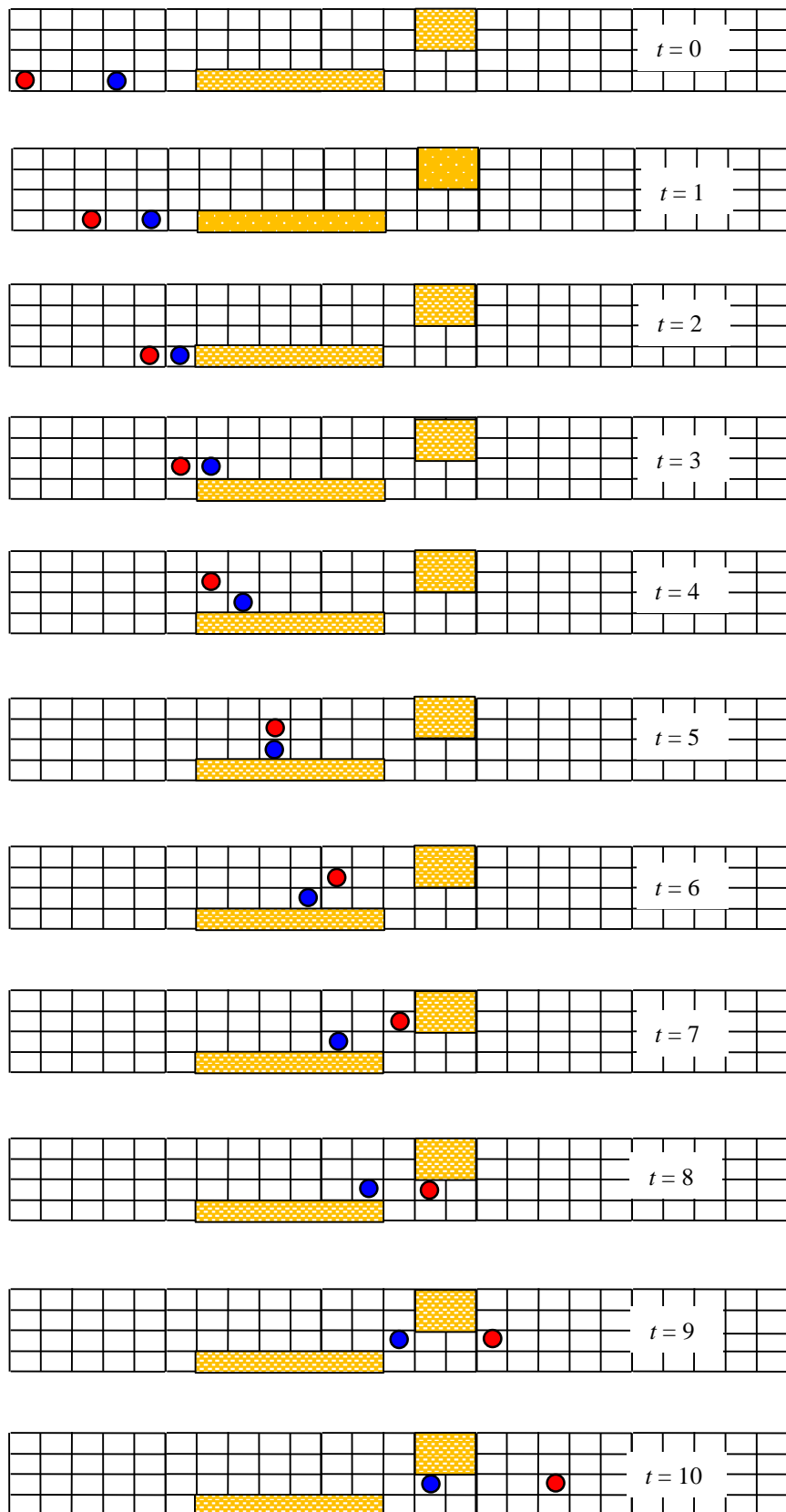


Рисунок 5.13. Перемещение «быстрого» красного ($a=2$) и «медленного» синего ($a=1$) агентов в коридоре с препятствиями в модели клеточных автоматов. При занятой клетке справа агенты сдвигаются по диагонали в направлении движения

Самым известным клеточным автоматом является «Игра в жизнь» (англ. Game of Life)^{*}, изобретенная в 1970 г. английским математиком Джоном Конвеем. В ее алгоритме на бесконечной квадратной решетке моделируется биологический процесс, при котором в ячейках «зарождаются» и «отмирают» живые клетки. Эволюция каждой «клетки» на последовательных шагах дискретного времени определяется числом клеток в ее ближайшем окружении по Муру (8 соседних ячеек, см. рис. 5.14 а) по следующим правилам:

- (1) живые клетки, имеющие 1 или 0 соседних живых клеток, гибнут от одиночества
- (2) клетки, имеющие более 3 живых соседей, гибнут от перенаселенности,
- (3) живые клетки с 2 или 3 живыми соседями сохраняются на следующем шаге,
- (4) в пустой ячейке с 3 живыми соседями рождается новая клетка (рис. 5.15).

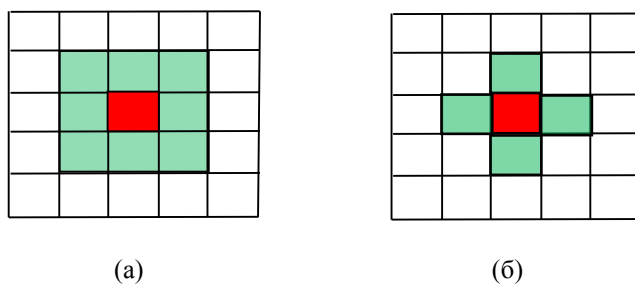


Рисунок 5.14. Ближнее окружение квадратной ячейки в клеточных автоматах: (а) окрестность Мура, (б) окрестность Неймана 1-го порядка

«Игра в жизнь» реализована в ряде компьютерных программ, доступных в Интернет; клеточным автоматам посвящены многочисленные публикации⁸. По этой схеме построены динамические модели разнообразных физических, химических и биологических процессов. Различные варианты клеточных автоматов используют в междисциплинарном описании динамики социума – например, миграции населения⁹.

Литература к разделу 5.2

⁵ Y. Tu, *Phases and phase transitions in flocking systems*, Physica A, 2000, **281**, 30.

⁶ W. Bialek, et al., *Statistical mechanics for natural flocks of birds*, PNAS, 2012, **109** (13), 4786.

⁷ G. Vásárhelyi, et al., *Optimized flocking of autonomous drones in confined environments*, Sci. Robot., 2018, **3**, eaat3536.

⁸ Т. Тоффоли, Н. Марголус, *Машины клеточных автоматов*, М.: Мир, 1991

⁹ Е.Б. Олейник, Н.В. Ивашина, Ю.Д. Шмидт, *Моделирование процессов миграции населения: методы и инструменты (обзор)*, Компьютерные исследования и моделирование, 2021, **13** (6). 1205.

5.3. Динамика автомобильных потоков

Динамическое описание потока автомобилей как системы взаимодействующих движущихся агентов, очевидно, представляет собой задачу огромной практической важности. Движение в больших городах (в Москве свыше 3 млн. машин в день) происходит вблизи предела пропускной способности улиц; транспортные пробки, дорожный стресс и

^{*} <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.baiels.gameoflife&hl=ru&gl=US>

аварии – постоянные приметы городской среды. Из-за стремления водителей, как «мотивированных» самодвижущихся частиц, к лучшим дорожным условиям добавление новых маршрутов может ухудшать транспортную ситуацию (см. парадокс Браеса в разд. 1.3 гл. 1).

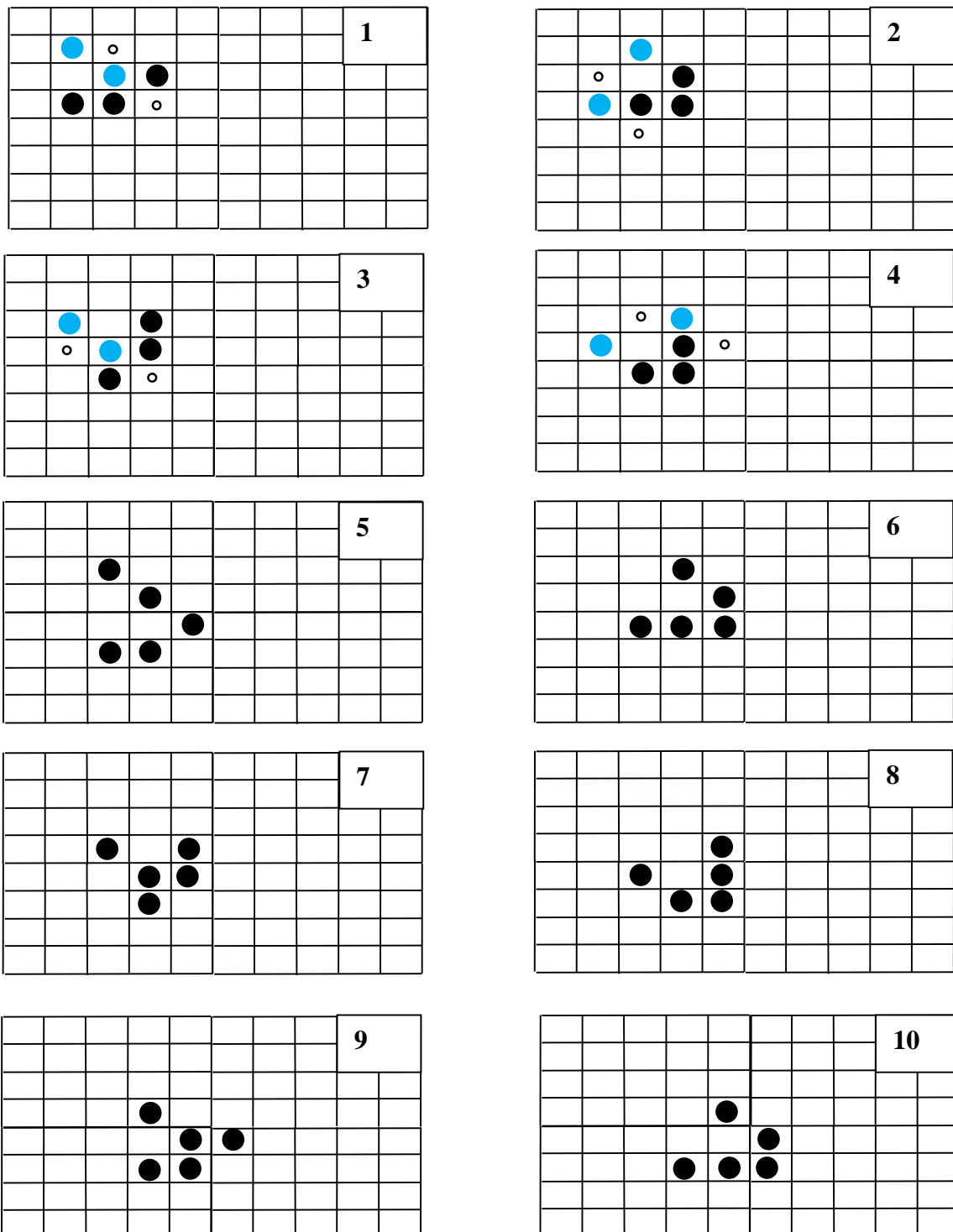


Рисунок 5.15. Перемещение устойчивой конфигурации «планера» на последовательных шагах клеточного автомата «Игра в Жизнь». На первом цикле обозначены «отмирающие» (голубые круги) и «зарождающиеся» клетки (маленькие белые кружки).

По всем этим причинам математическое моделирование автомобильного транспорта и прогнозирование его состояния, как раздел социальной инженерии, интенсивно развиваются в мире с первой половины XX века по настоящее время.

В этом разделе мы рассмотрим модели изолированных транспортных потоков (автомобили на шоссе); транспортные сети в городе будут обсуждаться в следующей главе. Автотранспортным средством (АТС) мы будем далее называть легковой автомобиль длиной ≈ 6 м. Хотя на дорогах и улицах действительно преобладает индивидуальный транспорт, такая упрощенная модель игнорирует крупногабаритные объекты, т.е. неоднородности потока – одну из причин заторов при перегруженном движении. Поток АТС может находиться в трех основных состояниях: *свободного движения* (условный «газ»), *стесненного движения* (congested movement, условная «сжимаемая жидкость») и неподвижной *пробки* (фрагмента «конденсированной среды»), перемещающейся против потока за счет динамического обмена входящих и выходящих машин (рис. 5.16).

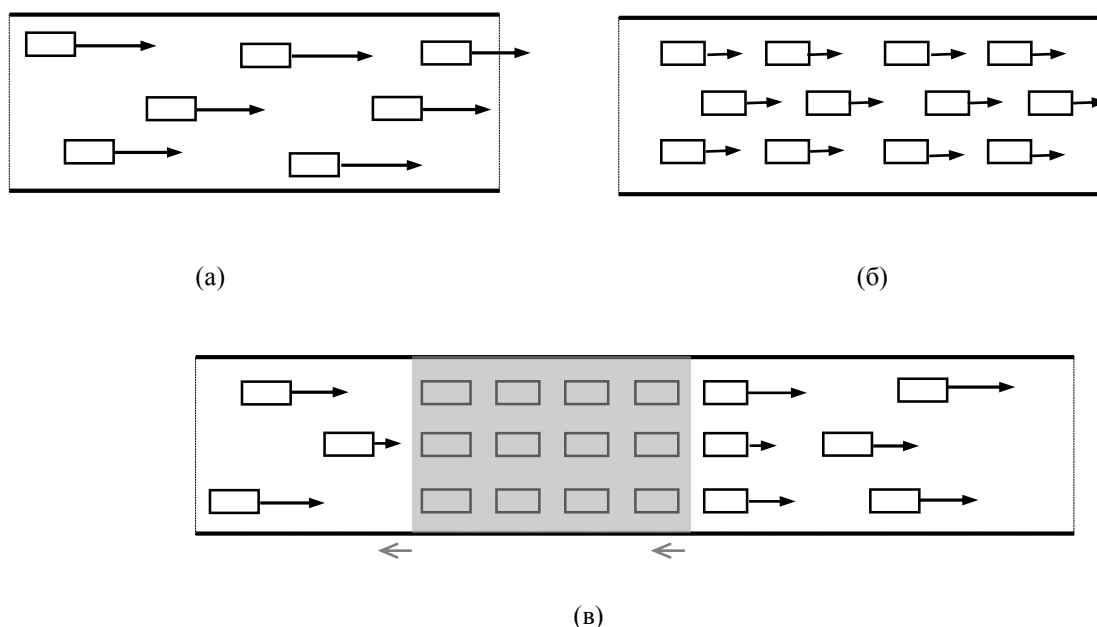


Рисунок 5.16. Состояния транспортного потока: (а) свободное движение, (б) стесненное движение в заторе, (в) пробка

Математические модели автомобильного трафика в литературе подразделяются на *макроскопические* и *микроскопические*. В первой группе моделей движение характеризуется средней скоростью $\langle v \rangle$ и линейной плотностью ρ (в единицах $[\text{км}^{-1}]$, т.е. «штук» на 1 км шоссе) самодвижущихся частиц, их произведение $Q = \rho \langle v \rangle$ – собственно *поток* (число проезжающих машин в единицу времени: $[\text{мин}^{-1}]$ или $[\text{час}^{-1}]$). В микроскопических моделях воспроизводится «одномерное» движение АТС, обладающих индивидуальными динамическими параметрами: скоростью и ускорением. Корреляцию движения частиц отражают квазифизические виртуальные силы, в разных моделях определяемые по-разному. Перспективным упрощенным вариантом микроскопических моделей являются клеточные автоматы. Промежуточное положение занимают более специальные кинетические модели, которые здесь не рассматриваются. Моделированию

транспортных потоков посвящен ряд книг и многочисленные журнальные публикации (см. [3, 4] в списке рекомендуемой литературы).

Заметим, что инженерные термины, используемые для описания транспорта, не вполне согласуются со строгой физикой. При свободном движении АТС по одной полосе шоссе со скоростью $v = 120$ км/час (33.3 м/с) их максимальная линейная плотность диктуется *правилом трех секунд*: расстояние до ближайшей машины впереди $L \geq 100$ м позволяет водителю затормозить при ее внезапной остановке. При плотности $\rho = 10$ км⁻¹ (10 движущихся АТС на 1 км шоссе) и потоке $\rho v = 1200$ АТС в час (т.е. 20 мин⁻¹) даже на многополосной дороге мимо пункта регистрации (видеокамеры) проезжает не более 100 взаимосвязанных АТС в минуту, что никак не соответствует макроскопическому масштабу статистической физики. Регистрация АТС в навигационных системах и существующие вычислительные мощности позволяют в реальном времени точно предсказывать положения всех автомобилей на километровых участках шоссе на несколько секунд вперед. Однако из-за неустойчивости режима движения и сильного влияния флуктуаций расчетный прогноз транспортного потока на 1 час вперед сравним по сложности с прогнозом погоды на неделю¹⁰ (см. также [3] в списке литературы).

Макроскопические модели

Моделирование средних параметров потока АТС основано на гипотезе о взаимно однозначной связи средней скорости и плотности потока в любой точке шоссе с координатой x . В простейшем случае («непрерывная» модель Гринфилда, 1935 г.) эту зависимость полагают линейной

$$(5.4 \text{ а}) \quad v = v_0 - a\rho$$

$$(5.4 \text{ б}) \quad Q = \rho v = \rho v_0 - a\rho^2$$

Дифференцируя (5.4 б), определим максимум функции

$$dQ/d\rho = v_0 - 2a\rho = 0, \text{ то есть } \rho = v_0/2a \text{ и } d^2Q/d\rho^2 = -2a < 0$$

(рис. 5.17 а, б). Формула (5.4 а) зависимости скорости от плотности называется *уравнением состояния*, график зависимости $Q(\rho)$ (5.4 б) – *фундаментальной диаграммой*.

Результаты регистрации автомобильного движения видеокамерами в разных городах мира показывают однотипные отклонения от линейной и, соответственно, параболической функций (5.4 а, б) в области средней плотности потока, где водители активно перестраиваются в соседний ряд движения (Рис. 5.17 в, г). Таким образом, в транспортных потоках проявляется специфический социальный фактор: конкуренция участников движения, не воспроизводимая в простых квазифизических моделях.

Для «макроскопического» описания потока АТС часто применяется модель «сжимаемой жидкости», или модель Лайтхилла-Уизема-Ричардса (LWR, 1955-1957 гг.). В ее рамках плотность $\rho(x, t)$ и среднюю скорость потока $v[\rho(x, t)]$ задают как функции двух переменных с условием непрерывности

$$(5.5 \text{ а}) \quad v(x, t) = v[\rho(x, t)]$$

$$(5.5 \text{ б}) \quad \partial \rho / \partial t + \partial(\rho v) / \partial x = 0$$

(сохранением количества автомобилей на дороге). Для движения по одной полосе зависимость скорости от плотности по-прежнему считается убывающей ($\partial v / \partial \rho < 0$), а функция потока $Q(\rho)$ «выпуклой вверх» ($\partial^2 Q / \partial \rho^2 < 0$). Фундаментальную диаграмму получают интегрированием уравнений (5.5) при эмпирически заданных начальных и граничных условиях; разрывы функции $\rho(x, t)$ (скачки плотности) соответствуют переходу от свободного к стесненному движению АТС. Расчеты позволяют найти оптимальный режим движения при заданном потоке и минимизировать возникновение пробок. Так, на фундаментальной диаграмме рис. 5.17 б поток Q_1 выгоднее поддерживать при меньшей плотности ρ_1 и соответственно большей скорости движения.

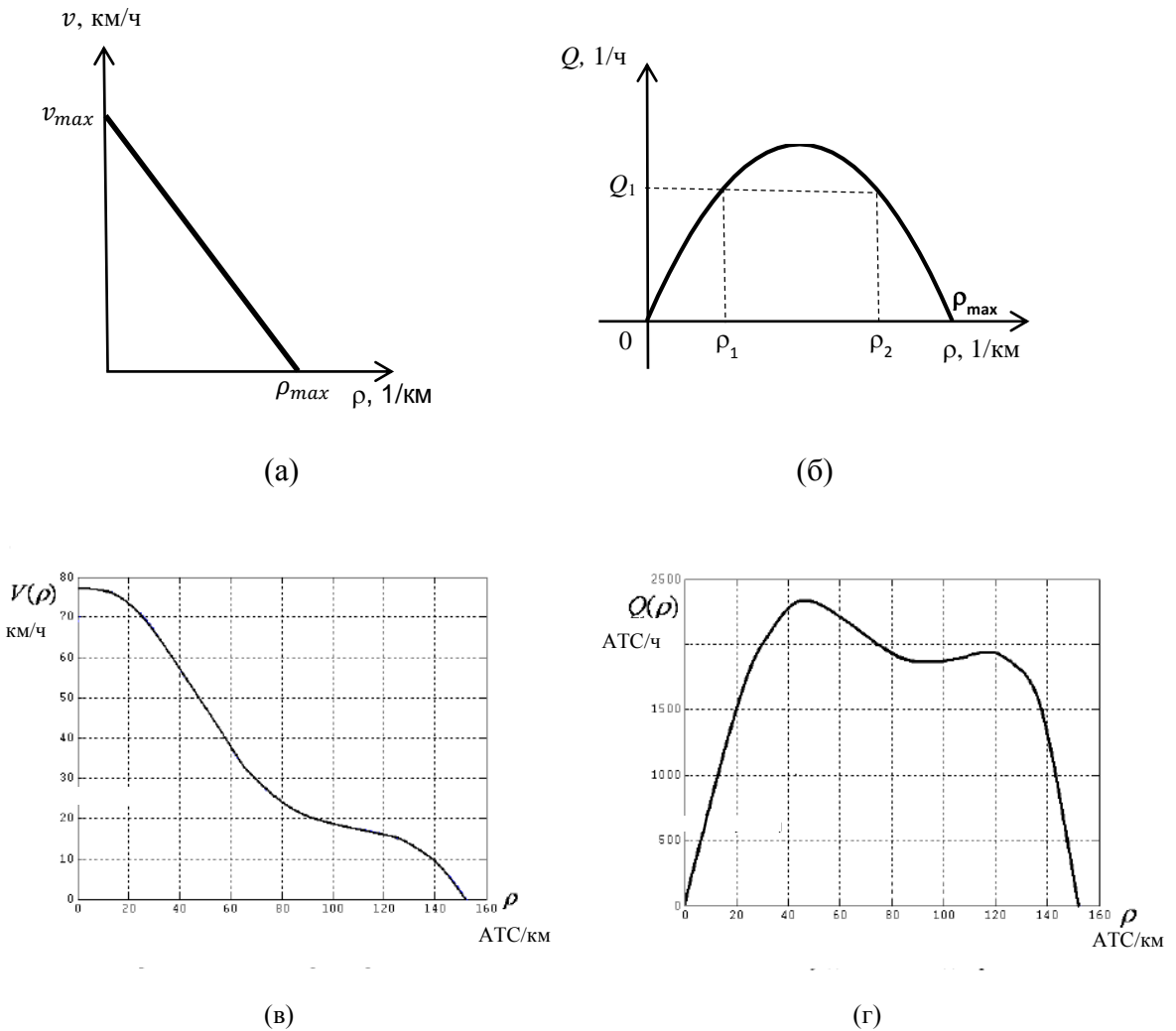


Рисунок 5.17. (а) Диаграмма состояния и (б) фундаментальная диаграмма потока АТС в модели Гринфилда; (в), (г) – экспериментальные данные (см. [3])

В различных версиях модели LWR вводятся дополнительные предположения, приводящие к разным уравнениям состояния (5.5 а). Например, в модели Танака (1962) плотность однополосного потока $\rho(v)$ при данной скорости определяется как обратная величина от безопасного расстояния $d(v)$ между соседними АТС: динамического габарита:

$$\rho(v) = \frac{1}{d(v)} = \frac{1}{L+c_1v+c_2v^2}.$$

В этой формуле $L = 5.7$ м – средняя длина АТС, $c_1 = 0.5$ с – время реакции водителя, а коэффициент c_2 зависит от состояния дороги (Таблица 5.1).

Таблица 5.1

Коэффициент c_2 в модели Танака

$c_2, \text{с}^2/\text{м}$	Состояние шоссе
0.0285	обычные условия
0.0570	мокрый асфальт
0.165	обледенелый асфальт

Зависимости $v(\rho)$, рассчитанные при разных значениях коэффициентов, далее подставляют в формулу (5.5 а). Макроскопические модели движения АТС с учетом условий движения на реальных участках шоссе («источников» и «стоков» на перекрестках, их пропускной способности – см. задачу о светофоре в главе 1) хорошо представлены в отечественной литературе [3].

Микроскопические модели

«Микроскопическое» агентное моделирование автомобильного движения близко к компьютерным расчетам многочастичных систем методом молекулярной динамики (см. раздел 3.4 в главе 3). В этих моделях динамику потока на участке дороги определяют, решая уравнения механического движения частиц с единичной массой и переменной скоростью, которая может содержать стохастические приращения на последовательных шагах дискретного времени. Самодвижущиеся «частицы» входят в моделируемый отрезок шоссе со скоростями (а при моделировании многополосного движения также с позицией на полосе), задаваемыми генератором случайных чисел. Простейшим вариантом этой схемы является движение частиц по окружности. Варьирование скорости АТС тоже задается случайным образом по аналогии с моделированием 2D- и 3D-движения живых частиц (разделы 5.1 и 5.2). Средняя амплитуда изменений скорости («шум») косвенно отражает дорожные условия и рассеяние внимания водителей. Фундаментальную диаграмму потока определяют численно, усредняя расчетные значения плотности и скорости машин на шоссе.

Варианты микроскопических моделей потока АТС в основном различаются видом квазифизических сил, действующих на самодвижущуюся частицу, которыми воспроизводится стратегия водителей. В модели оптимальной скорости (Ньюэлл, 1961) постулируется стремление к желаемой скорости $v_0^{(i)}$ (где i – номер частицы) с учетом расстояния $\Delta x^{(i)}$ до ближайшего АТС впереди по направлению движения (*лидера*) и времени реакции водителей τ

$$(5.6) \quad \begin{aligned} dx^{(i)}(t + \tau)/dt &= v^{(i)}(t + \tau) = v_0^{(i)} [1/\Delta x^{(i)}(t)], & \text{то есть} \\ d^2x^{(i)}/dt^2 &= \frac{1}{\tau} [v_0(\Delta x^{(i)}) - dx^{(i)}/dt] \end{aligned}$$

Время реакции τ можно определить из результатов мониторинга потока по зависимости $Q(\rho)$ вблизи его максимума для свободного движения $Q < Q_{max}$, так как безопасное расстояние при торможении в этом случае

$$v(\rho)\tau < 1/\rho - L = d_0$$

(где L – собственная длина АТС, d_0 – расстояние «между бамперами» соседних машин при стесненном движении с максимальным потоком). Полагая, что вблизи перехода к стесненному движению $v \approx const$ для всех АТС (см. рис. 5.17 б), получим оценку уравнения состояния потока (5.5 а) «слева» от его максимума

$$(5.7) \quad \begin{aligned} Q &\approx v\rho, \text{ то есть } \partial Q/\partial \rho \approx v, \\ \tau &= \frac{1/\rho - L}{v} \approx \frac{d_0}{v}. \end{aligned}$$

Задавая распределения $\{v_0^{(i)}\}$ оптимальной скорости для индивидуальных частиц, можно численно рассчитать уравнение состояния и сопоставить данные расчета с результатами мониторинга.

В моделях *оптимальной дистанции*, или *моделях следования*, постулируется, что водители регулируют скорости своих АТС, стремясь к индивидуальной оптимальной скорости $v_0^{(i)}$ и к безопасной дистанции $\Delta x_0^{(i)}$ до ближайшего АТС впереди («лидера», рис. 5.18). В этом случае безопасная дистанция $\Delta x_0^{(i)} = L + c_0(v^{(i)})^2$ определяется скоростью i -го АТС так, чтобы при внезапной остановке $i-1$ -го тормозной путь был меньше расстояния $\Delta x^{(i)} = x^{(i-1)} - x^{(i)}$. Это приводит к системе уравнений

$$(5.8) \quad d^2x^{(i)}/t^2 = (k/\Delta x^{(i)})[-(\Delta x_0^{(i)}/\Delta x^{(i)})^4 + (\Delta x_0^{(i)}/\Delta x^{(i)})^2] + a_0(1 - v^{(i)}/v_0^{(i)}),$$

где последнее слагаемое отвечает ускорению для достижения оптимальной скорости. Выражение в квадратных скобках – виртуальный потенциал леннард-джонсовского типа (см. раздел 2.3 в гл. 2), который задает стремление водителя к оптимальной дистанции (рис. 5.19); k , a_0 и c_0 – эмпирические параметры.

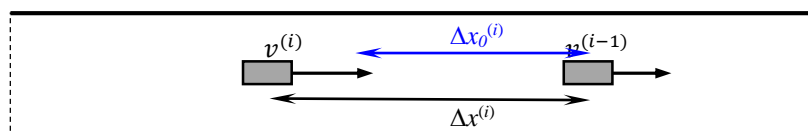


Рисунок 5.18. Микроскопические модели следования АТС, $\Delta x_0^{(i)}$ – оптимальная дистанция от i -й машины до лидера, нумерация АТС справа налево

Уравнения (5.8) (и аналогичные уравнения в других моделях) соответствуют 2-му закону Ньютона для частиц единичной массы. Отметим, однако, что первое слагаемое в (5.8) имеет смысл силы, корректирующей движение АТС в потенциале лидера, но эта сила действует лишь в направлении от лидера к следующему за ним агенту. Таким образом, в моделях следования, несмотря на их сходство с уравнениями классической механики, не выполняется 3-й закон Ньютона: по существу они являются имитационными.

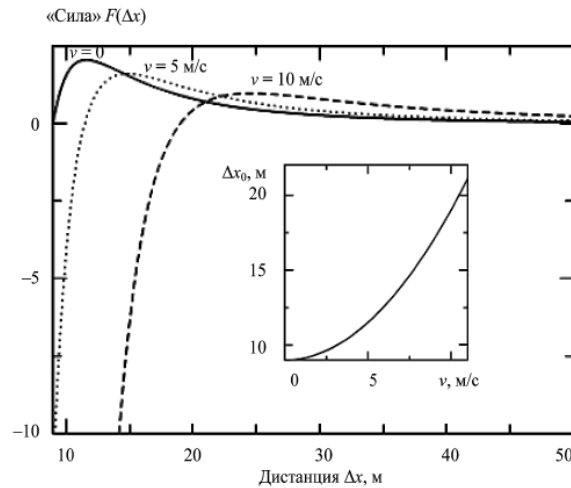


Рисунок 5.19. Зависимость корректирующей «силы» от расстояния до лидера в модели следования. На врезке – зависимость оптимальной дистанции от скорости движения (R Mahnke, J. Kaupuzs, I. Lubashevsky, *Physics of stochastic processes*, Berlin, Wiley-VCH, 2008, Figure 10.1)

Уравнения вида (5.6) и (5.8) в микромоделях автомобильного движения могут дополняться термом, отражающим стохастические изменения скоростей (см формулы (5.2) и (5.3)). Рассчитанная фундаментальная диаграмма, близкая к треугольной форме, содержит восходящую ветвь свободного «газоподобного» движения, область фазового перехода к стесненному движению с гистерезисом, т.е. разными значениями потока при возрастании и уменьшении плотности ρ , и нисходящую ветвь перегруженного потока (рис. 5.20 а). Достоверные прогнозы «замерзания» потока с образованием пробок остаются наиболее трудной задачей, но компьютерное моделирование воспроизводит такие хорошо известные явления, как нестабильное прерывистое движение (англ. stop-and-go), «волны плотности» движущихся машин и обширную область «рассеянных состояний» при стесненном движении на нисходящей ветви диаграммы в согласии с данными мониторинга (рис. 5.20 б). Это область «динамических ловушек» (англ. dynamic traps): квазистационарных состояний перегруженного потока, разброс которых в рамках микроскопических моделей вызван разным временем τ реакции водителей. Расчеты автомобильного трафика показывают сильное влияние флуктуаций в системах с малым числом агентов.

Клеточные автоматы в описании автомобильных потоков

Хотя уравнения движения АТС в микроскопических моделях имеют континуальный вид, компьютерные расчеты всегда выполняются в дискретном времени с заменой дифференциальных уравнений (5.6) и (5.8) разностными. В модели клеточных автоматов область движения (шоссе) также разбивается на участки-клетки, между которыми агенты перемещаются в дискретном времени (см. рис. 5.13). В простейшей модели Нагеля-Шрекенберга (1992 г., рис. 5.21) однополосное движение агентов с линейными координатами $\{x_i\}$ и целочисленными скоростями $\{0 \leq v_i \leq v_{max}\}$ (в оригинальной работе от 0 до 5) по окружности, разбитой на отрезки, определяли следующие правила:

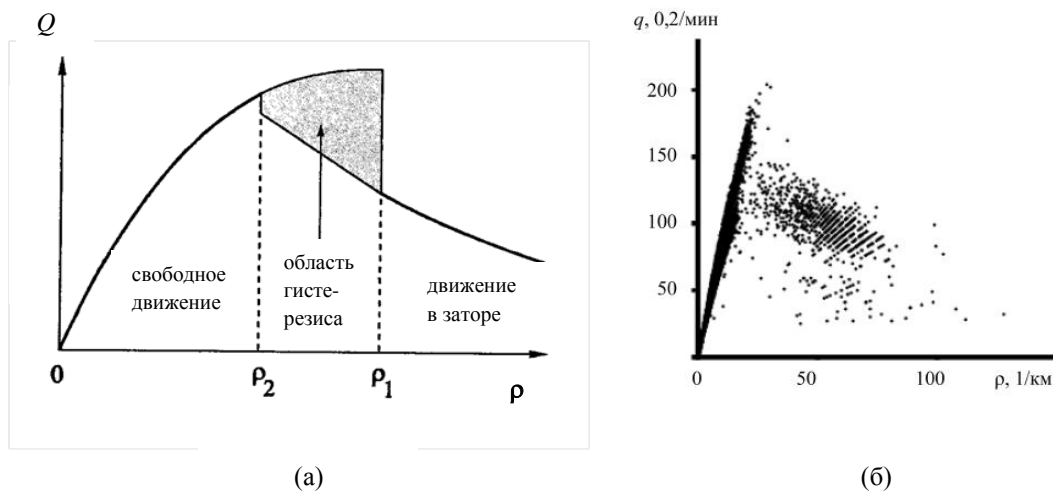


Рисунок 5.20. (а) Общий вид фундаментальной диаграммы транспортного потока (И.А. Лубашевский, Н.Г. Гусейн-Заде, К.Г. Гарнисов, Труды ИОФАН, 2009, 65, 50), (б) данные видеомониторинга (Y. Sugiyama et al., N. J. Phys., 2008, 10, 033001)

1. Перемещение: $x_i(k) = x_i(k-1) + v_i(k)$,
2. Ускорение: $v_i(k) = v_i(k-1) + 1$ при условии $\Delta x_{i,i+1} > v_i + 1$
3. Замедление: $v_i(k) = v_i(k-1) - 1$ при условии $\Delta x_{i,i+1} \leq v_i$
4. Случайные изменения скорости: $v_i(k) = v_i(k-1) - 1$ с вероятностью $0 < p < 1$
 $v_i(k) = v_i(k-1)$ с вероятностью $1-p$

(Здесь i – номер агента, x_i – его положение (номер клетки), v_i – скорость, $\Delta x_{i,i+1}$ – расстояние до следующего агента на $k-1$ -м и k -м шагах дискретного времени). Начальное распределение агентов по клеткам и их скорости авторы модели задавали случайным образом; динамику системы рассчитывали в многократных «прогонах» методом Монте-Карло с последующим усреднением.

Несмотря на простоту исходных допущений, модель Нагеля-Шрекенберга позволяет воспроизвести образование заторов и их перемещение против направления движения (см. рис. 5.16 в) в согласии с данными мониторинга. Ключевым фактором в образовании затора является случайное замедление агентов (рис. 5.21 а), т.е. п. 4 правил их перемещения. Расчетная фундаментальная диаграмма имеет треугольную форму и содержит область рассеянных состояний (рис. 5.21 б). Модели клеточных автоматов, предложенные к настоящему времени, воспроизводят многие существенные черты дорожного движения; их успешно используют для расчетных оценок и предсказаний.

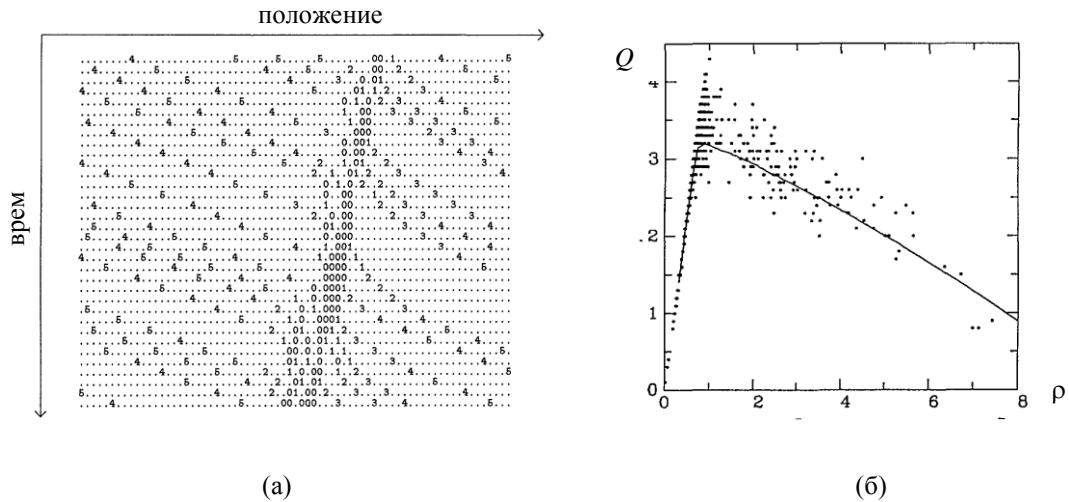


Рисунок 5.21. (а) Эволюция клеточных автоматов при средней плотности $\rho=0.1$ на диаграмме «положение – время», цифры – скорости агентов. (б) Расчетная фундаментальная диаграмма (K. Nagel, M. Schreckenberg, J. Phys. I France, 1992, 2, 2221)

Прерывистое управление

Эксперименты на тренажерах, имитирующих управление АТС, в последнее десятилетие дали необычные результаты – тем не менее, вполне согласующиеся с практикой дорожного движения. Следуя на пустом шоссе за виртуальной машиной-лидером, перемещающейся с постоянной скоростью, испытуемые с опытом вождения выбирали постоянную скорость движения (фиксируя педаль «газа») и далее лишь корректировали его в короткие промежутки времени, поддерживая приблизительно одинаковое безопасное расстояние до лидера. Поскольку в программу тренажера была заложена потеря скорости при нейтральном положении педали (трение), стратегия водителей состояла в «прерывистом» возврате к оптимальным скорости движения и расстоянию до лидера в хорошем согласии с моделью следования. Испытуемые, имевшие малый опыт вождения, придерживались той же стратегии с меньшими интервалами времени между изменениями скорости («газ» и «тормоз»).

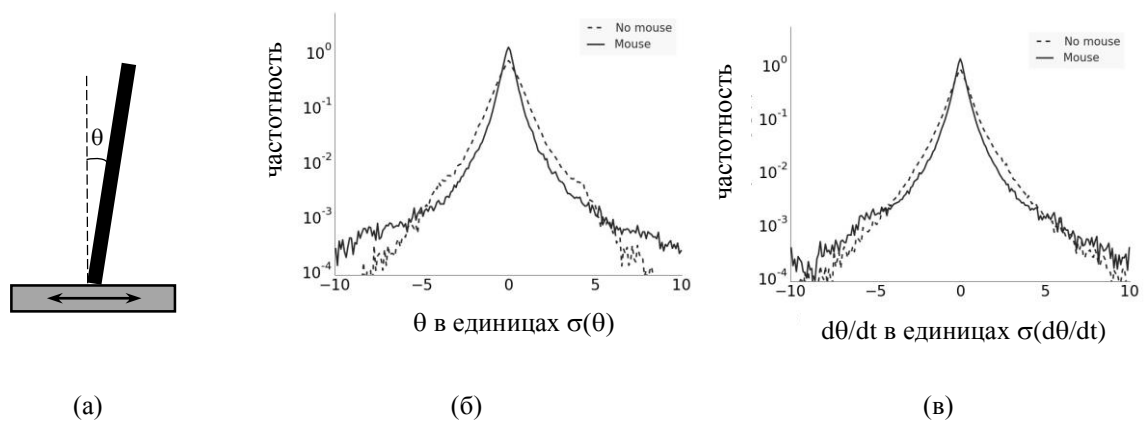


Рисунок 5.22. (а) «Балансирование» передемпфированного вертикального стержня на экране компьютера: распределения (б) угла отклонения от вертикали и (в) скорости его изменения, см.¹¹

Прерывистое управление (англ. *intermittent control*) было исследовано на многих виртуальных устройствах. В большой серии экспериментов, где испытуемые перемещением мыши балансировали на экране компьютера виртуальный *передемпфированный* стержень (медленно отклоняющийся от вертикали в вязкой среде, рис. 5.22 а), были установлены негауссовы распределения управляющих параметров (угла отклонения θ и скорости его изменения $d\theta/dt$) с острым максимумом на вертикальном положении стержня. (рис. 5.22 б, в). Подобные им распределения скорости и ускорения (положения и нажима педали) были получены на стендах управления АТС. В схеме прерывистого управления испытуемый основную часть времени находится в ожидании, предпринимая новые действия лишь при существенном отклонении от желаемых параметров (скорости и расстояния для АТС либо отклонении стержня при балансировании). Такая стратегия движения автомобиля соответствует «динамической ловушке» на фундаментальной диаграмме (см. рис. 5.20 б).

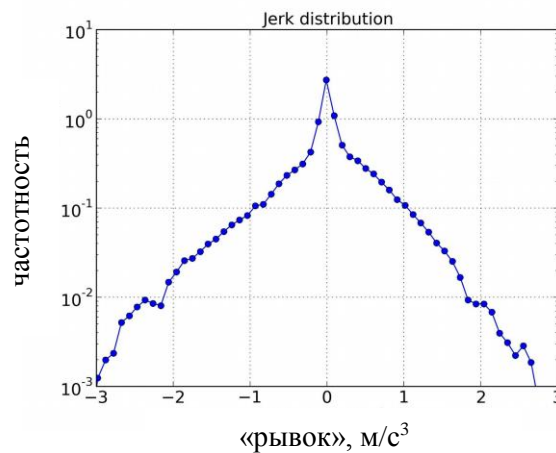


Рисунок 5.23. Распределение значений «рывка» (скорости изменения ускорения) у опытных водителей на тренажере¹¹

Алгоритм прерывистого управления реализуется не только в движении автомобилей, но и в широком спектре деятельности людей: работе операторов, стратегиях биржевых игроков и многих других видах поведения. Для всех них характерно непрерывное наблюдение обстановки в сочетании с эпизодическими корректирующими действиями. «Остроконечные» распределения с обратной степенной асимптотикой отклонений от среднего весьма характерны для динамики цен на бирже и ряда других процессов в социальных системах (см. далее гл. 8 и 9). Прерывистые воздействия, по-видимому, являются эволюционно отобранным средством экономии ресурсов мозга: они также наблюдаются у животных и, вероятно, тесно связаны с явлением *инсайта*, которое будет обсуждаться в части III.

При существенном отклонении от оптимального режима быстрая коррекция скорости приводит к ненулевой *производной ускорения* da/dt (*рывок*, англ. *jerk*), выводя динамику управления за пределы классической механики (Рис. 5.23). Математические модели прерывистого управления – одна из быстро развивающихся областей междисциплинарной физики, где теория автомобильного трафика соединяется с когнитивными науками¹¹.

Экономические потери из-за нарушения транспортных потоков могут составлять до 10-20% общей стоимости перевозок. По этой причине в современных системах управления автотранспортом^{10,12} используются все доступные технические средства, включая спутниковую навигацию и модельные расчеты на суперкомпьютерах («компьютерные эксперименты»). Комплексный подход позволяет в реальном времени прогнозировать автомобильное движение по нескольким полосам и сложным транспортным развязкам, а также регулировать работу светофоров (рис. 5.24; см. задачу в разд. 1.3 главы 1). Положения АТС с точностью до нескольких метров устанавливается с помощью глобальных спутниковых систем GPS (США), ГЛОНАСС (РФ), Galileo (ЕС), Бэйдоу (КНР), которые получают сигналы от мобильных устройств на транспортных средствах: прежде всего смартфонов с бесплатно установленными системами навигации. Это делает возможным мониторинг состояния транспортных потоков с оценкой скорости и плотности движения, а также локализацию пробок и дорожно-транспортных происшествий (ДТП) (рис. 5.25).

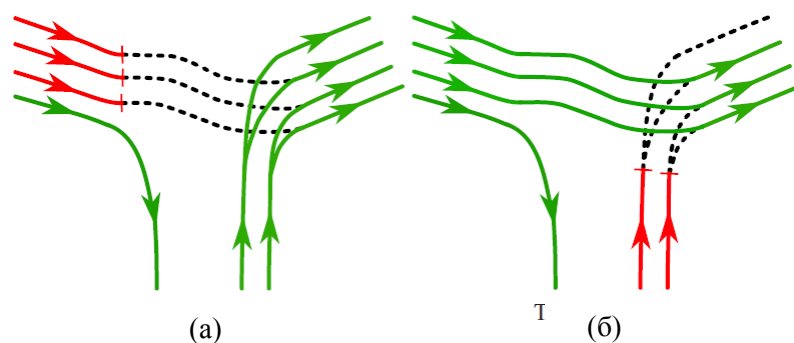


Рисунок 5.24. Фазы светофорного регулирования на Т-образном перекрестке: (а) – вход, (б) – транзит (И.Н. Калинин, К.К. Глухарев, Компьютерные исследования и моделирование, 2014, 6 (4), 523)

В интернет-навигации предусмотрена обратная связь системы с водителями АТС, которые могут сообщать о ДТП, пробках и иных нестандартных ситуациях. На эмпирическом уровне это соответствует включению ее пользователей в систему *распределенного интеллекта* (РИ), что будет обсуждаться в ч. 3. Нанесение реальной обстановки на «электронные» карты местности, включая кварталы городов, осуществляется в *геоинформационных системах* (ГИС: Google maps, 2GIS, Яндекс Карты и др.), которые будут рассмотрены в главе 8.

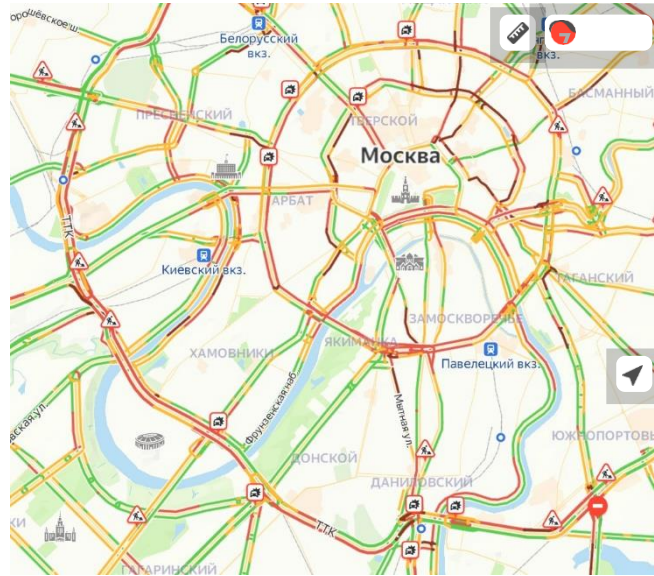


Рисунок 5.25. Состояние дорожного движения на Яндекс Картах, см. <http://mosfo.ru/probki.htm>

В последнее десятилетие к системам навигации подключаются интенсивно разрабатываемые беспилотные АТС¹³. Перспективные системы управления «автомобилей-роботов», способных безопасно функционировать в современных мегаполисах, относят к области *искусственного интеллекта* (ИИ), который также будет обсуждаться в 3-й части книги.

Литература к разделу 5.3

¹⁰ И.И. Морозов и соавт., *Численное исследование транспортных потоков на основе гидродинамических моделей*, Компьютерные исследования и моделирование 2011 **3** (4), 389.

¹¹ I. Lubashevsky, K. Morimura, *Physics of mind and car-following problem*, in R. A. Meyers (ed.), *Encyclopedia of Complexity and Systems Science*, Springer Science+Business Media LLC, 2018.

¹² А.М. Валуев, А.А. Соловьев, *Моделирование зависимостей, характеризующих динамику автотранспортных потоков*, Информатизация и связь, 2018, №2, 106.

¹³ А.Г. Юзаева, В.В. Кукарцев, *Беспилотные автомобили: опасности и перспективы развития*, Актуальные проблемы авиации и космонавтики, 2016, **2**, 120.

5.4. Движение пешеходов

Динамику пешеходных потоков, с практической точки зрения не менее важную, чем автомобильный транспорт, рассчитывают методами, близкими к моделированию потоков АТС. В отличие от автомобильного трафика, при пешеходном движении скорость перемещения самодвижущихся частиц составляет лишь $\sim 1-1.5$ м/с (3–5 км/час), а их физические контакты между собой и с препятствиями допустимы, хотя с точки зрения пешехода и нежелательны. Это изменяет вид зависимостей $v(\rho)$ и $Q(\rho)$ («фундаментальными диаграммами» здесь нередко называют графики обеих функций) по сравнению с движением АТС. Плотность потока выражается числом агентов на единицу площади ($1/\text{м}^2$) с соответствующим изменением размерности $Q = \rho v$ [$1/(\text{м}\cdot\text{с})$].

Нелинейная функция $v(\rho)$ включает область стесненного движения с $v \approx const$, особенно выраженную в потоках «сильно мотивированных частиц» – таких как паломники или демонстранты (рис. 5.26 а). На графике зависимости $Q(\rho)$, по данным разных авторов, имеются «плато» либо второй максимум потока в области средних плотностей (рис. 5.26 б). Последующее резкое падение потока при достижении высокой плотности 5-6 чел/м² (при тесном физическом контакте люди останавливаются) отражает угрозу возникновения давки на открытом участке местности («Ходынское поле»). Основные типы фундаментальных диаграмм, предложенные в период с 1958 по 2017 гг., представлены в обзорах^{14,15}.

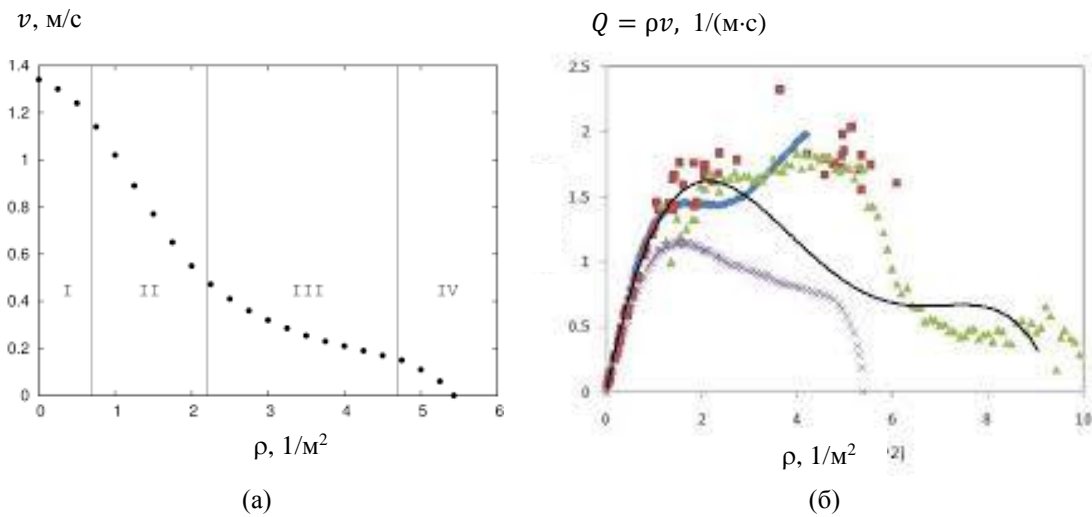


Рисунок 5.26. Диаграммы пешеходного движения: (а) график уравнения состояния $v(\rho)$ (A. Seifried, et al., *Journal of Stat. Mech.*, 2005, P10002), (б) фундаментальная диаграмма $Q(\rho)$ по данным разных авторов (C.J.Jin, et al., [arXiv:1710.10263](https://arxiv.org/abs/1710.10263) [physics.soc-ph])

«Микроскопическое» расчетное моделирование движения пешеходов обычно проводится в рамках *модели социального поля* (см. гл. 1, разд. 1.1.5). В этом случае двумерное движение агентов, в отличие от автомобильного трафика обладающих разными массами, предпочтительными скоростями и временем реакции (присутствие в потоке инвалидов, детей и др.), удовлетворяет уравнениям

$$\begin{aligned}
 (5.9) \quad m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} &= \mathbf{F}_i^{\text{инд}} + \mathbf{F}_i^{\text{общ}} + \boldsymbol{\eta}(t), \\
 \mathbf{F}_i^{\text{инд}} &= (m_i/\tau)(v_i^{(0)} \mathbf{e} - \mathbf{v}_i), \\
 \mathbf{F}_i^{\text{общ}} &= -\sum_{\text{цели}} \mathbf{f}_{ik} + \sum_{\text{стены}} \mathbf{f}_{ip} + \sum_j \mathbf{f}_{ij},
 \end{aligned}$$

где m_i – масса агента, τ – время реакции, \mathbf{e} – единичный вектор в направлении движения. По существу, формулы (5.9) представляют вариант уравнения Ланжевена (разд. 4.4.1 в гл. 4) с особыми формами вязкого трения $\mathbf{F}_i^{\text{инд}}$ и «детерминистского» потенциала $\sum \mathbf{F}_i^{\text{общ}}$; в них также включены стохастические возмущения движения (шум) $\boldsymbol{\eta}(t)$.

Стратегия движущегося агента в расчетных моделях задается в виде корректирующих виртуальных сил: внутренней $\mathbf{F}_i^{\text{инд}}$ и внешней $\mathbf{F}_i^{\text{общ}}$. Первая, перенесенная из моделей автомобильного трафика, отражает стремление агентов к своим оптимальным скоростям $\{v_i^{(0)}\}$. Внешние силы $\mathbf{F}_i^{\text{общ}}$ воспроизводят воздействие окружающей среды: притяжение к целевым объектам (переходам, магазинам и т.д.) и отталкивание от препятствий: как от стен

и иных предметов на улице и внутри зданий, так и от других движущихся частиц. Вид потенциала отталкивания с «твердым ядром» $U(r) = Ae^{-b(r-R_0)}$ заимствуют из молекулярной физики (потенциал Борна-Майера, формула (2.32 б) в гл. 2); здесь R_0 – радиус агента, r – расстояние до препятствия, A и b – эмпирические константы. Форма агента на двумерной карте участка движения в простейших моделях задается кругом или эллипсом (см. рис. 1.9 в главе 1).

Компьютерное моделирование пешеходных потоков с помощью уравнений (5.9) воспроизводит их главные особенности: обтекание препятствий, попеременное прохождение через узкий проход (англ. *bottleneck*), расслоение встречных потоков на противоположно движущиеся «полосы» (рис. 5.27 а, б). При высокой плотности противоположных потоков в коридоре конечной ширины увеличение шума $\eta(t)$ приводит к росту виртуального радиуса агентов и образованию пробки с плотной упаковкой неподвижных частиц (рис. 5.27 в). Это довольно очевидное явление в моделировании пешеходного движения было названо «замерзанием при нагреве» (англ. *freezing by heating*, см. [2] в списке литературы).

Траектории движения пешеходов в ряде случаев удается вывести на основе аналога принципа наименьшего действия, рассмотренного в разд. 2.2.1 главы 2. Этот фундаментальный физический принцип с середины ХХ был распространен Дж. Ципфом на диссипативные социальные системы под названием *принципа наименьших усилий*. Подобно идее социального поля, сформулированной в это же время К. Левиним (см. выше), в современных исследованиях «физики пешеходов» данный принцип выражен математическими формулами.

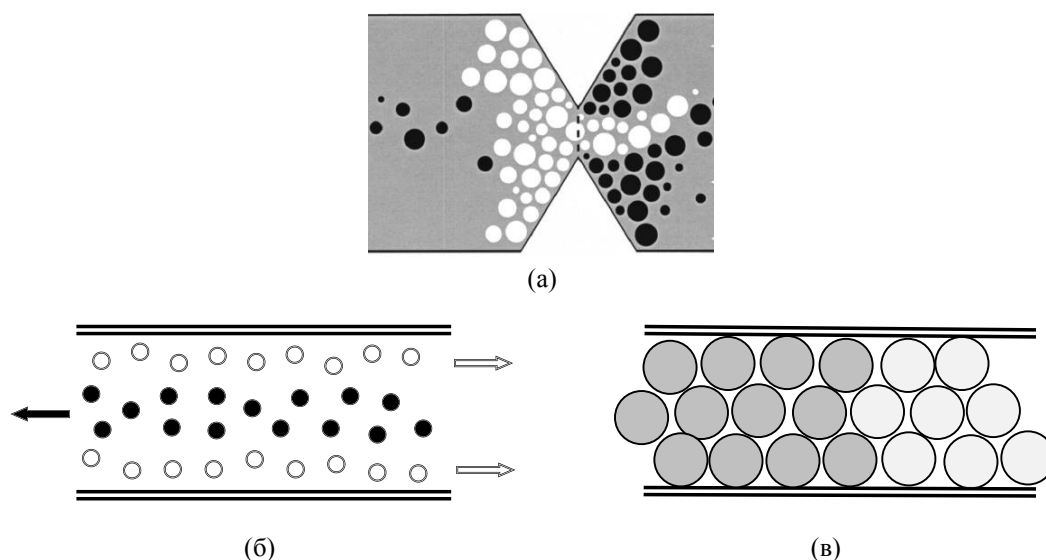


Рисунок 5.27. Расчетные режимы пешеходного движения: (а) попеременное прохождение сквозь узкую дверь, радиусы кругов пропорциональны скорости движения, (б) расслоение встречных потоков, (в) образование пробки при увеличении виртуальных размеров агентов (*freezing by heating*, см. D. Helbing, P. Molnar, *Phys. Rev. E.*, 1995, 51 (5), 4282)

В характерной работе¹⁶ усилия агента на пути Π отражают интегральные затраты энергии

$$(5.10) \quad E_i = m_i \int_{\Pi} (av_i^2 + b) dt,$$

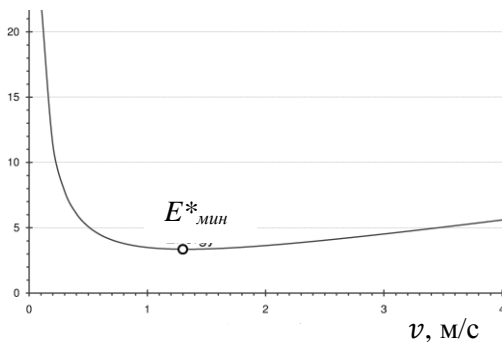
где m_i – масса агента, v_i – его скорость, а эмпирическими коэффициентами a и b , разными для разных типов пешеходов, задаются энергозатраты, соответственно, при движении и в состоянии покоя. Эффективные траектории, удовлетворяющие вариационному принципу

$$(5.10 \text{ а}) \quad \delta E_i = 0,$$

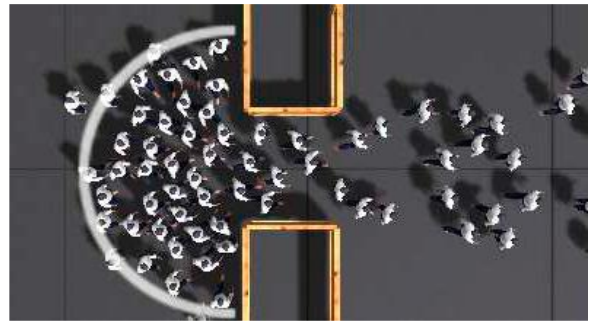
соответствуют перемещению с постоянной скоростью $v = \sqrt{a/b}$ на горизонтальном пути без препятствий с минимумом удельных энергозатрат (рис. 5.28 а). Усредненным коэффициентам $a = 2.23$, $b = 1.26$ для взрослого мужчины в этом случае отвечает оптимальная скорость 1.33 м/с. Для «толпы» агентов, избегающих столкновений с препятствиями и друг с другом, формулы (5.10, 5.10 а) позволяют воспроизвести реалистическую динамику перемещения (рис. 5.28 б).

Отмеченный выше имитационный характер уравнений «динамики пешеходов» проявляется и в принципе наименьших усилий: размерность коэффициентов a и b в формуле (5.10) не имеет убедительного физического обоснования, эффективность энергозатрат E^* на рис. 5.28 а измеряется в единицах ускорения (м/с^2). Но существование аналога вариационного принципа (5.10 а) в динамике социальных систем, по-видимому, имеет общий характер. В последующих главах будут рассмотрены некоторые другие его проявления. Используемые варианты компьютерного моделирования пешеходных потоков включают, в том числе, гравитационные модели и различные варианты клеточных автоматов (см. [7] в списке литературы).

E^* , Дж/(кг·м)



(а)



(б)

Рисунок 5.28. (а) График эффективности энергозатрат E^* , (б) преодоление агентами суженного прохода¹⁶

Важной частью исследований пешеходных потоков и перемещения людей в местах общественного пользования с первой половины XX века являются эксперименты и полевые наблюдения [5, 6]. В настоящее время данные с видеокамер и инфракрасных датчиков служат как исследовательским инструментом, так и главным средством мониторинга состояния городской среды. Расчетные модели социального поля используют в «компьютерных экспериментах», направленных на поиск оптимальных режимов движения в элементах городской инфраструктуры: улицах, перекрестках, торговых центрах и т.д. В разных вариантах расчетов вводятся дополнительные виртуальные взаимодействия, которые отражают стремление к оптимальной дистанции между пешеходами, выравнивание направлений (alignment) и скоростей движения по ближнему окружению агента, перемещение группами и др. В современных методах компьютерной анимации воспроизводится перемещение антропоморфных агентов – нередко совместно с АТС (перекрестки, паркинги и др., рис. 5.29). Ряд коммерческих фирм выпускает программные продукты для таких расчетов¹⁷⁻¹⁹.



Рисунок 5.29. Антропоморфные пешеходы в агентном моделировании. Источник: компания AnyLogic (<https://www.anylogic.ru/>)¹⁹

В последнее десятилетие на основе видеомониторинга пешеходных потоков в потенциал взаимодействия частицы с окружением была введена анизотропная угловая зависимость, которая отражает неравномерное восприятие движущимся агентом целей и препятствий в секторе обзора. Объекты, расположенные в стороне от направления движения агента, влияют на него слабее, чем близкие к желаемой траектории (рис. 5.30). Это явление в «физике пешеходов» интерпретируется как виртуальное сокращение размеров предметов, воспринимаемых боковым зрением агента – то есть тех, относительно которых угловая скорость его перемещения максимальна. В литературе обсуждались аналогии анизотропного восприятия препятствий и релятивистского сокращения «продольных» размеров с приближением скорости относительного движения к скорости света (см. разд. 3.5.1 в гл. 3). Конечная скорость человеческой реакции действительно затрудняет оценки размеров движущихся объектов, и релятивистские аналогии агентных моделей могут быть не только формальными.

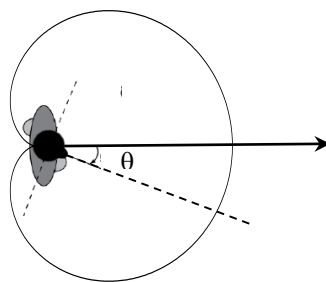


Рисунок 5.30. Модельная угловая зависимость воздействия «социального поля» на движущегося пешехода («вид сверху») $\Phi = \frac{1}{2}(1 + \cos \theta)$ (D. Helbing A. Johansson, in *Encyclopedia of Complexity and Systems Science*. 2009. N.Y.: Springer. P. 6476)

Литература к разделу 5.4

¹⁴ L.D. Vanumu, K.R. Rao, G. Tiwari, *Fundamental diagrams of pedestrian flow characteristics: a review*, Eur. Transp. Res. Rev. 2017, **9**, 49.

¹⁵ T. Kretz, *An overview of fundamental diagrams of pedestrian dynamics*, Technical Report, 2019, https://www.researchgate.net/publication/336286296_An_overview_of_fundamental_diagrams_of_pedestrian_dynamics, DOI :10.13140/RG.2.2.30070.96326

¹⁶ S.J. Guy, et al, *Least-effort trajectories lead to emergent crowd behaviors*, Phys. Rev. E 2012, **85**, 016110.

¹⁷ THUNDERHEAD: agent-based evacuation simulation

<https://aecom.com/services/planning-consulting/pedestrian-modelling/>,

см., также, <https://www.thunderheadeng.com/pathfinder/>

¹⁸ AECOM: <https://aecom.com/services/planning-consulting/pedestrian-modelling/>

¹⁹ Компания AnyLogic: <https://www.anylogic.ru/company/about-us/>

5.5. Управление толпой

*Начальник тыла без резервов — уже не начальник тыла,
это беспомощный созерцатель нарастающей трагедии.*
генерал-лейтенант Н.А. Антипенко, «На главном направлении»

Я вышел за ворота, и рёв толпы поглотил меня
Курбан Саид, «Али и Нино»

Расчеты динамики пешеходных потоков используются в оценках безопасности объектов массового посещения (кинотеатров, стадионов, супермаркетов) и массовых мероприятий. Под широким термином *управление толпой* (англ. *crowd control*) в литературе объединяют техническую организацию пешеходных потоков в городе, планировку мест массового посещения (торговых центров, вокзалов, театров, стадионов и т.д.), обеспечение пассажирских перевозок, вопросы безопасности массовых мероприятий, включая экстренные обстоятельства (пожарная эвакуация) – а также манипулирование поведением масс. Моделирование толпы тесно связано с изучением стихийных реакций человека в нестандартных условиях – паника, болельщики на трибуне, политический митинг и др. Из всего перечисленного круга проблем в этой главе мы рассмотрим прежде всего инженерное обеспечение повседневной жизнедеятельности города. Использование неосознанных действий людей в политехнологиях, коллективная обработка информации и порождаемые ею элементы распределенного интеллекта будут рассмотрены в последующих главах.

Автору этих строк однажды довелось почувствовать угрозу, неотделимую от массы людей, в спокойной, но плотной толпе на станции метро у края платформы. Увеличение масштаба человеческих сообществ придает критическую важность всем сторонам нашей повседневной деятельности не только в военное, но также и в мирное время. Социальная инженерия ведет начало от первых больших городов (например, древнего Рима с его миллионным населением, шестиэтажными деревянными домами, рациональной планировкой улиц и водопроводом, но без канализации – и всеми сопутствующими эпидемиями и пожарами); в Европе урбанистика насчитывает тысячелетие непрерывного развития. Технические задачи снабжения, поставок, грузовых и пассажирских перевозок в этой области без преувеличения являются вопросами жизни и смерти. Современный мегаполис избегает возможных катастроф лишь благодаря постоянному контролю, прогнозированию негативных явлений (таких как резкое похолодание, штормовой ветер, гололед в системе городского транспорта и прочие угрозы жизни города) и проработке способов борьбы с ними (см. книгу [3] в списке литературы). Средства управления этими процессами включают, в том числе, компьютерные эксперименты и разрабатываемые для них агентные модели¹⁷⁻¹⁹.

Расчеты человеческих потоков в местах общественного пользования – в частности, крупных торговых объектах – остаются важнейшей инженерной задачей с первой половины XX века. До появления компьютеров они выполнялись графически с помощью номограмм, построенных по натурным экспериментам. (Так, в натурных экспериментах, проведенных в Москве в конце 1940-х гг., модельные потоки состояли из людей разного роста и возрастов как в зимней, так и в летней одежде, см. [5] в списке литературы). В настоящее время оптимальные потоки рассчитывают по данным видеосъемки и экспериментальным измерениям плотности и скорости движения пешеходов в заданных условиях²⁰.

Актуальность «управления толпой» доказывают трагические случаи массовой давки на политических (похороны И.В. Сталина в Москве 9 марта 1953 г.), религиозных (гибель паломников на хадже в Саудовской Аравии в 2006 и 2015 гг.) и спортивных мероприятиях (Шеффилд, Англия, 1989 г. и другие инциденты). Особое внимание при планировании городской инфраструктуры уделяется предотвращению террористических актов, рассчитанных на панику в больших скоплениях людей*. Анализ факторов, угрожающих безопасности, меры профилактики трагических инцидентов и скорейшей ликвидации их последствий (в том числе доступность и оперативность медицинской помощи) составляют важную часть современной урбанистики^{21,22}.

Расчетное моделирование и компьютерные эксперименты в области управления толпой не ограничиваются режимами дорожного и пешеходного движения – они охватывают весь спектр угроз, связанных с компактным проживанием людей. (В соответствии с известным афоризмом «*все инструкции по технике безопасности написаны кровью и пеплом*»). Одним из главных источников пожарной опасности в зданиях массового пользования является переполнение помещений, давка при экстренной эвакуации и отравление токсичными продуктами сгорания. С 2000 г. в компьютерных расчетах подобных явлений привлекается модель социального поля, дополненная стремлением агентов к максимальной скорости,

* D. Helbing, A. Johansson, *Pedestrian, crowd, and evacuation dynamics*, in Encyclopedia of Complexity and Systems Science. Springer, New York, NY. https://doi.org/10.1007/978-0-387-30440-3_382.

потенциалами следования («стадное поведение») и физического отталкивания («турбулентность»), которые отражают действия людей в экстремальных условиях^{23,24}. В таких расчетах была наглядно показана недопустимость расширений (проходных комнат) на путях эвакуации, где «быстрые» агенты обгоняют «медленных» с образованием затора на выходе (Рис. 5.31). Калибровка параметров модели социального поля, разработанной Д. Хелбингом и соавт. (см. выше), для обстановки панической эвакуации, в частности, позволила воспроизвести фактические цифры погибших (более 150 чел.) при компьютерных реконструкциях пожара в ночном клубе «Хромая лошадь» (Пермь, 5.12.2009 г.). По результатам расчета, ключевым фатальным обстоятельством стала полузакрытая дверь эвакуационного выхода: при открытой второй створке (не заблокированной, но не отворенной из-за массовой паники) большинство посетителей смогли бы покинуть помещение²³.

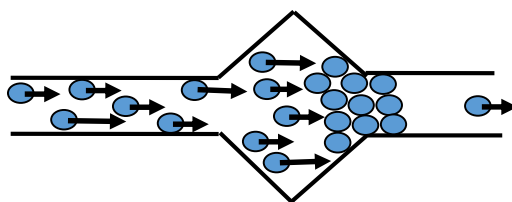


Рисунок 5.31. Образование затора при панической эвакуации (D. Helbing, I. Farkas, T. Vicsek, Nature, 2000, 407, 487)

Источником данных для моделирования упорядоченной и панической эвакуации служат, в том числе, модельные «живые» системы. В работе²⁵ параметры соответствующих агентных моделей калибровали по перемещению муравьев под воздействием репеллента из боксов со свободным и частично заблокированным выходом. Несмотря на принципиальную разницу в когнитивных возможностях индивидов, данные позволили воспроизвести основные черты панической эвакуации людей. Составной частью современного проектирования зданий является компьютерное моделирование катастрофических событий с варьируемыми параметрами (число и плотность агентов, расположение аварийных указателей, видимость при задымлении и др., см. [2, 6]). Важнейшей задачей здесь является создание систем, позволяющих управлять эвакуацией в реальном времени при быстрых и опасных изменениях обстановки. Модели и программные средства для решения таких задач обсуждаются в статье²⁴.

Для оценки пожарных рисков в жилых домах часто используется *модель рационального правонарушителя* (Беккер, 1968 г.). В рамках этой модели агенты нарушают правила безопасности (например, разводят открытый огонь в деревянном доме) лишь в том случае, если полезность правонарушения превышает оцениваемый ими риск. Данный подход²⁶ позволяет воспроизвести логарифмически нормальное распределение плотности вероятности $f(u)$ потерь домохозяйств от пожаров

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_u u} \exp \left[-\frac{(\ln u - \ln \mu)^2}{2\sigma_u^2} \right],$$

где μ – медианное значение потерь, σ_u – дисперсия нормального распределения логарифма величины потерь $\ln u$. Исследования другого массового фактора риска в городской среде –

моделирование распространения инфекций, включая динамику эпидемий – будут обсуждаться в следующей главе.

Не менее важной, хотя и реже обсуждаемой в академической литературе областью применения агентных моделей является управление человеческими потоками на массовых мероприятиях. Сюда входят, с одной стороны, обеспечение безопасности участников демонстраций и уличных шествий, а с другой – средства выведения подобных мероприятий из-под контроля и провоцирования беспорядков. Организация «цветных революций», инициированных внешними силами в разных странах мира, а также нейтрализующие их меры безусловно опираются на масштабные расчетные исследования.

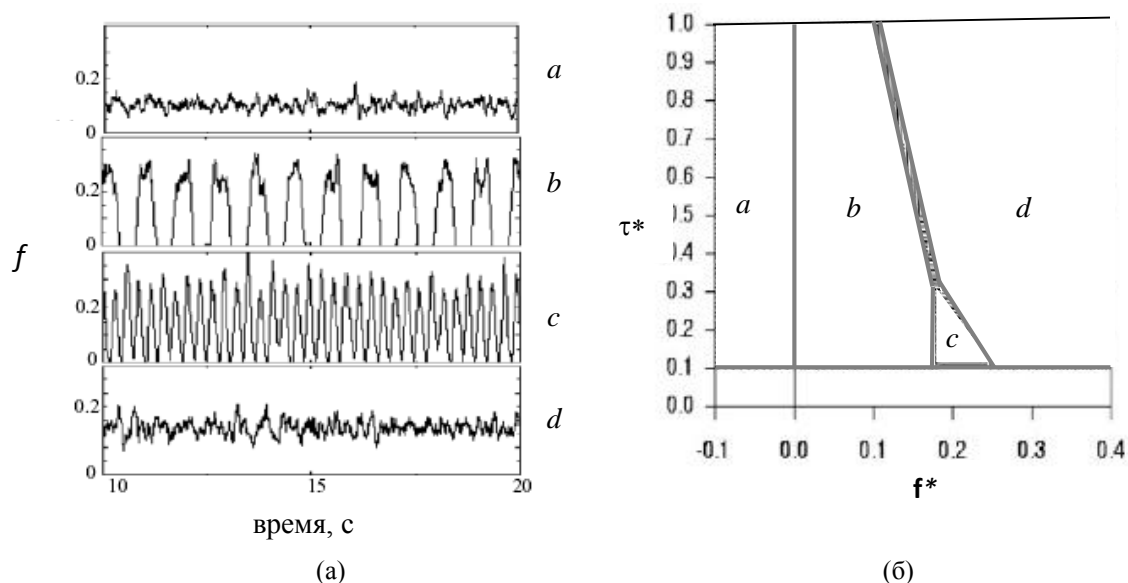


Рисунок 5.32. Фазовая диаграмма аплодисментов: (а) частота и громкость f , (б) области моделируемых режимов (a – слабые несинхронные, b – синхронные, c – частые синхронные, d – сильные несинхронные (овация); f^* – уровень шума, τ^* – характеристическое время реакции агента (Z.Neda, et al., Physica A, 2003, 321, 238)

Управление «автоматическим» поведением человеческих масс имеет многовековую историю. Классическим примером могут служить группы *клакеров*, возбуждающих аплодисменты аудитории на концертах и в театрах. В 2001 г. коллектив румынских и венгерских физиков провел в здании Бухарестской оперы экспериментальные исследования этого процесса. В экспериментах «группы поддержки», составленные из студентов, в ходе театрального действия старались перевести несинхронные аплодисменты публики в ритмические. Зависимость режима аплодисментов от численности и расположения групп, частоты хлопков и уровня шума регистрировались и далее воспроизводились в модельных расчетах (Рис. 5.32). Авторы не скрывали практической направленности своих исследований, в которых фактически определялись условия стохастического резонанса в зрительном зале. Моделирование «мексиканской волны» на трибунах стадиона, упомянутое в главе 4, также относится к разработке новых методов управления толпой.

В другой серии экспериментов в 2000-е годы европейские физики выясняли условия, позволяющие привести в движение группу из 200-300 испытуемых рассредоточенными в ней *скрытыми лидерами*, которые задавали направление следования²⁷. В цитируемой статье, в согласии с результатами других работ по манипулятивному управлению массами,

было установлено, что доля скрытых лидеров, достаточная для решения такой задачи, составляет 3-5% от общей численности группы. Прикладные аспекты этих исследований вполне проявились в серии «цветных революций» (организация массовых протестов, возбуждение агрессии толпы, подпрыгивающие демонстранты и т.д.); они будут обсуждаться в главе 9 вместе с другими примерами использования физических моделей для политических манипуляций.

Литература к разделу

- ²⁰ X.L. Zhang, et al., *Empirical study of a unidirectional dense crowd during a real mass event*, *Physica A*, 2013, **392**, 2781.
- ²¹ Д.В. Шихалев, *Проблемы управления обеспечения пожарной безопасности объекта. ч.1: Методы оценки*, *Проблемы управления*, 2022, №1, 3; *Методы мониторинга*, там же, 2022, №2, 3.
- ²² L. Somaroo, V. Murray, *Disasters at mass gatherings: lessons from history*, *PLOS Current Disasters*, 2012, Jan. 31, Edition 1. doi: 10.1371/currents.RRN1301.
- ²³ А.М. Аптуков, Д.А. Брацун, А.В. Люшнин, *Моделирование поведения паникующей толпы в многоуровневом разветвленном помещении*, *Компьютерные исследования и моделирование*, 2015, **5** (3), 491.
- ²⁴ В.М. Колодкин, М.Э. Галиулин, *Программные алгоритмы, реализующие модель движения людских потоков в системе управления эвакуацией людей из здания*, *Пожаровзрывобезопасность*, 2016, **25** (10), 75.
- ²⁵ N. Shiwakoti, M. Sarvi, G. Rose, M. Burd, *Animal dynamics based approach for modeling pedestrian crowd egress under panic conditions*, *Proc. Soc. Behav. Sci.* 2011, **17**, 438.
- ²⁶ С.Н. Тростянский, Ю.Н. Зенин, *Модели для исследования факторов управления интегральными пожарными рисками в жилом секторе регионов России*, *Вестник Воронежского института МВД России*, 2014, №3, 58.
- ²⁷ J.R.G. Dyer, et al., *Leadership, consensus decision making and collective behaviour in humans*, *Phil. Trans. Royal Soc. B* 2009, **364**, 781.

Рекомендуемая литература

1. Г.Ю. Ризниченко, *Лекции по математическим моделям в биологии*, 2-е изд., Москва-Ижевск: R&C Dynamics, 2011.
2. T. Vicsek, A. Zafeiris, *Collective motion*, *Phys. Rep.*, 2012, **517**, (3–4), 71.
3. А.В. Гасников (ред.) *Введение в математическое моделирование транспортных потоков*, 2-е изд. М.: МЦНМО, 2013.
4. В.И. Швецов, *Математическое моделирование транспортных потоков*, *Автоматика и телемеханика*, 2003, №11, 3.
5. В.М. Предтеченский, А.И. Милинский, *Проектирование зданий с учетом организации движения людских потоков*, 2-е изд., М.: Стройиздат, 1979.
6. В.О. Корепанов, *Модели рефлексивного группового поведения и управления*, М.: ИПУ РАН, 2011.
7. Urban Space AECOM (S.G. Barch, E.R. Beng, M. Didzys), *Modelling Pedestrian Movement*, ICE Publishing, London, UK, 2019, ISBN 978-0-7277-6381-5.