ISSN 2411-720X (Print)
ISSN 2413-0834 (Online)

УДК 303.732.4:303.094:122/129

Естественнонаучные методы в философии: о принципах математического моделирования в диалектике

Аверин Г.В.
averin.gennadiy@gmail.com

Аверин Г.В. «Естественнонаучные методы в философии: о принципах математического моделирования в диалектике». *Будущее теорий моделирования при описании процессов и явлений в природе и обществе связано с тенденцией перехода от качественных моделей к количественным. Возможность использования естественнонаучных и математических методов в философии очень часто вызывает у представителей этой науки формальные сомнения и возражения. То, что естественные науки не могут пока охватить многие области знаний, исторически относящиеся к философии, связано с отсутствием систематизированных эмпирических данных, позволяющих провести формализацию понятий и задач и сформулировать исходные принципы и закономерности для построения прикладных теорий. В данной работе идея общего подхода при моделировании систем различной природы связана с математическим описанием многомерных пространств состояний таких систем и использованием массивов данных наблюдений, представленных в единой структурированной темпоральной (временной) форме. В статье, в качестве примера, делается попытка применить эту идею к формализации некоторых положений и категорий диалектики, как науки о всеобщих законах движения и развития природы и общества. Формулируются общесистемные принципы и гипотезы, которые могут быть использованы при едином описании состояний объектов и систем. Кратко изложены основные положения теории и метод поиска закономерностей и зависимостей для практических приложений. Предложена методика получения уравнений состояний и системно-феноменологических соотношений для описания различных классов объектов и дана характеристика соответствующих этапов процесса моделирования. На конкретных примерах моделирования физико-химических систем, биологических объектов, социально-экономического состояния стран, регионов и городов, анализа исторических и семантических данных и т.д. продемонстрирована возможность построения математических моделей на основе предложенного общесистемного подхода. Показано, что естественнонаучные методы и принципы математического моделирования могут быть введены в логическую структуру диалектики и позволяют получить прикладные модели для системного описания макроскопических свойств природы и общества.*

Ключевые слова: диалектика, объекты различной природы, естественнонаучные методы и принципы математического моделирования, модели описания эмпирических данных, примеры построения моделей.

Введение

В настоящее время в структуре научного знания наблюдается явное разделение на естественные и социогуманитарные науки, которые охватывают различные предметные области исследований. Суть различий затрагивает основания данных наук и определяет процесс формирования парадигм, сложившихся в этих областях знаний. В естественных науках используются естественнонаучные методы познания, которые в своей сути

 ISSN 2411-720X (Print) ISSN 2413-0834 (Online)

объективны, формализованы по отношению к познаваемому классу объектов и отличаются применением количественных моделей при описании процессов и явлений. В свою очередь, методы социогуманитарных наук субъективны, индивидуально конкретны по отношению к экземплярам класса объектов и отличаются использованием качественных моделей.

К общим методам естественных наук относятся – наблюдение и эксперимент, метод гипотез и аксиоматический метод, методы индукции и моделирования. При естественнонаучном исследовании широко применяются системный анализ, математическое и компьютерное моделирование, вероятностно-статистические и имитационные методы и т.д.

В естественных науках чаще всего используется индуктивный научный метод, когда формируется процесс познания от частного к общему, от простого к сложному, от феноменологии, аксиом и постулатов к теориям. В свою очередь, в основе многих социогуманитарных наук лежит дедуктивный научный метод, в рамках которого формируется процесс познания от сложного к частному. И в этом плане имеется существенная гносеологическая проблема – чаще всего онтологии, фундаментальные теории или модели нельзя сформировать на самом сложном уровне на основе интуитивного озарения, а тем более обосновать их справедливость.

В научном познании мира постановка любой задачи заключается в том, чтобы перевести ее словесное (вербальное) описание в формальное, т.е. провести формализацию задачи. В естественных науках предполагается обязательное обобщение и формализация основных закономерностей, характеризующих природные явления, а также их количественное описание путем формулировки исходных фундаментальных гипотез, теорий и моделей. Во всех современных естественнонаучных теориях, так или иначе, при формализации используется как мысленное (абстрактное), так и реальное модельное описание, в частности, физическое, математическое или компьютерное моделирование рассматриваемых процессов или явлений. При этом под моделью обычно понимают некоторое упрощенное представление о реальном объекте, которое, отображая или воспроизводя объект исследования, заменяет его и предоставляет о нем новую информацию, которая не является очевидной. В первооснове построения любой естественнонаучной теории или модели лежат простые и однозначные начальные понятия, определения и гипотезы.

В свою очередь, социогуманитарные науки основаны на мысленном представлении основных закономерностей гуманитарных и общественных процессов путем построения гипотетических, вербальных, метафорических, социально-философских, экспертных и подобных им модельных описаний, которые позволяют получить преимущественно качественные характеристики изучаемых явлений. Отличительной чертой такого подхода чаще всего является изначальное использование сложных и многозначных начальных понятий, определений и гипотез. Количественные модели (например, знаковые математические модели) используются в этих науках значительно реже, что указывает на сложности в построении формальных языков моделирования в данных областях знаний и формулировки на их основе количественных закономерностей.

Если в экономике и социологии достаточно широко используются математические и компьютерные модели и вероятностно-статистические методы [1–7], то в философии и истории применение формализованных моделей относительно редкое событие. Большинство работ, связанных с использованием математических моделей в исторических исследованиях, основано на статистической обработке данных исторических источников и применении некоторых видов аналитических, геоинформационных и имитационных моделей [8, 9]. Последнее время наблюдаются предпосылки к расширению области применения количественных моделей (в том числе и математических) в исторических и некоторых социальных и гуманитарных исследованиях. Развиваются новые междисциплинарные научные направления, такие как социофизика, социоинженерия, квантитативная история, клиодинамика и т.д. [2–4, 6–9], применяющие естественнонаучные подходы и методы.

Однако, если же говорить о философии в целом, то данная наука еще не вышла на этап создания содержательных и наглядных моделей, которые могли бы составить определенную конкуренцию моделям, применяемым в естественных науках. И это связано с некоторыми причинами.

В математике, физике, информатике и других естественных науках используются формальные языки, которые ориентированы на описание количественных закономерностей и отношений между идеализированными объектами.

В свою очередь, язык философии – это обычный естественный язык. Философия так и не смогла создать свой специфический формальный язык. Поэтому, используя только естественный язык, философам не удалось дать строгие формализованные и однозначные определения многим философским понятиям и категориям.

Создание или адаптация формальных языков является закономерным процессом развития любой науки, так как это позволяет систематизировать эмпирические знания, обобщить существующие закономерности и лучше понимать сущность наблюдаемых процессов и явлений.

Также различие парадигм естественнонаучных и социогуманитарных областей знания во многом связано со степенью формализации и идеализации изучаемых объектов и явлений, а также способами представления модельных описаний, используемых в данных областях.

Все естественные науки являются эмпирическими, и на вопрос о возможности существования единого теоретического содержания эмпирического знания по отношению к системам различной природы сегодня не имеется ответа. Философия исторически “претендует” на формулировку такого единого содержания, но пока безуспешно. На качественном гипотетическом уровне, без логической и математической формализации понятий и категорий объективной реальности, без выявления общего феноменологического содержания существующего эмпирического знания это вряд ли возможно. Не удалось это осуществить и в физике, и в общей теории систем, что говорит об исключительной сложности проблемы.

Однако, тенденции, которые наблюдаются в современной науке, указывают на то, что конвергенция естественнонаучного и гуманитарного знания неизбежна. Конвергенция наук – это очень медленный процесс, для влияния на него необходима совокупность идей, на основе которых можно было бы сформулировать критерии изоморфности по отношению к системам различной природы. Некоторые мысли в этом плане высказал И. Пригожин, который много времени и сил потратил на изучение феномена времени [10, 11]. Его мечтой было способствовать унификации естественных наук и философии через решение проблемы времени, что позволило бы наметить черты будущей науки с универсальной методологией. Здесь предполагается исходить из идеи, что логическую природу объектов можно рассматривать как непрерывную серию различных состояний во времени.

Как отмечал И. Кант, «философия есть только идея возможной науки, которая нигде не дана *in concreto*, но к которой мы пытаемся приблизиться различными путями» [12]. Один из таких путей лежит в создании новой методологии моделирования, которая позволяла бы использовать общую логическую схему обработки и анализа эмпирических данных и единую систему построения математических моделей по отношению к различным классам объектов и явлений. Это могло бы стать основой теоретической науки с универсальной методологией, применимой в различных областях знаний.

Исходя из этого, предполагаем искать определенный изоморфизм для систем различной природы по отношению к данным эмпирических наблюдений, представленным в общей структурированной темпоральной (временной) форме. Считаем, что меры схожести состояний объектов и систем, как критерии изоморфности, могут быть связаны с общим системным описанием процессов и явлений как темпоральных закономерностей, которые для объектов различной природы имеют слабую или сильную степень выраженности.

ISSN 2411-720X (Print)
ISSN 2413-0834 (Online)

На основе этого попытаемся ответить на следующие вопросы: Возможна ли высокая степень формализации при описании объектов и явлений в науках, где пока не применяется математическое моделирование и создаются преимущественно качественные модели? Существуют ли системные связи в физических, биологических и социальных явлениях и в чем их суть? Каким путем можно построить общесистемные количественные теории, применимые как в естественных, так и в социогуманитарных науках? Какие универсальные принципы измерений могут быть использованы при построении количественных теорий и моделей?

Суть ответов на поставленные вопросы затрагивает основания многих наук и тесно связана с общими представлениями, которые присущи всем областям знаний. Попробуем воспользоваться "научным багажом" естественных наук, чтобы применить его к математической формализации некоторых положений и категорий диалектики. Считается, что данная наука о наиболее общих законах развития природы, общества и мышления, является онтологическим, гносеологическим и логическим учением, поэтому, на наш взгляд, она более всего ориентирована на работу с темпоральными моделями, характеризующими изменение объектов и систем во времени.

Диалектика, подобно развитым естественным наукам, представляет собой систему принципов, категорий и законов и методологически чем-то родственна этим наукам [13, 14]. Ее положения являются абстракциями более высокого порядка по отношению к конкретным наукам, однако носят качественный и крайне размытый характер. При этом, диалектика построена с отдельными нарушениями логики и, в целом, достаточно запутанно. Однако, противоречия и логические парадоксы тоже имеются в основаниях многих естественных наук.

В математической логике используются методы аксиоматики, в свою очередь, диалектика по своему существу должна представлять систему логических категорий и аксиоматических построений, являющихся результатом синтеза познавательной и практической деятельности. Тем не менее, в данной науке многие общесистемные понятия не четко определены, логическое обоснование множества утверждений отсутствует, аксиоматическое изложение различных разделов диалектики не получило своего развития, хотя попытки этого наблюдались в исследованиях ряда ученых. Также с помощью следствий из теории диалектики не были получены конкретные законы в различных областях знаний, а наука без практических приложений не может претендовать на универсальность.

Как отмечал К. Поппер, "огромные претензии" диалектики на занятие места общей теории мира, не имеют пока под собой не малейшего основания [15]. Сам Гегель утверждал, что зачастую не понимает собственной системы. Сегодня в естественных науках в процессе развития теорий нет необходимости в использовании законов диалектики. Такая ситуация будет продолжаться до тех пор, пока в диалектической методологии будут применяться только качественные методы. Без создания общей количественной теории для описания различных классов объектов и явлений диалектика обречена на качественное обобщение растущего естественнонаучного знания, без чего естественные науки вполне могут обойтись и своим "научным багажом". В современном знании "свято место пусто не бывает", поэтому уже формируются науки, которые вполне могут "взять на себя" роль диалектики в описании реального мира. В этом плане можно привести примеры социофизики, общей теории систем, системодинамики, темпорологии и т.д., где идет процесс поиска универсальных методологий с использованием естественнонаучных и математических методов. Здесь следует не совсем приятный для философов вывод, что используемый сегодня при описании мира «качественный» язык философии менее развит (исходя из целей описания множественности, изменчивости, сложности и системности объектов и явлений), нежели символический язык математики и количественные методы естественных наук. В целом можно утверждать, что в философии по сравнению с естественными науками нет даже признаков общепринятой парадигмы моделирования, а используемый философский понятийный аппарат в принципе не ориентирован на формализацию основных положений и категорий.

Математизация некоторых положений диалектики позволила бы существенно повлиять на общий процесс конвергенции наук. Если аксиоматический метод в математике и метод принципов в физике являются частными методами, то само понятие «принципы науки», на которые претендует диалектика, носит общенаучный смысл. История развития естественных наук свидетельствует, что эмпирические знания можно объединить в логически стройную систему, если установить основополагающие принципы, играющие роль оснований той или иной науки и позволяющие провести математическую формализацию основных положений. В диалектике такими принципами могут выступать темпоральность процессов и явлений в природе и обществе (принцип развития в диалектике), органическое единство качественной и количественной определенности объектов и явлений, а также взаимосвязь статистических и динамических закономерностей, свойственных реальному миру (принцип всеобщей взаимосвязи).

Дальнейшее совершенствование принципов диалектического метода в направлении формализации основных понятий и положений сильно зависит от уровня развития естествознания. В связи с тем, что все естественные науки в своем содержании опираются на анализ и обобщение опытных данных, то возникает основной проблемный вопрос: можно ли применить общую структурно-логическую схему модельного описания данных, характеризующих системы различной природы, для построения теорий в предметных областях? При решении этого вопроса сливаются воедино методы математики, физики, теории систем и информатики по отношению к объектам реального мира, суть диалектического существования которых определена изменениями во времени.

В данной работе онтологический акцент делается на диалектику, так как ее развитие может оказать существенное влияние на нынешнее положение философии. Данная наука утрачивает свои позиции научно-рационалистического мировоззрения и атеизма, подпадая под влияние теологии и богословия. По словам Г. Гегеля и К. Маркса, философия – это квинтэссенция культуры и всех достижений человечества, поэтому одна из задач естественных наук, которые, по большому счету, были рождены натурфилософией, связана с поддержкой этой наиболее близкой по естественнонаучной логике гуманитарной науки.

Формализация понятий и принципы моделирования

Реальный мир изменчив, сложен и множественен, однако един в своей природе. Для моделирования наблюдаемых процессов и явлений реального мира необходимо уметь количественно измерять как свойства объектов, так и их качества.

Множество объектов одного класса может характеризоваться в определенный момент времени оценкой свойств и качеств каждого наблюдаемого объекта по отношению к аналогичным величинам, наблюдаемым у объекта, который условно принят за опорный (эталонный) объект. Аналогичным образом изменчивость может характеризоваться оценкой состояний объектов по отношению к состоянию опорного объекта, которое в прошлом наблюдалось в определенно заданный момент времени. В свою очередь, характеристика сложности объектов должна даваться по отношению ко всему классу изучаемых объектов путем сравнения их атрибутивных характеристик с аналогичными характеристиками некоторого класса объектов, принятого за эталонный.

В каждом вышеуказанном случае необходимо уметь создавать измерительные шкалы для количественной характеристики как отдельных свойств объектов, так и их совокупностей, так как в основу всех наблюдений и экспериментов положен естественнонаучный метод измерений. При этом вопрос измерения или оценки качественной определенности объектов достаточно сложен и малоизучен. Однако, в любом случае процесс оценки качеств объектов, как и их свойств, относителен. В процессе измерений изучаемые объекты должны быть формализованы и идеализированы, т.к. при моделировании приходится создавать абстрактные объекты, прообразы которых имеются в реальном мире.

Формальные естественнонаучные абстракции носят довольно общий характер. Математика, например, “не требует” опытного подтверждения основных положений, достаточно использования логических или аксиоматических обоснований. Именно поэтому, Г. Кантор отмечал, что сущность математики заключается в ее свободе. Физика, в свою очередь, “требует” прямого или косвенного экспериментального обоснования используемых физических принципов.

С диалектикой все обстоит значительно сложнее. Хотя абстракции диалектики носят общесистемный характер, тем не менее, они отражают объективную реальность и должны обобщать эмпирические факты, но по отношению к множеству объектов и явлений различной природы. В этом плане категории и принципы диалектики методологически близки к положениям физики. Однако, в отличие от физики, предмет диалектики охватывает все объекты реального мира. Поэтому соотношение теоретического и эмпирического знания в этой науке, по большому счету, требует выведения из опыта универсальных принципов, которые будут справедливы для различных областей знаний. Как следствие, формализация понятий должна затрагивать объекты и явления реального мира в целом, на основе идеи поиска инвариантов, которые безотносительны к некоторым преобразованиям. Как отмечал М. Борн идея инвариантов является ключом к рациональному пониманию реальности, и не только в физике, но и в каждом аспекте мира, при этом сущность инвариантности состоит в сохранении любого рода объектов по отношению к различным типам изменений [16].

Идея данного исследования связана с представлением массивов эмпирических данных в многомерных фазовых пространствах состояний сложных систем относительно переменных состояния, а также с использованием инвариантов в виде различных эмпирических мер для описания состояний объектов и построения математических моделей. При этом исходим из положения, что логическая природа объектов будет однозначно отражаться в наблюдаемых непрерывных или дискретных реализациях их состояний во времени.

Одной из основных философских категорий является понятие объекта – вещь, процесс или явление, на которые направлена практическая и познавательная деятельность субъекта. В данном исследовании в качестве материального *объекта* будем рассматривать элементы или части реального мира (физические, биологические, социальные и т.д.), которые выделяются и воспринимаются как единое целое в течение длительного времени и которым свойственно многообразие форм материальных движений. Под материальным движением подразумеваем любое наблюдаемое изменение или взаимодействие объектов, при этом суть любых движений выражается в изменении состояний объектов во времени.

Каждый объект обладает определенным набором свойств, которые носят количественный характер. *Свойство* – объективная и атрибутивная характеристика, которая отражает некоторый существенный и неотъемлемый признак или отличительную особенность объекта. *Параметр* свойства – количественная величина, характеризующая свойство объекта и имеющая численное значение. Совокупность свойств формирует количественную определенность объекта.

Класс объектов – множество однотипных объектов, обладающих общими свойствами и качественными признаками. На формализованном уровне под этим будем понимать обобщенное (абстрактное) описание множества однотипных объектов, для которых имеются данные наблюдений о их поведении во времени: физико-химические, технические, астрофизические и геологические объекты, биологические организмы, особи и популяции, исторические и палеонтологические объекты, страны, регионы и города, социальные и производственные объекты и т.д. При этом отдельные объекты являются конкретными представителями своего класса, которые, также как и в информатике, будем называть *экземплярами* класса.

Известно, что каждый объект отличается бесчисленным количеством свойств, единство которых определяет его качество. Однако, в процессе моделирования образ объекта задаётся на конечном множестве отобранных для наблюдения свойств.

ISSN 2411-720X (Print)
ISSN 2413-0834 (Online)

Понятия качество, количество и мера присущи как естественным, так и гуманитарным наукам и играют в диалектике фундаментальную роль. Однако, если исходить из общесистемных понятий, которые могут быть формализованы, то данные категории не имеют общепринятых определений. Философская логика не обеспечивает пока адекватного и формализованного понимания и представления качеств, несмотря на то, что основные особенности объектов определяются их качественными признаками.

В диалектике определение «качество» есть то, что характеризует данный предмет как таковой, что отличает один предмет от другого. Это определение ни о чем конкретно не говорит и опирается на чувственное, а не на аналитическое восприятие мира. Считается, что качество не сводится к отдельным свойствам, а связано с предметом как целым. Часто качество определяют, как совокупность существенных свойств (органическое единство), но при этом оговаривают, что, как считал Гегель, не следует качество однозначно связывать со свойствами, сводя его к простой совокупности свойств.

В монографии [14, с. 122] отмечается, что сущность предмета – это некоторое множество инвариантных для данного предмета элементов, сохраняющих свои характеристики при количественных преобразованиях, однако, что это могут быть за элементы особо не оговаривается. То, что предмет (объект) существует как целое, наблюдаем и подвержен изменениям на протяжении длительного времени, скорее всего, и является содержанием качественного образа предмета. При одной и той же сущности предметы и явления могут обладать различными качествами и свойствами, при этом они могут входить или не входить в один и тот же класс объектов. Поэтому качество будем связывать с видовыми, типовыми, образными отличиями. Диалектические категории должны формулироваться таким образом, чтобы они были пригодны как для качественных, так и формализованных описаний объектов, процессов и явлений. Исходя из этого, дадим следующее определение.

Качество объекта – категория, выражающая сущность объектов и в определенном аспекте отражающая совокупность атрибутивных (существенных) признаков, особенностей и свойств, которые отличают один класс объектов от других и придают данному классу и экземплярам класса качественную определённость.

К понятию «атрибутивные» будем относить существенные (значимые) в наблюдаемых условиях величины, которые при моделировании наиболее полно отражают изменения состояний объекта и могут нести определенное знание по отношению к предметному содержанию изучаемого объекта.

Будем предполагать, что оценка качеств относительна, однако в основу такой оценки должны быть положены величины, связи или отношения инвариантные при преобразованиях параметров свойств объектов и времени.

Используя основные принципы моделирования, предполагаем, что качественная определенность объекта в некотором аспекте качественных признаков (или совокупности свойств) может быть количественно оценена. Оценки качества будем производить на основе использования *комплексных* (интегральных) величин, которые будут характеризовать объект как целое, исходя из системных представлений.

Приведенное выше позволяет в общем случае представить *состояние* объекта в виде совокупности его качественных и количественных характеристик, которые формируются под действием внешних и внутренних условий в конкретный момент времени.

Такой подход при моделировании дает возможность считать, что первой основой для характеристики состояния является количественная определенность объекта, связанная с его свойствами. Совокупность свойств определяет количественную сторону через параметры состояния объекта, которые могут быть измерены. Второй основой для характеристики состояния является качественная определенность объекта, которая количественно может быть оценена с использованием системных величин, комплексно характеризующих изучаемые объекты в целом по отношению ко всему классу объектов, или отдельным экземплярам класса, которые приняты в качестве эталонных для данного класса.

 ISSN 2411-720X (Print) ISSN 2413-0834 (Online)

Органическое единство качественной и количественной определенности объекта будем выражать через меру. Сегодня в философии понятие меры определено на вербальном уровне. В соответствии с существующим определением мера – это философская категория, отражающая единство качественных и количественных характеристик предмета или явления. Очень часто мера трактуется как диапазон или область количественных изменений, которые могут происходить при сохранении данного качества объекта. Исходя только из данных определений, формализовать понятие меры невозможно. Поэтому в дальнейшем введем понятие меры как математическую функцию, выражающую единство качественной и количественной определенности по отношению к некоторому классу объектов, которая отличалась бы особым свойством в пространстве состояний объектов, например, континуальностью, аддитивностью и т.д. Другими словами, меру будем рассматривать как некую функцию, характеризующую пространство состояний или поле состояний для определенного класса объектов.

Исходя из вышеприведенного, предметом моделирования в диалектике будут являться все факты изменения во времени состояний реальных объектов, которые представляют собой закономерный результат различных видов взаимодействий в природе и обществе. При этом органическое единство совокупности качественных и количественных характеристик объектов, которое с течением времени проявляется в наблюдаемых изменениях их состояний, и будет являться основным логическим принципом для развития методов и приемов математического моделирования.

Отсюда следует основная цель применения теории моделирования в диалектике, которая заключается в определении общесистемных связей между предшествующими, текущими и последующими состояниями объектов различных классов с учетом единства качественных и количественных характеристик объектов. Математически описать данную задачу можно путем установления соответствия между статистическими и динамическими закономерностями, которые свойственны объектам и системам различной природы при изменении их состояний во времени. Рассмотрим эти закономерности несколько подробнее.

Сегодня детерминизм представляет собой учение о всеобщей и закономерной связи процессов и явлений в окружающем мире. Индетерминизм исходит из отсутствия какой-либо связи между явлениями во времени. Оба принципа дают противоположные точки зрения на темпоральный характер взаимосвязи событий, процессов и явлений. С прогрессом науки детерминизм становится все более распространенной парадигмой. Ганс Рейхенбах утверждал, что прошлое детерминировано, а будущее не детерминировано, случайно [17]. Противоположной позиции объективной природы наблюдаемых случайных явлений придерживался А. Пуанкаре. Однако, если считать, что прошлое детерминировано, то существующие эмпирические данные (по крайней мере количественные темпоральные данные) могут быть однозначно описаны математическими моделями. В свою очередь, любые данные наблюдений имеют определенные погрешности измерений и оценок, а используемые модели обладают некоторой степенью неопределенности из-за ограниченности наших знаний и т.д. Поэтому данные наблюдений из прошлого тоже могут нести в себе некоторые элементы случайности.

В этом плане всеобщая связь явлений не может быть выражена простыми случаями и крайностями, должно наблюдаться органическое единство этих противоположных точек зрения.

В данном вопросе очень много неясностей и крайностей даже на уровне философских воззрений, не говоря уже об уровне модельных описаний, где следует применять ясные и понятные методологические принципы. Однако, так как все изменения, наблюдаемые в объектах окружающего мира, познаются во времени, то понимание сущности случайности и предопределенности, статистической и динамической закономерности лежит в раскрытии феномена времени, а это одна из основных нерешенных проблем науки.

ISSN 2411-720X (Print)
ISSN 2413-0834 (Online)

В процессе исследования будем исходить из единства и взаимосвязи понятий предопределенности и случайности, детерминированных и вероятностных причинных связей, динамической и статистической закономерности явлений и процессов.

При изучении данной проблемы применительно к процессу моделирования исходим из принципа детерминизма в модельных описаниях. То, что детерминизм органично присущ методологии моделирования является признанным фактом – любая физическая, математическая или алгоритмическая модель с различной степенью достоверности описывает закономерные связи реальных процессов и явлений, в основе которых вполне могут лежать как детерминированные, так и вероятностные особенности. Использование стохастических методов дает возможность ввести элементы неопределенности и тем самым расширить область применения динамических моделей на некоторые классы случайных процессов. Проблема здесь в недостаточности данных и знаний о произошедших процессах и явлениях, а также в ряде случаев в невысокой эффективности используемых для описания моделей. Однако при детерминированном подходе модель любой степени формализации обычно с определенной точностью описывает динамику некоторого закономерного процесса применительно к изучаемому объекту или классу объектов.

В свою очередь, в окружающем нас мире в процессе познания и при отображении всего многообразия явлений не может быть крайностей, закономерные связи во времени могут формироваться исходя из существования как детерминированных, так и вероятностных особенностей, что определяется эмпирическими данными. Поэтому, на основе данных опыта, по аналогии с утверждениями М. Каца и Э. Нельсона [18,19], любое развитие реального природного или общественного процесса во времени будем считать стохастическим процессом.

Все описанное выше позволяет рассматривать во взаимосвязи оба принципа, которые определяют характер процессов и явлений во времени. Далее с детерминизмом будем связывать модельные описания наблюдаемых процессов и явлений, а со стохастическими (случайными) процессами – любые данные и факты эмпирических наблюдений о процессах в реальном мире.

В философии при изучении объектов и систем выделяют также два типа проявления причинной связи, связанных с динамическими (однозначными) и статистическими (вероятностными) закономерностями. Согласно известным определениям динамическая и статистическая закономерности – это формы проявления закономерной связи между предшествующими и последующими состояниями объектов при их изменениях во времени. Динамическая закономерность представляет собой форму причинной связи, при которой данное состояние объекта однозначно определяет все его последующие состояния. Статистическая закономерность – это форма причинной связи, при которой данное состояние объекта определяет все его последующие состояния не однозначно, а лишь с определенной вероятностью, являющейся объективной мерой возможности реализации заложенных в прошлом тенденций изменения и развития. Так как в основе факта установления динамической или статистической закономерности всегда лежит опыт и практика, то различие между этими закономерностями относительно.

Многие известные ученые новую концептуальную парадигму в развитии современной науки видят в синтезе динамических и статистических закономерностей объективной реальности.

Исходя из сказанного выше, в данной работе под *статистической* закономерностью будем понимать любую устойчивую тенденцию в изменении состояний реальных объектов, которая установлена на основе эмпирических данных. В свою очередь, под *динамической* закономерностью будем понимать приближенное описание тенденций изменения состояний, представленное в виде зависимостей с помощью некоторой детерминированной среды моделирования.

ISSN 2411-720X (Print)
ISSN 2413-0834 (Online)

Установление связи между статистической и динамической закономерностями в каждом конкретном случае будем основывать на применении феноменологического метода, позволяющего адаптировать модельные описания процессов и явлений по отношению к данным эмпирических наблюдений.

Теперь примем следующие предположения. Будем считать, что изменение количественной определенности реального объекта во времени характеризуется статистическими закономерностями изменения параметров его свойств. В свою очередь, изменение качественной определенности объекта во времени также вызвано статистическими закономерностями его развития, и определяется взаимосвязью всех его процессов и отношений. При этом для описания взаимосвязи качественной и количественной определенности необходима детерминированная среда моделирования. Подобный подход позволяет провести формализацию сформулированных ранее определений и понятий.

Будем изучать множество объектов одного класса, каждый из которых в определенный момент времени находится в некотором состоянии, исходя из сложившихся внешних и внутренних условий. Информацию о состояниях объектов несут в себе имеющиеся данные эмпирических наблюдений. Предположим, что каждое состояние объекта однозначно определено значениями всех его параметров z_k (в общем случае n). Данные атрибутивные и независимые параметры свойств однозначно характеризуют количественную определенность каждого объекта.

Будем рассматривать данные наблюдений темпоральной структуры. В этом случае речь идет о массивах дискретных данных, которые имеют общую структуру таблиц в виде «объекты – параметры свойств», причем соответствующее количество таблиц h упорядочено во времени с шагом, равным некоторому временному диапазону [20–22]. В частном случае такие данные могут иметь только одну таблицу (рис. 1, $h=1$), это возможно, когда параметры свойств объектов не изменяются на длительных промежутках времени.

Темпоральные базы данных – это массивы данных, хранящие временные данные. В широком смысле – это произвольные данные, которые явно или неявно связаны с определенными датами или промежутками времени. Особенность таких данных в том, что они несут в себе информацию о любых процессах, происходящих в природе и обществе. Ганс Рейхенбах считал, что наше знание о прошлом основывается на протоколах. Под такими протоколами подразумеваются любые документы о прошедших событиях, различная информация и данные о функционировании и поведении объектов и систем в прошлом и настоящем, собранные летописи, описания и базы данных, отражающие наше знание об окружающем мире. Исходя из этого темпоральные данные, как особый вид структурированных количественных протоколов прошлого и настоящего, могут быть описаны с необходимой точностью математическими моделями.

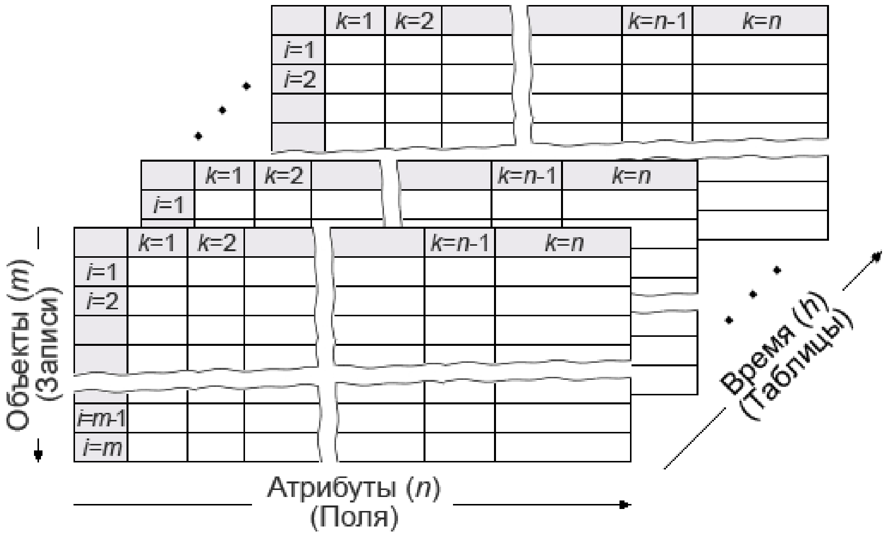
В темпоральных массивах данных в качестве объектов выступают однотипные классы (сущности), соответствующие объектам определенной природы. В качестве параметров (атрибутов), выступают свойства в виде различных физико-химических, биологических, социальных или других величин, имеющих количественное измерение (рис. 1). При этом для каждого процесса изменения состояния объекта характерны определенные последовательности состояний с заданными параметрами свойств, изменяющимися во времени.

Все опытные факты о процессах и явлениях в неживой и живой природе связаны с их представлением именно в виде темпоральных данных. В таких данных время выступает системообразующим фактором по отношению к изменению и развитию объектов различной природы.

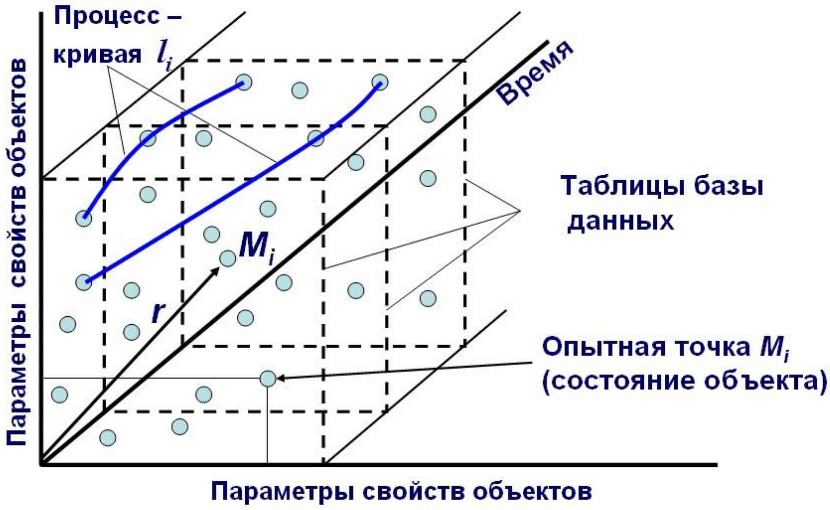
Перед нами стоит цель сформулировать методические принципы обработки и анализа темпоральных массивов опытных данных для получения количественных закономерностей, которые бы имели общий характер и не были бы явно привязаны к той или иной области знаний. Ранее такие принципы были отработаны для физических, биологических и социально-экономических систем [20–27], исходя из представлений, что существует связь между статистическими и динамическими закономерностями и эмпирические наблюдения могут быть всегда структурированы в темпоральных базах данных.

Для темпоральных данных можно построить общую среду моделирования в виде многомерного пространства состояний объектов (так называемого фазового пространства). Предположим, что для m объектов одного класса в темпоральных массивах данных содержится количественная информация о n параметрах z_k ($k=1, 2,…., n$), характеризующих свойства изучаемых объектов (рис. 1). Примем эти величины в качестве переменных состояния.

Множество n переменных для параметров свойств задает n-мерное пространство состояний E^n, где $z=(z_1, z_2,…., z_n)$ $z\epsilon E^n$. Точки этого пространства соответствуют n-мерным наборам значений всех переменных $z_1, z_2,…., z_n$. Будем рассматривать пространство E^n как непрерывную совокупность состояний объектов, которые являются точками этого фазового пространства.



а)



б)

Рисунок 1. – Темпоральные массивы данных, характеризующие изменения состояний объектов: а) структура темпоральных массивов данных; б) пространство состояний объектов. Рисунок взят из источника [23]

ISSN 2411-720X (Print)
ISSN 2413-0834 (Online)

Примем гипотезу о существовании *эмпирической меры* W, которая представляет собой величину, характеризующую в целом состояния объектов, исходя из интегральной оценки качественной определенности объектов. Мера W находится в опыте путем измерений и оценок и представляет собой системную величину, например, эмпирическую температуру, статистическую вероятность событий, характеризующих качественные эффекты и последствия, экспертный комплексный показатель, геометрическую или эмпирическую величину, определяющую положение объекта в пространстве состояний, и т.д. Эта величина однозначно оценивает качественное состояние объектов в определенном аспекте, зависит от параметров свойств объектов $z_1, z_2,\dots, z_n$ и не может быть одним из этих параметров. Математически эмпирическую меру будем рассматривать как особую функцию переменных состояния – функцию, зависящую от нескольких независимых параметров, которые вместе с ней однозначно определяют состояние объектов. Эмпирическая мера является функцией точки, однако не является функцией состояния в своем классическом понимании, так как она не есть аддитивная величина, для которой функция состояния целого (системы) равна сумме функций состояния ее частей. Исходя из этого, будем считать эмпирическую меру особой функцией, заданной в пространстве состояний, подчеркивая тем самым ее эмпирическое содержание. Некоторые особые свойства эмпирической меры опишем чуть далее.

Подобный подход позволяет нам использовать основополагающее понятие математического анализа – понятие функции, и представить эмпирическую меру в виде функции многих переменных. Поэтому, формализуя данный подход в терминах математического анализа, сформулируем представление эмпирической меры в виде функции по отношению к пространству состояний E^n.

Пусть рассматривается множество упорядоченных систем чисел $(z_1, z_2,\dots, z_n)$, которые являются значениями параметров свойств для экземпляров некоторого класса объектов. Если в силу некого эмпирического закона, правила или процедуры измерений каждой системе чисел $(z_1, z_2,\dots, z_n)$ приведено в соответствие число W, то будем считать, что в пространстве E^n определена эмпирическая мера состояния $W=W(z_1, z_2,\dots, z_n)$ как функция n переменных.

Далее предположим также, что при совершении во времени некого процесса l параметры свойств для произвольного объекта всегда представимы параметрическими уравнениями относительно времени τ:

$$z_1=z_1(\tau),\ \ z_2=z_2(\tau),\dots,\ \ z_n=z_n(\tau). \tag{1}$$

Исходя из этого, будем рассматривать только те классы объектов, для которых возможны процессы, отличающиеся существованием и непрерывностью функций (1). Непрерывную кривую в n-мерном пространстве состояний (рис. 1, l_i), образованную уравнениями (1), будем называть линией процесса (физического, биологического, социального и т.д.) для конкретного объекта. Логически можно предположить, что если объект реально существует и не подвержен дискретным (скачкообразным) изменениям, то возможно параметрическое представление изменения его параметров во времени вида (1).

Таким образом, исходная задача общесистемного моделирования применительно к состояниям объектов может быть сформулирована в следующем виде.

Имеются результаты опыта или наблюдения в виде темпоральных данных, относящихся к некоторому множеству однотипных объектов определенной природы. Формируется фазовое пространство состояний E^n относительно параметров свойств объектов. Предлагается некая эмпирическая мера $W=W(M)$ для сравнения в пространстве E^n состояний объектов и процессов, совершаемых объектами, где M – произвольное состояние. В пространстве E^n представлены данные опыта или наблюдений в виде дискретных точек M_i. Априори предлагается математическая модель пространства состояний E^n в виде задания некой среды моделирования. Применяя различные принципы и гипотезы, характеризующие функционирование или поведение объектов во времени, следует построить феноменологическую модель для описания состояний объектов в пространстве E^n, которая

ISSN 2411-720X (Print)
ISSN 2413-0834 (Online)

будет характеризовать эмпирические закономерности, присущие данным опыта или наблюдений.

Основные гипотезы, которые могут быть использованы при описании состояний объектов, связаны принципами общесистемного характера. В качестве таких положений будем использовать принцип континуальности фазового пространства состояний объектов, принцип инвариантности эмпирических мер, а также принцип соответственных состояний, заключающийся в наличии измеряемого сходства в состояниях объектов.

Пусть в n-мерном фазовом пространстве E^n расположено $q=m\cdot h$ дискретных точек M_i ($i=1, 2,\ldots, q$), которые являются опытными данными. Представим эти точки как ограниченную выборку из сплошной гипотетической среды бесконечного количества состояний для объектов одного класса. Используем континуальный принцип представления информации в пространстве E^n [20–22], согласно которому поле состояний считается непрерывным, при этом каждый элемент поля связан со всеми соседними элементами с учетом закономерностей, свойственных пространству состояний E^n. Тем самым используется концепция континуального поля некоторой величины, которая характеризует состояния объектов в целом. Такой величиной и будет выступать эмпирическая мера.

Считаем также, что по отношению к наблюдениям справедлив принцип инвариантности, когда в пространстве состояний дискретные данные формируют некий «образ», отражающий в какой-то степени сущность континуальных закономерностей полевой величины. При этом инвариантность образа будет связана с изометрией пространства E^n, когда сохраняются расстояния между опытными точками M_i, измеренные или оцененные определенным образом в некоторой системе измерений.

Далее, пусть каждой точке M_i поставлена в соответствие эмпирическая мера, которая обладает свойством неизменности по отношению к преобразованиям переменных $z_1, z_2, \ldots, z_n$. Определим данную полевую величину как эмпирическую меру состояний объектов в виде функции нескольких переменных $W=W(M)$. При этом отметим, что эмпирических мер, характеризующих различные качественные аспекты при описании состояний объектов, может быть несколько.

При такой постановке вопроса по отношению ко всему классу объектов эмпирическая мера в своей сущности будет нести эмпирическое содержание (статистическая закономерность), которое, как мы предполагаем, может быть описано с помощью среды моделирования с заданными общими детерминированными свойствами (динамическая закономерность).

В процессе моделирования будем рассматривать квазистационарные и нестационарные процессы, используя при этом известные определения. Для квазистационарного процесса наложим условие существования функциональной зависимости эмпирической меры от параметров свойств в виде:

$$W(\tau)=W(z_1(\tau), z_2(\tau),\ldots, z_n(\tau)), \tag{2}$$

в свою очередь, для нестационарного процесса соответственно в виде:

$$W(\tau)=W(\tau, z_1(\tau), z_2(\tau),\ldots, z_n(\tau)). \tag{3}$$

Таким образом, мы считаем, что любое изменение состояния объекта во времени как единого целого связано с изменением параметров z_k и некими системными характеристиками вида (2)–(3), которые свойственны совокупному процессу изменения его состояния. Подобные характеристики в виде эмпирических мер определяются на основе данных опыта (наблюдения). Любое изменение отдельного свойства объекта в любом процессе изменения состояния также оценивается на основе опыта, однако может быть выделено отдельно и представлено в виде более простой зависимости (1). Этим мы предполагаем существование как функций одной переменной, так и функций многих переменных, которые могут при моделировании характеризовать состояние объекта и его изменение.

 ISSN 2411-720X (Print) ISSN 2413-0834 (Online)

В данном исследовании более подробно будем рассматривать процессы эволюционного развития объектов во времени, подразумевая под этим относительно медленные изменения в состояниях объектов, которые будут описываться зависимостями вида (2).

Введем понятие квазистационарной многокомпонентной функции состояния, которая будет связана с существованием нескольких эмпирических мер.

Пусть в пространстве состояний E^n задано множество Z упорядоченных систем чисел ($z_1, z_2, \ldots, z_n$) для n параметров z_k, представленных числовыми значениями величин. При этом каждому k-тому свойству соответствует один вполне определенный параметр z_k, который является параметрической функцией времени τ в любом процессе его изменения.

Предположим также, что задано множество W упорядоченных систем чисел ($w_1, w_2, \ldots, w_p$) из p эмпирических мер, являющихся количественными оценками состояний объектов по каждому j-тому качественному признаку. При этом всякому качественному признаку соответствует одна вполне определенная оценка эмпирической меры w_j, которая является результатом опыта и зависит от времени.

Если, в силу некого эмпирического закона, правила или процедуры измерений, каждому элементу из множества Z приведен в соответствие элемент из множества W, то будем считать, что в пространстве E^n в виде совокупности эмпирических мер определена многокомпонентная функция состояния по p качественным признакам вида:

$$\begin{cases} w_1(\tau) = W_1(z_1(\tau), z_2(\tau), \ldots, z_n(\tau)) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ w_j(\tau) = W_j(z_1(\tau), z_2(\tau), \ldots, z_n(\tau)) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ w_p(\tau) = W_p(z_1(\tau), z_2(\tau), \ldots, z_n(\tau)). \end{cases} \tag{4}$$

Далее предположим, что функции W_j непрерывны и дифференцируемы. В частном случае, когда существует одна эмпирическая мера (оценен один компонент, $j=1$), функция состояния представляется в виде одной действительной функции многих переменных вида (2). Для нестационарных процессов функции W_j в системе уравнений (4) будут зависеть от времени, в соответствии с (3).

В общем случае функция состояния (4) представляет собой систему функций, зависящих только от одной независимой переменной – параметра времени τ. Именно время накладывает определенные ограничения по изменению состояний объектов в пространстве свойств. При этом величина времени τ определяется согласно общепринятой системы измерения времени.

Исходя из всего вышеприведенного, при графическом представлении состояния объектов будут изображаться точками многомерного пространства E^n, а процессы изменения состояния – линиями этого пространства. Отметим, что в рамках общей формулировки математической задачи мы можем предполагать равновозможную реализацию процессов в окрестности произвольного состояния M. Однако, при наложении на функционирование или поведение объектов ограничений, связанных с учетом особенностей данных, состояния и процессы их изменения уже не будут обладать свойством равновозможной реализации.

Таким образом, при моделировании множества состояний для некого класса объектов может быть построена формализованная среда моделирования, обладающая заданными свойствами и позволяющая описать континуальные закономерности в виде математических зависимостей. Подобная среда моделирования представляется в виде n-мерного пространства параметров свойств E^n.

Важным положением при моделировании процессов различной природы является также принцип соответственных состояний, который более подробно будет раскрыт ниже.

Далее, все приведенное ниже, будет относиться к каждой эмпирической мере в системе уравнений (4), поэтому соответствующие индексы при изложении материала опустим, а для величин w_j используем общее обозначение W.

 ISSN 2411-720X (Print) ISSN 2413-0834 (Online)

Выбор эмпирических мер и моделей пространства состояний

Будем рассматривать метрические пространства и считаем, что способ определения расстояния между двумя произвольными состояниями известен и задан системой измерения эмпирической меры, как величины для оценки схожести состояний объектов.

Основная гипотеза моделирования связана с возможностью описания континуальных закономерностей путем установления связи между полевой величиной в виде эмпирической меры $W(M)$ и априори заданной моделью фазового пространства состояний в виде вещественно однозначной функции $T=T(z_1, z_2, ..., z_n)$.

Предполагается, что эмпирическая мера может быть описана скалярным полем $W=W(M)$, которое инвариантно при преобразованиях координат. Данная величина будет отражать эмпирические особенности и закономерности наблюдаемых состояний и процессов их изменения как геометрических образов (точек и кривых) в пространстве E^n, исходя из полевых представлений. Меру W следует определять на основе данных опыта, характеризующих положение точек поля M_i по отношению к характеристикам отдельных объектов или группы объектов в целом, например, по измерению эмпирических или геометрических характеристик полевой величины, определению вероятностей состояний или наблюдения значимых событий и т.д.

В свою очередь, модель пространства состояний будет задана скалярной функцией, зависящей от переменных состояния. Данная величина будет отражать особенности фазового пространства как сплошной среды, исходя из той или иной принятой математической модели. В зависимости от специфики решаемой задачи ее будем представлять в виде простых зависимостей относительно всех n переменных. При этом функцию T следует определять по значениям переменных состояния по отношению к используемой системе координат.

Эмпирические меры состояний объектов. Из сказанного выше важным является выбор мер W как качественных характеристик состояний объектов или процессов изменения состояний, а также разработка систем количественного определения этих величин. Эмпирическая мера должна быть инвариантом в пространстве состояний и комплексно характеризовать состояния объектов, а также их изменения, соответствовать понятию скалярных величин, иметь область определения от нуля до $+\infty$ или от $-\infty$ до $+\infty$, давать возможность оценивать состояния и процессы изменения состояний на основе принятой системы измерений применительно ко всему фазовому пространству E^n. Данная полевая величина будет непосредственно связана с особенностями распределения опытных данных, т.к. определяется по отношению к опорному состоянию M_0 или всей группе дискретных точек M_i в целом и не зависит от принятой системы координат для переменных состояния.

Для сравнения состояний объектов между собой могут быть использованы следующие эмпирические меры.

1) Геометрические величины:

- евклидово расстояние $$W=\sqrt{(z_1-z_{10})^2+...+(z_n-z_{n0})^2}\,; \qquad (5)$$

- манхэттенское расстояние $$W=|z_1-z_{10}|+..+|z_n-z_{n0}|; \qquad (6)$$

- степенное расстояние $$W=\sqrt[\beta]{(z_1-z_{10})^\alpha+...+(z_n-z_{n0})^\alpha}\,; \qquad (7)$$

- экспертное расстояние $$W=\alpha_1\frac{z_1-z_{1\min}}{z_{1\max}-z_{1\min}}+...+\alpha_n\frac{z_n-z_{n\min}}{z_{n\max}-z_{n\min}}, \qquad (8)$$

где z_{k0} – значения параметров опорного состояния; $z_{k\ \min}$, $z_{k\ \max}$ – максимальные и минимальные значения параметров свойств; α_k – весовые коэффициенты; ($k=1, 2,…, n$).

2) Эмпирические величины:

- время;

ISSN 2411-720X (Print)
ISSN 2413-0834 (Online)

- стоимость объекта;
- температура объекта;
- количество теплоты;
- энергия объекта;
- физические потенциалы и т.д.

Указанные величины для опорного состояния принимаются постоянными.

Использование эмпирических величин для измерений широко распространено в физике, химии, метеорологии, геологии, биологии, психологии, социологии, а также в науках, связанных с безопасностью систем и т.д. Наиболее распространенная форма получения эмпирических шкал характеризуется как метод двух точек. В этом случае выбираются два состояния, которые достоверно могут быть воспроизведены или наблюдаемы, и для этих состояний на шкале отмечаются две опорные (реперные) точки. Этим способом формируется база шкалы и задается линейная зависимость для эмпирической меры θ. Далее весь интервал шкалы разбивается на произвольно выбранное число равных делений (чаще всего 5, 10, 12, 100). Изменение одного деления принимается за единицу измерения шкалы, которая называется процентом, долей, градусом, пунктом, балом и т.д. Для комплексного измерения состояний объектов выбирается некоторая величина, например x, которая является количественной мерой и однозначно связана с измеряемой эмпирической мерой θ. Устанавливается связь между значениями величин этих величин. Для нестационарных массивов статистических темпоральных данных в качестве величины x может использоваться время, для стационарных массивов – это может быть длина линии, соединяющей реперные точки, или некоторое метрическое свойство объекта. Имеется много способов установления соответствия между величинами x и θ, использование которых определяется конкретной прикладной задачей.

3) Вероятностные величины:

- статистическая вероятность наблюдения состояния объекта в определенном объеме фазового пространства E^n при группировке данных, исходя из заданного количества диапазонов группирования;
- относительная частота наблюдения состояний всех объектов в определенном объеме пространства E^n, образованного состоянием каждого объекта (точка M_i, представленная в виде правой верхней вершины многомерного параллелепипеда);
- статистическая вероятность событий, отражающих состояние объектов в некоторых аспектах и т.д.

При использовании вероятностных величин эмпирическая мера получается путем отображения значений вероятности $(0 \le w \le 1)$ на интервал от нуля до $+\infty$ или от $-\infty$ до $+\infty$ с помощью применения логарифмической функции $W=-ln(w)$, пробит-функции вероятности $W=Pr(w)$ и т.п.

4) Групповые (кластерные) меры:

- мера попарного среднего, когда каждой точке M_i ставится в соответствие среднее расстояние между данной точкой и всеми остальными опытными точками, как с учетом, так и без учета веса каждой точки;
- центроидная мера, когда каждой точке M_i ставится в соответствие расстояние между данной точкой и центром тяжести для всего массива опытных точек, как с учетом, так и без учета веса каждой точки и т.д.

5) Алгоритмические меры:

- алгоритмические меры сходства между объектом и классом (например, расстояние Махаланобиса и др.);
- меры схожести, полученные на основе применения методов регрессионного анализа, искусственных нейронных сетей, алгоритмов МГУА, позволяющих построить системы измерения эмпирических мер;

 ISSN 2411-720X (Print) ISSN 2413-0834 (Online)

- меры схожести объектов, основанные на математических методах обработки экспертной информации и т.д.

Обычно определение вероятностных величин, кластерных мер и мер, использующих интеллектуальный анализ данных, основывается на применении различных вычислительных алгоритмов [20, 21, 28].

Модели пространства состояний.

Модель фазового пространства состояний будет связана с переменными состояния $z_1, z_2, ..., z_n$ и должна быть задана относительно простыми функциями, зависящими от этих переменных, как координат пространства E^n. Модель пространства E^n в зависимости от специфики решаемой задачи будем представлять в виде непрерывных функций относительно всех n переменных мультипликативными, аддитивными, степенными, однородными или иными зависимостями. В этом случае в качестве модели могут быть использованы различные скалярные функции в виде:

- меры относительных изменений $$T = \frac{z_1 z_2 ... z_n}{z_{10} z_{20} ... z_{n0}}; \tag{9}$$

- степенной меры относительных изменений $$T = \alpha \left(\frac{z_1}{z_{10}}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{z_2}{z_{20}}\right)^{\alpha_2} ... \left(\frac{z_n}{z_{n0}}\right)^{\alpha_n}; \tag{10}$$

- простого евклидового расстояния или квадрата этого расстояния

$$T = \sqrt{z_1^2 + z_2^2 + ... + z_n^2}; \tag{11}$$

$$T = z_1^2 + z_2^2 + ... + z_n^2; \tag{12}$$

- простой или взвешенной суммы $$T = z_1 + z_2 + ... + z_n; \tag{13}$$

$$T = \alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2 + ... + \alpha_n z_n; \tag{14}$$

- других простых геометрических мер, отвечающих специфике решаемой задачи.

При использовании вероятностных эмпирических мер модель пространства состояний может быть представлена, например, в виде геометрической вероятности:

$$T = \frac{z_1 z_2 ... z_n}{z_{1\max} z_{2\max} ... z_{n\max}} \tag{15}$$

или меры относительных изменений (9).

В данной работе рассматриваются скалярные функции T, входящие в класс мультипликативных или однородных функций. Выбор той или иной эмпирической меры и скалярной функции определяется спецификой решения конкретной задачи и качеством получаемых уравнений связи, исходя из проведенной обработки данных.

Далее покажем, что во многих случаях решения системных задач на основе опытных данных можно установить однозначную связь между эмпирическими мерами W и принятыми функциями T.

Оценка качеств объектов и построение измерительных шкал

Важной задачей является построение измерительных шкал для оценки качеств объектов, исходя из возможности применения различных эмпирических мер. В основу этого может быть положен термодинамический метод, использующий феноменологический подход и отличающийся применением естественно-научных принципов по отношению к системному описанию состояний объектов.

ISSN 2411-720X (Print)
ISSN 2413-0834 (Online)

Среди таких принципов следует выделить принцип соответственных состояний, согласно которому состояния объектов могут подчиняться одному уравнению, если это уравнение выразить через некоторые приведённые переменные. Это позволяет установить определенный изоморфизм по отношению к состояниям объектов одного класса.

При моделировании необходим также принцип, отражающий определенное сходство по отношению к процессам, которые совершают изучаемые объекты. В качестве такого закона можно принять принцип подобия, согласно которому все процессы, протекающие в подобных объектах, обладают одной и той же природой и описываются одинаковыми уравнениями. Очень часто при сравнении состояний и процессов для объектов одного класса сохраняется (или может измеряться) отношение между некоторыми наблюдаемыми величинами.

По аналогии с термодинамикой, будем использовать взаимосвязь статистических и динамических закономерностей при совершении любого процесса l в окрестности произвольного состояния M, предполагая справедливость соотношений вида $dW=c_l dT$, где W – эмпирическая мера, принятая для оценки качеств; T – скалярная функция, заданная в качестве модели пространства состояний; c_l – феноменологическая величина, которую будем называть темпоральностью процесса l. Данное соотношение определяет связь между приращениями величин и, в определенной степени, связано с понятием производной по направлению. Это позволяет сравнивать между собой процессы, которые совершаются объектами и оцениваются через изменения эмпирической меры, по отношению к изменениям функции T. В свою очередь, состояния объектов в каждой точке M можно сравнивать между собой по отношению к значениям эмпирической меры W и функции T в этой точке.

Указанные выше принципы используем при моделировании [20–26]. При этом особо отметим, что в данном исследовании применяем логику термодинамического метода без формального переноса имеющихся понятий и зависимостей в новую предметную область.

Принцип соответственных состояний широко используется при построении моделей объектов и систем. Количественные знания о свойствах различных объектов обычно представляются в форме уравнений состояний, где одни параметры выражаются через другие. Уравнения состояния строятся на основе опытных данных и отражают эмпирический опыт человечества в области изучения систем самой разной природы. Обычно такие уравнения состояния представляются в виде:

$$F\left(\frac{z_1}{z_{10}}, \frac{z_2}{z_{20}}, \dots, \frac{z_n}{z_{n0}}\right) = 0\,, \tag{16}$$

где z_{k0} – значения параметров опорного состояния для объектов одного класса.

В уравнении (16) параметры z_k, характеризующие свойства, совокупностью которых определяются состояния объектов, связаны друг с другом: с изменением одного из них изменяется, по крайней мере, еще одно. Для построения уравнений выбирается опорный объект или опорное состояние, и все остальные состояния соотносятся с выбранной точкой в пространстве E^n. В общем случае принцип соответственных состояний можно сформулировать в виде: для объектов одного класса может наблюдаться закономерность, когда состояния объектов связаны с некоторыми характерными состояниями одинаково. Справедливость принципа в каждом случае проверяется по имеющимся опытным данным.

Указанный принцип позволяет построить шкалу для относительного сравнения состояний объектов между собой по факту изменения значений эмпирической меры. Процедура построения таких шкал досконально проработана в термометрии [29–31]. Воспользуемся соответствующей логикой построения шкал для сравнения состояний объектов, исходя из представления фазовых пространств E^n в виде метрических пространств. Сущность метода заключается в выборе в пространстве E^n как опорного состояния, так и некоторого эталонного процесса. Это связано с тем, что при моделировании необходимо иметь возможность сравнивать между собой как состояния объектов, так и процессы, совершаемые этими объектами.

ISSN 2411-720X (Print)
ISSN 2413-0834 (Online)

Известно, что расстояние между двумя состояниями, принадлежащими одной линии процесса, совершенного за время $\Delta\tau$, является инвариантом, так как геометрически его можно рассматривать как интервал между двумя точками. Поэтому, если задать в пространстве E^n некий эталонный процесс между двумя опорными состояниями, то можно сравнивать между собой различные процессы, совершаемые объектами, относительно этого эталонного процесса. Для их сравнения может быть использован критерий в виде различных отношений для отрезков кривых процессов (или других величин), описываемых состояниями объектов за заданную единицу времени. Если этот критерий может быть определен по опытным данным, то можно говорить о возможности сравнения процессов в пространстве состояний E^n.

Исходя из этого, в начале построим шкалу для относительного сравнения состояний объектов [24–26]. Выберем некий линейный эталонный процесс (рис. 2), совершенный за время $\Delta\tau$, на котором отметим опорное состояние M_0.

Данный процесс может относиться непосредственно к наблюдаемому объекту, состояния которого меняются с течением времени, или к некоторому виртуальному процессу, соединяющему два особо выделенных состояния для различных периодов времени. В случае, если состояния объектов не изменяются с течением времени (частный случай темпорального массива данных с одной таблицей), это может быть просто отрезок между двумя выбранными опорными состояниями. На эталонном процессе для четко заданного временного диапазона отмечаем второе опорное состояние M_0' и два указанных состояния соединяем прямой линией. Полученный отрезок делим на заданное количество одинаковых интервалов, например, 100, и устанавливаем длину полученных отрезков σ, исходя из известных значений эмпирической меры и параметров свойств в точках M_0 и M_0'.

Далее из начала координат проводим луч OM_0 и находим длину отрезка OM_0. Шкалу для измерений состояний объектов формируем в виде некоторого индекса θ применительно к лучу OM_0 с единицей измерения σ, при этом длина отрезка OM_0 в данной шкале измерений составит $\theta_0 = l_{OM_0}/\sigma$. Для определенности и формирования отличий от термодинамики назовем данный индекс θ менсурой (от лат. *mensura* – *мера*) и зададим соответствующую единицу измерения, например, в виде градуса менсуры °*M*, который геометрически будет равен длине σ. Теперь, проводя радиус-вектор $\vec{r}$ до каждой точки *M* и определяя его модуль $|\vec{r}|$, можно в полученной шкале измерить состояние *M* в градусах менсуры (рис. 2).

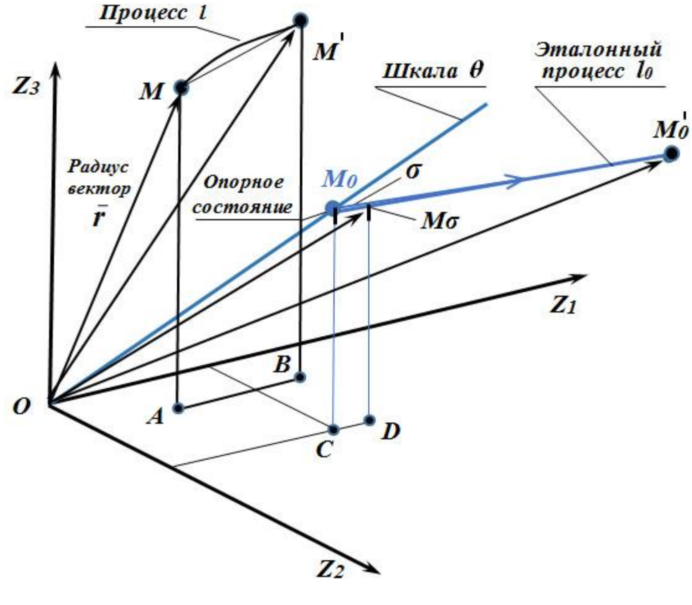


Рисунок 2. – Система построения шкалы для оценки качеств по отношению к опорному состоянию и эталонному процессу

 ISSN 2411-720X (Print) ISSN 2413-0834 (Online)

Длины отрезков в многомерном евклидовом пространстве будем определять по известной формуле:

$$l_{ab} = \sqrt{(z_{1b} - z_{1a})^2 + .. + (z_{nb} - z_{na})^2}\ , \tag{17}$$

где a и b – начало и конец некоторого отрезка ab. При этом параметры свойств должны быть приведены к безразмерному виду или необходимо использовать одинаковые единицы измерения. Подробно методика построения шкал для измерения состояний объектов в евклидовом пространстве дана в [24]. Длины отрезков в других метрических пространствах будем находить с учетом принятых способов определения скалярных функций T и эмпирических мер и используемых систем измерения расстояний в пространстве E^n.

Исходя из выше приведенного, для континуального пространства состояний E^n можно искать модель в виде феноменологического уравнения состояния:

$$\theta = f\left(\frac{z_1}{z_{10}}, \frac{z_2}{z_{20}}, \dots, \frac{z_n}{z_{n0}}\right), \tag{18}$$

где величина $\theta = l_{OM} / \sigma$ выражается в относительных единицах измерения.

Существуют другие способы построения шкалы менсуры. Например, линейную шкалу θ на основе эталонного процесса M_0M_0' можно создать, используя известные значения эмпирической меры W: $\theta = 100\dfrac{W - W_{M_0}}{W_{M_0'} - W_{M_0}}$. Далее устанавливаем связь величины θ с текущими состояниями опорного объекта для процесса M_0M_0', которые выражаем через параметры свойств или время. Можно предложить алгоритм определения значений θ при изменении параметров свойств опорного объекта, т.е. «создать» своего рода «термометр» для оценки различных состояний объектов в пространстве E^n.

Если на основе опытных данных для объектов одного класса будет установлено общее уравнение вида (18), то в этом случае можно говорить о справедливости принципа соответственных состояний. Это дает возможность эмпирического обоснования понятия менсуры, как особой функции, характеризующей состояния объектов в пространстве E^n по совокупности параметров. Исходя из уравнения (18), менсуру можно определить как геометрическую (или иную: эмпирическую, вероятностную и т.д.) меру отклонения состояния изучаемого объекта от опорного состояния, стандартизированного для изучаемого класса объектов.

Следует отметить, что для задания менсуры можно использовать разные модели пространства состояний, а также предложить различные способы измерения расстояний в пространстве E^n, например, относительно различных опорных точек, по отношению к выбранным плоскостям, центрам тяжести и т.п. Можно применять различные меры схожести на основе оценки вероятностей или других эмпирических величин. Например, в термодинамике роль эмпирической меры для относительного сравнения состояний термодинамических систем между собой выполняет величина эмпирической температуры, а модели пространства состояний – особая функция, которая называется абсолютной температурой. Для идеального газа данная температура на плоскости (υ, p) представляет собой параметр в виде отношения площадей. С целью определения абсолютной температуры площадь прямоугольника, для которого проекция состояния $M(\upsilon, p)$ является правой верхней вершиной (точка A, рис.2), относится к аналогичной площади для проекции $M_0(\upsilon_0, p_0)$ стандартизированного опорного состояния (точка C) в виде $T = p\upsilon/(p_0\upsilon_0)$. В свою очередь, между эмпирической и абсолютной температурами устанавливается линейная связь.

Единица менсуры может определяться в градусах, пунктах, балах и т.п. или в виде специально заданной единицы измерения. Все это дает возможность предложить несколько

ISSN 2411-720X (Print)
ISSN 2413-0834 (Online)

различных систем для измерения состояний объектов, а задача сравнения состояний сводится к выбору наиболее оптимальной шкалы измерения менсуры и адекватного способа определения соответствующей эмпирической меры.

Таким образом, шкалу менсуры можно представить как систему сопоставимых числовых значений геометрических или эмпирических величин для оценки состояний объектов в фазовом пространстве E^n.

В данном примере в качестве эмпирической меры применена величина расстояния $W=l_{OM}$ до точки M. Далее при обработке данных использованы и другие эмпирические меры, речь о которых велась в предыдущем разделе статьи.

Так как в пространстве E^n каждому состоянию M однозначно ставится в соответствие значение эмпирической меры W, оцененное определенным образом, то по соглашению всегда можно выбрать способ определения длины отрезка M_0M_0' или меру сходства между состояниями M_0 и M_0'.

Таким образом, при создании измерительных шкал качеств (состояний) объектов используем метрические методы шкалирования наподобие температурных шкал в термометрии. В случае формирования шкалы для определенного вида темпоральных данных может быть сформулирована прикладная теория их описания.

Если для описания состояний объектов можно использовать понятие менсуры, которая комплексно характеризует каждое состояние и представляет собой функцию, зависящую от положения точки M, то для описания процессов следует ввести понятие количества воздействия в виде функции линии. Представление о количестве воздействия впервые было предложено А. Гухманом для характеристики различных взаимодействий [31]. При этом данная величина связана с процессом изменения состояния объекта и уровнем внешних воздействий среды на него.

Будем считать, что количество воздействия однозначно характеризует процесс, может быть определено через некую эмпирическую меру W_l и принятую по соглашению систему измерения этой величины (рис. 2).Соединим точки M и M', принадлежащие процессу l, прямой линией MM' и предположим, что для небольших периодов времени количество воздействия при изменении состояния от M до M' пропорционально, например, площади S_l треугольника OMM', которая может быть выражена через векторное произведение радиус-векторов $\overrightarrow{OM}$ и $\overrightarrow{OM'}$. Зададим единицу измерения количества воздействия, которая будет равна площади δ, приходящейся на один градус менсуры вблизи опорной точки M_0 эталонного процесса l_0 (площадь треугольника OM_0M_σ, рис. 2). Для сравнения процессов будем использовать критерий сходства в виде отношения площадей S_l и δ: $W_l = S_l/\delta$. Примем отношение W_l в качестве количества воздействия и зададим соответствующее значение в виде единицы измерения, которая геометрически будет равна площади δ. Назовем данную единицу измерения количества воздействия, например, *темполорией* (по аналогии с *калорией* в термодинамике), исходя из того, что любой процесс определяется, в первую очередь, его темпоральной длительностью. Векторное произведение определим в соответствии с известными формулами через проекции векторов на оси координат.

Можно предложить и другие способы измерения количества воздействия. Например, в термодинамике количество теплоты (количество тепловой энергии, в принятом представлении количество воздействия) в координатах T и s определяют по отношению площадей $AMM'B$ и $CM_0M_\sigma D$. При этом количество теплоты $dQ=Tds$ находят через абсолютную температуру T (аппликату AM) и условную длину процесса l, которая рассчитывается через значения энтропий состояний M и M'.

Эталонный элементарный процесс M_0M_σ при количестве теплоты в одну калорию характеризует физический процесс нагрева 1 грамма воды на 1 градус Цельсия при

ISSN 2411-720X (Print)
ISSN 2413-0834 (Online)

стандартном атмосферном давлении и начальной температуре воды 15°С, при этом 1 кал ≈ 4,1855 Дж.

По аналогии с термодинамикой для трех переменных z_1, z_2, z_3 можно предложить способ измерения количества воздействия на основе величины $W_l = S_l / \delta$, где площадь S_l равна, например, сумме площадей трапеций, образованных проекциями точек M и M' на три координатные плоскости (трапеция $AMM'B$ и аналогичные ей). Единица измерения δ будет определяться подобным образом в виде суммы трех площадей, одна из которых характеризуется трапецией $CM_0M_\sigma D$.

В случае, если построена шкала менсуры θ, то для каждого состояния на линии процесса MM' может быть задана функция $\theta = \theta(M)$. Также, если исходить из существования зависимости (1), то величина энтропии будет однозначно зависеть от времени $s = s(\tau)$, так как эта величина определяется непосредственно через переменные состояния.

Поэтому, самый простой способ сравнения процессов между собой заключается в измерении площадей под кривыми MM' в координатах (θ, τ) в интервале между начальным и конечным состояниями. Критерий сходства может быть взят в виде отношения площадей $W_l = \int_{\tau_0}^{\tau_1} \theta(\tau)\, d\tau \Big/ \delta$. Здесь δ равно площади под линией процесса M_0M_σ в координатах (θ, τ), которая будет соответствовать изменению в один градус менсуры для эталонного процесса вблизи первой опорной точки. Соответствующие площади могут определяться интегрированием функции менсуры относительно параметра времени τ с учетом длительности каждого процесса. При этом время $\Delta\tau$ для процесса M_0M_σ или $M_0M'_0$ должно быть стандартизировано.

В термодинамике количество теплоты $dQ=Tds$ определяется аналогичным образом через значения температуры T и энтропии состояния, которая связана, в свою очередь, со временем τ.

Таким образом, если при изучении некоторого класса объектов выбраны в качестве переменных состояния две величины z_1 и z_2, то необходимо использовать при построении моделей описания данных две эмпирические меры – одну для сравнения состояний объектов W между собой, а вторую W_l для сравнения протекающих процессов. При использовании трех переменных состояния требуется уже использование трех эмпирических мер и т.д. Это необходимо для замыкания исходных уравнений, описывающих функционирование или поведение объектов во времени, и получения расчетных зависимостей. Также это позволяет определить темпоральности процессов c_l при изменениях состояний объектов в различных условиях.

Сформулированные подходы позволяют предложить способы измерения менсуры и количества воздействия в различных процессах изменения состояний объектов. Особо отметим, что задача сравнения между собой как состояний, так и процессов сводится к выбору оптимальных систем измерения.

Теперь сформулируем основные положения теории применительно к многомерным системам.

Краткие основы теории развития систем

Для построения теории будем использовать системно-феноменологический подход, предложенный ранее автором [20, 24, 32] и развитый вместе с соавторами в работах [21, 23, 25, 26, 27, 36]. Для ограничения объема статьи не будем повторять выводы теоретических зависимостей, изложенных в данных работах, а положения теории изложим в сжатом виде.

Предположим, что по соглашению принята некая система измерения эмпирической меры. Для моделирования сформулируем следующие постулаты.

ISSN 2411-720X (Print)
ISSN 2413-0834 (Online)

1. Пусть в пространстве состояний E^n каждой точке M поставлено в соответствие действительное число W, которое будем называть эмпирической мерой состояния.

2. Величина $W=W(M)$ является функцией точки и образует скалярное поле, которое является непрерывным в области E^n.

Для построения феноменологической модели описания процессов изменения состояний в пространстве E^n используем гипотезу, что скалярное поле эмпирической меры W может быть математически описано в окрестности произвольной точки M. Будем считать, что вблизи данной точки осуществляется некий процесс изменения состояния. Для моделирования скалярного поля эмпирической меры $W=W(M)$ необходимо построить модель в виде функции независимых переменных $z_1, z_2, \dots, z_n$. Предположим, что в области E^n можно априори задать некую непрерывную скалярную функцию $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$, на основе которой будет формироваться такая математическая модель. При известной функции $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ и значениях переменных $z_1, z_2, \dots, z_n$ в области E^n можно сформировать еще одно поле, которое далее будем называть средой моделирования.

Исходя из этого, для построения в общем случае феноменологической модели сформулируем следующий постулат.

3. Пусть в пространстве состояний E^n скалярное поле величины W и поле функции T однозначно связаны между собой. Если в окрестности любой точки M осуществляется некий процесс l, то для линии процесса l справедливо соотношение $dW=c_l\,dT$, где c_l – эмпирические величины, которые являются функциями процесса и определяются в опыте.

Выберем в пространстве E^n произвольную точку M. Будем считать, что вблизи данной точки осуществляется элементарный процесс, в результате которого состояние некоторого объекта изменяется от начального M до конечного состояния M' (рис. 2). Тогда элементарное приращение эмпирической меры W можно представить в виде:

$$dW=\left(\frac{\partial W}{\partial z_1}\right)dz_1+\left(\frac{\partial W}{\partial z_2}\right)dz_2+\dots+\left(\frac{\partial W}{\partial z_n}\right)dz_n \qquad (19)$$

Исходя из третьего постулата, который определяет связь полевой величины W со скалярной функцией T, $(dW=c_l dT)$, предположим, что:

$$\left(\frac{\partial W}{\partial z_1}\right)=c_1\left(\frac{\partial T}{\partial z_1}\right);\quad \left(\frac{\partial W}{\partial z_2}\right)=c_2\left(\frac{\partial T}{\partial z_2}\right);\dots;\left(\frac{\partial W}{\partial z_n}\right)=c_n\left(\frac{\partial T}{\partial z_n}\right),\ \text{откуда} \qquad (20)$$

$$dW=c_1\left(\frac{\partial T}{\partial z_1}\right)dz_1+c_2\left(\frac{\partial T}{\partial z_2}\right)dz_2+\dots+c_n\left(\frac{\partial T}{\partial z_n}\right)dz_n,$$

где c_k – величины, которые самом общем случае зависят от параметров свойств $z_1, z_2, \dots, z_n$, однако, в элементарной окрестности точки M их можно считать постоянными.

Как уже указывалось выше основное отличие скалярного поля эмпирической меры W от вещественно однозначной функции координат $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ состоит в том, что скалярное поле $W=W(M)$ не связано с выбором системы координат, а функция $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ связана с выбором координатных осей для независимых переменных $z_1, z_2, \dots, z_n$. Поэтому эмпирическая мера W представляет собой скаляр, а величина $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ вещественную функцию в виде аналитического выражения. Также, как следует из (20), в данном случае мы пришли к необходимости изучения многомерной формы Пфаффа, которая интегрируема в области E^n, так как второй постулат постулирует существование скалярного поля эмпирической меры.

Приведенных выше постулатов (1.) – (3.) и факта получения при обработке данных уравнения состояния достаточно для обоснования принципа существования энтропии пространства состояний и получения математической формы закона сохранения меры для многих переменных.

В работах [20, 24, 32] показано, что для сред моделирования в виде однородных, мультипликативных и экспертных функций (например, простые функции (9), (10), (11) и (14)) получение теоретических зависимостей связано с решением линейного неоднородного уравнения в частных производных первого порядка вида:

$$\frac{z_1}{c_1}\frac{\partial W}{\partial z_1}+\frac{z_2}{c_2}\frac{\partial W}{\partial z_2}+...+\frac{z_n}{c_n}\frac{\partial W}{\partial z_n}=\beta\, T\,, \tag{21}$$

где β – константа, определяемая видом функции $T(z_1, z_2, \dots , z_n)$.

Данное уравнение является линейным неоднородным уравнением в частных производных первого порядка. Решение уравнения (21) методом характеристик, когда характеристики определяются системой обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\beta\, c_1\frac{dz_1}{z_1}=\beta\, c_2\frac{dz_2}{z_2}=...=\beta\, c_n\frac{dz_n}{z_n}=\frac{dW}{T}=ds\,,$$

позволяет получить зависимости для энтропии и потенциала фазового пространства состояний соответственно в виде:

$$ds=c_1\frac{dz_1}{z_1}+c_2\frac{dz_2}{z_2}+...+c_n\frac{dz_n}{z_n}\,; \tag{22}$$

$$P-P_0=\frac{1}{2}\left(\frac{p_1^2-p_{1_0}^2}{c_1 p_{1_0}^2}+\frac{p_2^2-p_{2_0}^2}{c_2 p_{2_0}^2}+...+\frac{p_n^2-p_{n_0}^2}{c_n p_{n_0}^2}\right). \tag{23}$$

Величина энтропии s является характеристической функцией пространства состояний E^n. Как следует из уравнений для характеристик, в параметрическом представлении энтропия является длиной дуги векторной линии некоторого поля направлений, порождаемого скалярным полем эмпирической меры W. Потенциал P пространства E^n выступает в качестве одной из мер по отношению к количественной и качественной определенности соответствующего класса объектов.

Из уравнений для характеристик вытекает также соотношение, которое связывает между собой эмпирическую меру W с энтропией s и скалярной функцией T:

$$ds=\frac{dW}{T}\,. \tag{24}$$

Если исходить из справедливости соотношения $dW=T\,ds$, то можно сформулировать закон сохранения меры для континуальных пространств состояний в виде некоторого балансового принципа.

Представим зависимость для изменения эмпирической меры в виде:

$$dW=T\,ds=c_n\,dT+\left(T\,ds-c_n\,dT\right). \tag{25}$$

По аналогии с понятием энергии в термодинамике, определим меру пространства состояний, как величину, равную $du=c_n\,dT$, тогда из (25) в соответствии с [20, 27] может быть обоснован общий балансовый принцип. С этой целью выражение в скобках в соотношении (25) представляется через параметры $z_1, z_2, \dots , z_{n-1}$.

Известно, что исходными соотношениями для построения всей теории термодинамики являются термические уравнения состояний веществ и уравнение сохранения энергии.

Сегодня балансовые принципы являются основой научного мировоззрения в естествознании. Однако вопрос о существовании балансовых соотношений по отношению к системам различной природы пока совершенно не изучен. Идея о возможности существования скалярных величин, однозначно характеризующих состояния объектов и подчиняющихся некоторым законам сохранения, достаточно распространена и обоснована в целом ряде естественных наук. Однако, справедливость подобных подходов для биологических, экологических, общественных и других сложных систем может быть установлена только на основе данных наблюдений. Известно, например, что принцип сохранения энергии был первоначально установлен опытным путем для термодинамических систем и затем уже экспериментально и логически распространен на множество физических процессов и явлений в качестве фундаментального закона.

Если для объектов некоторого класса эмпирически обосновать существование балансовых принципов для их континуального фазового пространства, то совместно с уравнениями состояния вполне возможно разработать системно-феноменологическую теорию описания таких объектов, аналогом которой может выступать вся аналитическая теория классической термодинамики.

В работах [20, 27] показано, что, например, для двух переменных, уравнение сохранения меры фазового пространства состояний (25) может быть получено в виде уравнения, которое отражает форму закона сохранения энергии в термодинамике:

$$dW = T\,ds = c_2\,dT + z_2 dz_1.$$

Отметим, что это, естественно, не единственно возможная форма для поиска балансовых соотношений. Например, закон сохранения меры можно выразить и через потенциал пространства состояний и т.д.

Следует подчеркнуть, что подобные соотношения могут быть справедливы для различных многомерных континуальных пространств состояний объектов независимо от природы изучаемых данных. При этом получаемые уравнения нельзя рассматривать как уравнение сохранения энергии в обычном физическом представлении. Меры фазового пространства состояний в виде $du{=}c_n\,dT$ или потенциала P в дифференциальной форме являются особыми математическими функциями, обладающими свойствами полного дифференциала.

Особо отметим, что соответствующие величины энтропии, потенциала и меры будут носить свой специфический характер для определенного класса объектов, выбранных эмпирических мер и каждой комбинации изучаемых переменных состояния.

Из проведенных исследований вытекают следующие общие следствия.

Каждый класс объектов, для континуального пространства состояний которого существует эмпирическая мера, обладает:

- характеристической функцией пространства состояний, называемой энтропией, которая является криволинейной координатой данного пространства;
- характеристической функцией пространства состояний в виде поверхности уровня, ортогональной линиям энтропии, которую можно назвать потенциалом данного пространства;
- свойством сохранения меры, что определено справедливостью балансового принципа для континуальных пространств состояний.

Таким образом, общая методика получения уравнений состояний и феноменологических зависимостей для различных классов объектов в каждом конкретном случае включает следующие этапы [20, 21, 23]:

- составляется темпоральный массив данных для класса объектов физической, биологической, социальной или иной природы;
- определяется перечень переменных состояния, которые наиболее полно характеризуют изучаемые объекты и формируется n-мерное пространство состояний;
- выбираются эмпирические меры для оценки схожести состояний объектов и задается скалярная функция координат n-мерного пространства для формирования среды моделирования;
- строится или выбирается процесс, который может выступать в качестве эталонного процесса в пространстве состояний E^n. Задаются опорные точки для построения линейной шкалы некоторого индекса (менсуры), который однозначно связывается с предложенной эмпирической мерой;

ISSN 2411-720X (Print)
ISSN 2413-0834 (Online)

- изучаются различные варианты построения системы измерения данной величины и выбираются оптимальные способы измерений, исходя из различных эмпирических мер и сред моделирования;
- разрабатывается измерительная шкала для оценки схожести состояний, производится измерение состояний в созданной шкале и находятся значения менсуры для каждого наблюдаемого состояния объектов;
- определяются уравнения состояний в виде регрессионных зависимостей и делается вывод о справедливости принципа соответственных состояний;
- далее формулируются гипотезы, позволяющие предложить теорию описания данных, обосновывается используемый математический аппарат и разрабатываются основные положения теории для описания массивов данных, характеризующих определенный класс объектов;
- устанавливаются прикладные системно-феноменологические модели для описания опытных данных в изучаемой предметной области, и оценивается их качество и точность.

Таким образом, задача создания системно-феноменологических теорий в предметных областях сводится к построению моделей описания данных для отдельных проблемно-ориентированных массивов данных, имеющих многомерную темпоральную структуру.

Предложенный подход позволяет при моделировании систем применить математический аппарат и методики обработки данных, которые по своей сути несколько близки к основным соотношениям и зависимостям термометрии и термодинамики. Такой метод моделирования является универсальным и может быть использован при разработке математических моделей описания состояний объектов различной природы.

Примеры описания систем и объектов различной природы

На основе обработки и анализа имеющихся темпоральных данных были получены феноменологические модели для целого ряда объектов различной природы [20–27, 32, 36, 40].

Рассмотрим в качестве примеров процесс построения математических моделей для шести классов объектов. Поиск моделей является достаточно трудоемким, так как требуется изучить множество вариантов для нескольких сред моделирования, разных эмпирических мер для оценки сходства и различных наборов переменных состояния, характеризующих конкретный класс объектов. Это приводит к необходимости изучения целого ряда регрессионных зависимостей, описывающих данные, и поиску наиболее адекватных из них для представления в виде уравнения состояния и балансовых соотношений.

1) *Биологические объекты.*

В статье [24] рассмотрен случай анализа биологической системы. Будем использовать известную базу данных AnAge [33] для получения уравнений состояний биологических видов и, в частности, видов позвоночных животных. Для примера в виде переменных состояния используем величины из базы AnAge:

- максимальная продолжительность жизни в неволе z_1, лет;
- вес взрослой особи z_2, кг;
- уровень метаболизма z_3, Вт.

В качестве первого опорного состояния (точка M_0) при построении линейной шкалы выберем биологическое состояние вида домовая мышь (*Mus musculus*), которая является наиболее изученным модельным животным. Значения параметров для точки M_0 равны z_1=4 года; z_2=0,0205 кг; z_3=0,271 Вт.

В качестве второй опорной точки M_0' примем биологическое состояние вида серая крыса (*Rattus norvegicus*). Данный вид находится в стадии расцвета и разводится в большом количестве в качестве домашних и лабораторных животных. Значения параметров для точки M_0' равны z_1=3,8 лет; z_2 =0,300 кг; z_3=1,404 Вт.

При анализе данных будем использовать комбинации приведенных переменных состояния видов из последовательности величин z_1, z_2, z_3, а также их безразмерные величины, отнесенные к значениям опорного состояния.

Построим прямую линию между состояниями M_0 и M'_0, определим длину отрезка $M_0M'_0$ и разобьём его на 100 равных частей. В результате имеем эталон одной единицы сходства состояний. Эта единица в виде градуса *1°M* равна длине σ элементарного отрезка.

При анализе данных в качестве эмпирической меры принято евклидовое расстояние по отношению к опорному объекту, в качестве среды моделирования – скалярная функция меры относительных изменений.

После выполненных операций получены уравнения состояний биологических видов позвоночных животных, некоторые из которых приведены в таблице 1 и на рисунке 3 [24]. Уравнения определялись в виде:

$$\ln\theta = c_0 + s; \quad s = c_1 \ln\frac{z_1}{z_{10}} + c_2 \ln\frac{z_2}{z_{20}} + c_3\frac{z_3}{z_{30}}. \qquad (26)$$

Коэффициенты множественной корреляции зависимостей (табл. 1) имеют высокие значения, что позволяет сделать вывод о справедливости принципа соответственных состояний для изучаемого класса объектов.

Таблица 1

Уравнения состояния для биологических видов

Показатели видов	Кол-во видов	Значение θ в точке M_0, °M	Уравнение состояния	Коэффициент корреляции
z_1, z_2, z_3	546	338,62	$\theta = 323{,}5\,(z_1/z_{10})^{0{,}951}(z_2/z_{20})^{0{,}064}(z_3/z_{30})^{0{,}041}$	0,96
z_1, z_2	2456	1163,82	$\theta = 1096{,}6\,(z_1/z_{10})^{0{,}896}(z_2/z_{20})^{0{,}101}$	0,95
z_2, z_3	545	23,23	$\theta = 20{,}23\,(z_2/z_{20})^{0{,}346}(z_3/z_{30})^{0{,}564}$	0,99
z_1, z_3	531	351,96	$\theta = 344{,}85\,(z_1/z_{10})^{0{,}983}(z_3/z_{30})^{0{,}085}$	0,97

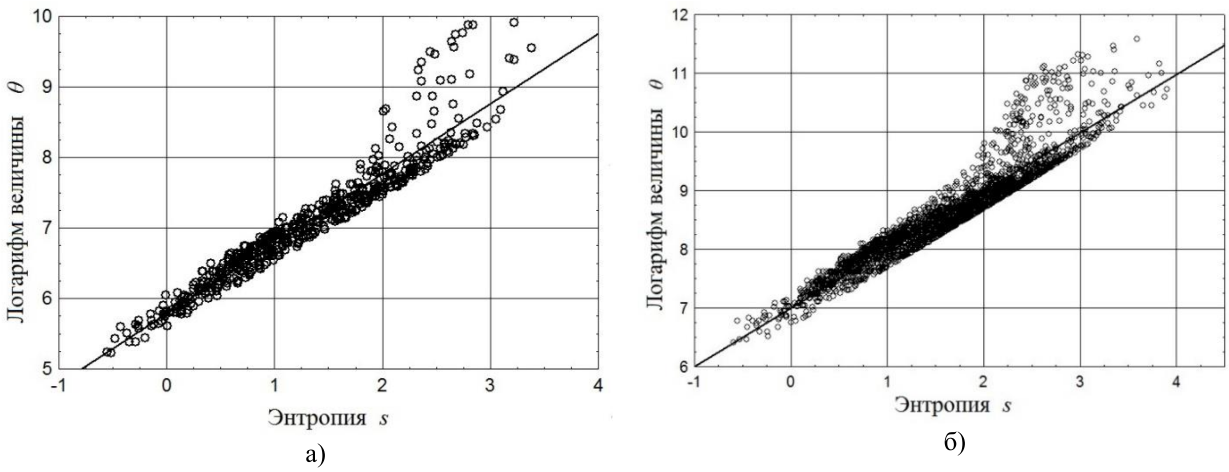


Рисунок 3. – Уравнения состояния биологических видов:
а) показатели z_1, z_2, z_3, $s = 0{,}951\ln(z_1/z_{10}) + 0{,}064\ln(z_2/z_{20}) + 0{,}041\ln(z_3/z_{30})$;
б) показатели z_1, z_2, $s = 0{,}896\ln(z_1/z_{10}) + 0{,}101\ln(z_2/z_{20})$

2) Физические объекты.

Для построения модели физической системы, состоящей из химических элементов периодической таблицы Менделеева, примем в качестве параметров:

- z_1 – радиус атома, пм;
- z_2 – атомную массу элемента, а.е.м.

В качестве опорного состояния (точка M_0) при построении уравнения состояния химических элементов приняты свойства водорода, при этом значения параметров для точки M_0 равны z_1=53 пм; z_2=1,0078 а.е.м. Значения переменных состояния для 90 химических элементов относились к свойствам водорода.

При анализе данных в качестве эмпирической меры принята относительная частота w наблюдения состояний объектов в объеме фазового пространства, в качестве среды моделирования – геометрическая вероятность положения точки в пространстве состояний.

В результате получено уравнение состояний химических элементов для выбранных переменных в виде:

$$\mathrm{Pr} = -4{,}030 + s\,; \quad s = 1{,}109\ln\left(\frac{z_1}{z_{1H}}\right) + 0{,}540\ln\left(\frac{z_2}{z_{2H}}\right); \quad w = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\mathrm{Pr}} \exp\left(\frac{t^2}{2}\right)dt, \tag{27}$$

где Pr – пробит-функция величины w, z_{1H} и z_{2H} – параметры свойств водорода.

Шкала индекса в этом случае определена значениями пробит-функции. Результаты обработки данных приведены на рисунке 4, а. Коэффициент корреляции зависимости составил 0,96, ошибка – менее 9%. Таким образом, и в этом случае, можно сделать вывод о справедливости принципа соответственных состояний для изучаемого класса объектов.

3) Астрономические объекты.

Рассмотрим класс макрообъектов из астрономии. Для этой цели используем данные каталога Hipparcos, содержащего информацию о 118218 звездах [34]. По данным этого каталога получена диаграмма Герцшпрунга-Рессела для звезд, удаленных от Солнца на расстояние до 500 парсек. Для построения модели возьмем параметры данной диаграммы:

- z_1 – средняя звездная величина;
- z_2 – показатель цвета B–V.

При анализе данных в качестве эмпирической меры принято евклидовое расстояние по отношению к опорному объекту, в качестве среды моделирования – геометрическая вероятность положения точки в пространстве состояний. Параметры опорного состояния (точка M_0) при построении уравнения состояния заданы в виде минимально наблюдаемых значений звездной величины и показателя цвета B–V. В качестве второй опорной точки (M'_0) приняты максимально наблюдаемые значения этих величин.

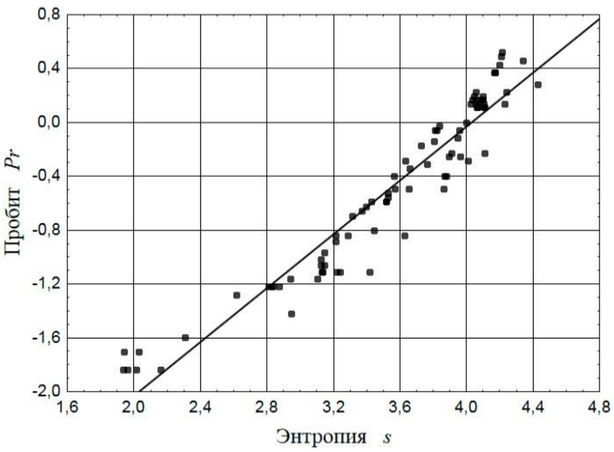
При обработке данных получено уравнение состояния звездных объектов для выбранных переменных в виде:

$$\ln\theta = 7{,}135 + 2{,}361\ln\rho_{Mag} + 0{,}022\ln\rho_{BV}\ , \tag{28}$$

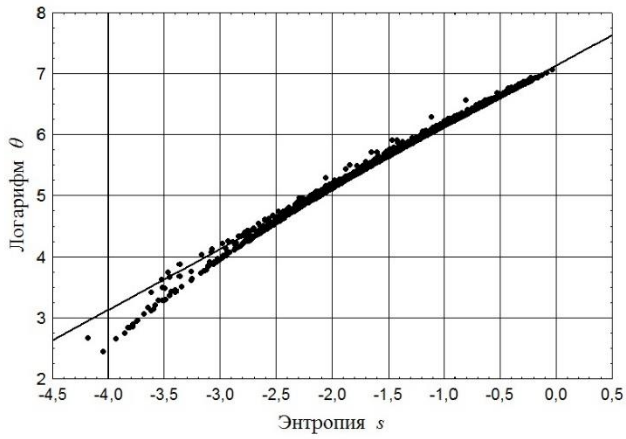
коэффициент корреляции которого составил 0,99. Здесь геометрические вероятности равны $\rho_{Mag} = (z_1 + 1{,}44)/15{,}07$ и $\rho_{BV} = (z_2 + 0{,}4)/5{,}7$. Результаты обработки данных приведены на рисунке 4, б.

Из приведенных результатов видно, что для данных физических объектов и выбранных переменных состояния принцип соответственных состояний выполняется.

 ISSN 2411-720X (Print) ISSN 2413-0834 (Online)



а)



б)

Рисунок 4. – Уравнения состояния для классов физических объектов:
а) химические элементы периодической таблицы Менделеева,
$$s = 1{,}109\ln(z_1/z_{1H}) + 0{,}540\ln(z_2/z_{2H});$$
б) звезды из каталога Hipparcos, удаленные от Солнца на расстояние до 500 парсек,
$$s = 2{,}360\ln(\rho_{Mag}) + 0{,}022\ln(\rho_{BV})$$

4) Социально-экономические объекты.

Теперь рассмотрим три социально-экономические системы (города, регионы России и страны мира), используя при анализе существующие базы данных.

Уравнения состояния и развития регионов России

В первом случае для исследований была сформирована статистическая база данных социально-экономических показателей субъектов Федерации [35]. Она включала информацию по каждому из 80 регионов для 48 показателей за 16 лет (с 2002 по 2017 гг.).

Для примера выберем для анализа данных семь показателей развития, характеризующих сектор реальной экономики:

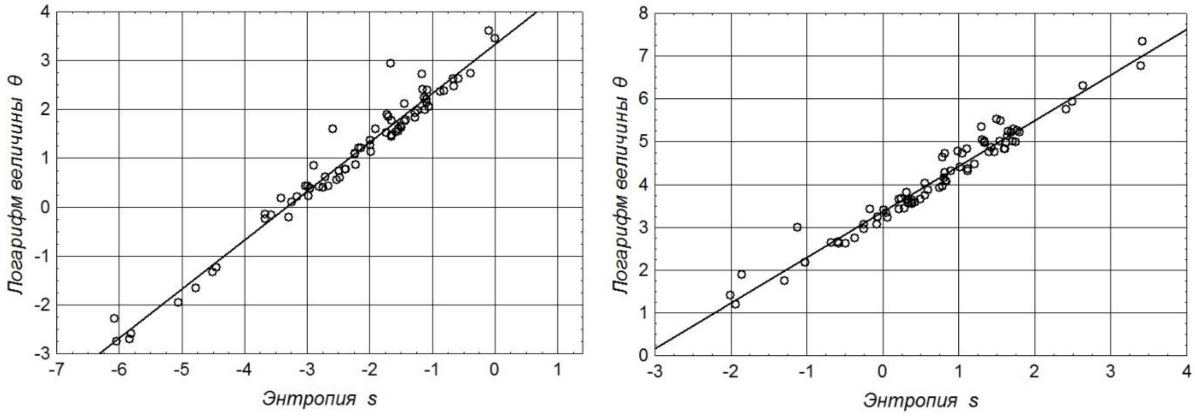
- объем товаров собственного производства, выполненных работ и услуг собственными силами:
  - добыча полезных ископаемых, z_1;
  - обрабатывающие производства, z_2;
  - производство и распределение энергии, газа и воды, z_3;
- продукция сельского хозяйства, z_4;
- объем работ в строительстве, z_5;
- объем платных услуг населению, z_6;
- оборот розничной торговли, z_7.

Размерность данных величин – млн. руб. В качестве опорных состояний (точки M_0 и M_0') при построении измерительной шкалы выбраны состояния Белгородской области в 2012 и 2015 годах. При анализе данных за эмпирическую меру принято евклидовое расстояние по отношению к опорному объекту, в качестве среды моделирования – функция меры относительных изменений. Уравнения состояния для 80 регионов России получены в виде регрессионных зависимостей вида [36]:

- для 2012 года $$\ln\theta = 4{,}041 + 0{,}083\frac{z_1}{z_{10}} + 0{,}751\frac{z_2}{z_{20}} + 0{,}086\frac{z_3}{z_{30}} + 0{,}508\frac{z_7}{z_{70}}$$

- для 2015 года $$\ln\theta = 4{,}364 + 0{,}080\frac{z_1}{z_{10}} + 0{,}613\frac{z_2}{z_{20}} + 0{,}455\frac{z_7}{z_{70}}. \quad (29)$$

Результаты обработки данных представлены на рисунке 5. Хорошее качество уравнений позволяет сделать вывод о справедливости принципа соответственных состояний для регионов России при их оценке по показателям реальной экономики. При изучении развития регионов России для различных переменных состояния было получено несколько десятков уравнений состояний с высокими коэффициентами множественной корреляции (0,95–0,99).



а) б)

Рисунок 5. – Уравнения состояния для регионов России по показателям реального сектора экономики: а) 2012 год: $s = 0{,}083 z_1/z_{10} + 0{,}751 z_2/z_{20} + 0{,}086 z_3/z_{30} + 0{,}508 z_4/z_{40}$;
б) 2015 год: $s = 0{,}080 z_1/z_{10} + 0{,}613 z_2/z_{20} + 0{,}455 z_7/z_{70}$ /

Уравнения состояния и развития городов России

При получении уравнений состояния городов России была использована база данных статистической информации Росстата [37]. На основе этого источника сформирован темпоральный массив данных, характеризующих состояние экономики и социальной сферы городов с населением свыше 100 тыс. чел. (всего 154 города, без Москвы и Санкт-Петербурга). Для каждого города имеется информация по 63 основным социально-экономическим показателям в период времени с 2003 по 2017 годы (с шагом один год). Для иллюстрации примера возьмем четыре показателя, которые характеризуют показатели развития городов:

- объем товаров собственного производства, выполненных работ и услуг собственными силами. Обрабатывающие производства, z_1;
- объем работ в строительстве, z_2;
- объем платных услуг населению, z_3;
- оборот розничной торговли, z_4;
- объем инвестиций в основной капитал, z_5.

Размерность величин задана в млн. руб.

Эталонный процесс выбран в виде развития города Белгорода в 2003–2015 гг. В качестве эмпирической меры принято евклидовое расстояние до опорного объекта, в качестве среды моделирования – функция меры относительных изменений.

Уравнения состояния для 154 городов России получены в виде регрессионных зависимостей вида [21, 23]:

- для 2005 года

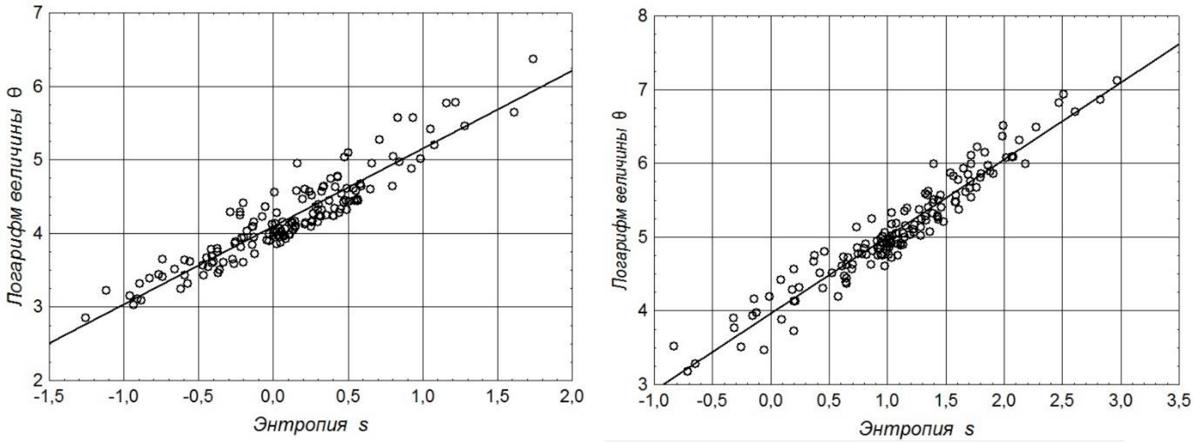
$$\theta = 62{,}05 (z_1/z_{10})^{0,406} (z_4/z_{40})^{0,398} (z_5/z_{50})^{0,181}$$

- для 2015 года

$$\theta = 56{,}77 (z_1/z_{10})^{0,527} (z_5/z_{50})^{0,340}. \qquad (30)$$

Результаты обработки данных представлены на рисунке 6. Качество полученных уравнений достаточно высокое, коэффициенты множественной корреляции составляют 0,93–0,97. При изучении состояния и развития городов России получено более 150 уравнений состояний высокого качества для различных наборов переменных состояния и разных моментов времени.

Полученные результаты позволяют провести ранжирование городов России по уровню и темпам развития [23].



а) б)

Рисунок 6. – Уравнения состояния для городов России по показателям развития в 2005 и 2015 гг.: а) 2005 год: $s = 0{,}406\ln(z_1/z_{10}) + 0{,}398\ln(z_4/z_{40}) + 0{,}181\ln(z_5/z_{50})$;
б) 2015 год: $s = 0{,}527\ln(z_1/z_{10}) + 0{,}340\ln(z_5/z_{50})$

Уравнение состояния стран мира по показателям человеческого развития

В качестве глобальной социально-экономической системы изучались страны мира, для чего использовалась информация Докладов Программы развития ООН, которая охватывает данные по странам с 2008 по 2017 годы [38].

Для изучения стран выбраны общепринятые показатели, характеризующие уровень человеческого развития:

- средняя продолжительность обучения z_1, лет;
- ожидаемая продолжительность обучения z_2, лет;
- валовый национальный доход (ВНД) на душу населения в пересчете по паритету покупательной способности (ППС) в долларах США z_3;
- ожидаемая продолжительность жизни z_4, лет.

Эмпирическая мера принята в виде статистической вероятности совместных событий наблюдения значений четырех показателей, которая подсчитывалась алгоритмически во всей группе объектов (169 стран), среда моделирования – в виде функции меры относительных изменений (рис. 7, а).

Эталонный процесс представлен развитием страны Нигер в 2008–2015 гг., которая имела самый низкий индекс человеческого развития в 2008 году.

Уравнения состояния для 169 стран мира получены в виде распределений вероятностей совместных событий наблюдения значений выше указанных показателей человеческого развития [20, 21, 23]. Например, для 2014 года данное распределение может быть приведено в виде:

$$\mathrm{Pr} = -3{,}071 + s\,; \quad w = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\mathrm{Pr}} \exp\left(\frac{t^2}{2}\right)dt\,;$$

$$s = 0{,}346\ \ln\left(\frac{z_1}{z_{10}}\right) + 0{,}862\ \ln\left(\frac{z_2}{z_{20}}\right) + 0{,}167\ \ln\left(\frac{z_3}{z_{30}}\right) + 2{,}402\ \ln\left(\frac{z_4}{z_{40}}\right). \tag{31}$$

Результаты обработки данных представлены на рисунке 7, а. Коэффициент множественной корреляции зависимости (31) составляет 0,98.

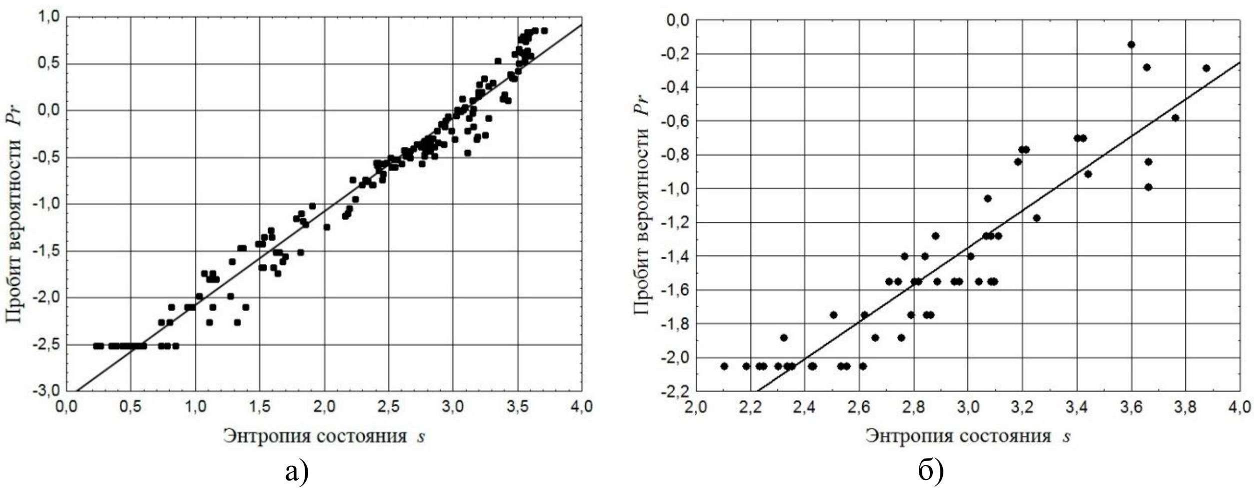


Рисунок 7. – Распределение вероятностей совместных событий наблюдения значений показателей:
а) человеческого развития стран мира в 2014 году, уравнение (31);
б) социально-аграрного развития губерний России, уравнение (32)

5) Исторические объекты.

В качестве исторических данных рассмотрим информацию из экономической истории России конца XIX – начала XX веков, характеризующую социально-аграрное развитие 50 губерний Европейской части России [39].

Используем следующие показатели:

- число сельскохозяйственных рабочих в расчете на десятину посева, z_1, чел./дес;
- доля безлошадных и однолошадных в общем числе дворов, z_2, %;
- поденная плата сельскохозяйственным рабочим в уборку урожая, z_3, коп.

Эмпирическая мера выбрана в виде статистической вероятности совместных событий наблюдения значений z_k показателей, в качестве среды моделирования – функция меры относительных изменений. Уравнения состояния получены в виде распределений вероятностей совместных событий:

$$\mathrm{Pr} = -4{,}354 + s\,; \quad w = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\mathrm{Pr}} \exp\left(\frac{t^2}{2}\right) dt\,, \tag{32}$$

$$s = 0{,}265\ \ln\left(\frac{z_1}{z_{1\min}}\right) + 1{,}610\ \ln\left(\frac{z_2}{z_{2\min}}\right) + 1{,}295\ \ln\left(\frac{z_3}{z_{3\min}}\right).$$

Результаты обработки данных представлены на рисунке 7, б, коэффициент множественной корреляции зависимости (32) составляет 0,88.

6) Лингвистические объекты.

В статье [40] рассмотрен случай анализа лингвистических данных с целью изучения вероятностной природы смыслов слов в русском языке. Данная задача относится к современному направлению вероятностно-ориентированной философии, которое активно развивалось В. Налимовым.

Предлагаемый подход основан на статистическом анализе группы слов, содержащих смысл, по отношению к аналогичной группе бессмысленных слов. Для решения задачи использован предложенный метод, для чего сформировано многомерное фазовое пространство оцифрованных слов, где последовательности букв алфавита поставлена в соответствие последовательность целых чисел. Это позволило представить множество

ISSN 2411-720X (Print)
ISSN 2413-0834 (Online)

существующих слов, как со смыслом, так и без смысла, в виде математических объектов. Слова со смыслом взяты из филологического словаря, бессмысленные слова образованы с помощью генераторов случайных чисел с равномерным распределением.

При оценке вероятностной природы смыслов предложено использовать эмпирическую меру в виде вероятностей событий. Для этого применялась статистическая вероятность положения слова, как многомерной точки, в заданном объеме фазового пространства. Данная вероятность находилась алгоритмически, исходя из непосредственного подсчета вероятности совместных событий одновременного наблюдения значений оцифрованных букв. В качестве среды моделирования использована функция меры относительных изменений.

Для примера изучим класс объектов – слова из четырех букв. Построим для этих слов четырехмерное дискретное фазовое пространство состояний. Для этого букве «а» присвоим число 1, букве «б» – число 2 и так далее. Букве «я» будет присвоено число 33. Сформируем пространство четырех измерений, где первой букве слова будет соответствовать первая координатная ось чисел (первый параметр, z_1), второй – вторая ось (второй параметр, z_2) и т.д. Тогда каждая буква слова будет представлена в этом пространстве определенным числовым значением (от 1 до 33) на одной из четырех координатных осей, а каждое слово – многомерной точкой относительно координат четырех числовых осей.

Статистические распределения вероятностей событий для различных видов слов из четырех букв приведены на рисунке 8 и представлены следующими зависимостями:

- для слов со смыслом: $\ln w_m = -5{,}258 + s$, (33)

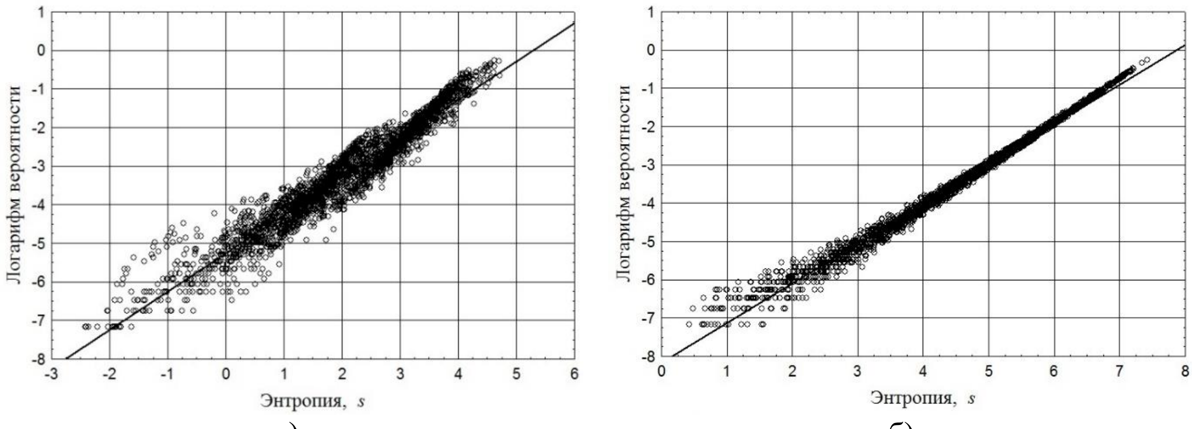
$$s = 0{,}744\ln\left(\frac{z_1}{z_{10}}\right) + 0{,}576\ln\left(\frac{z_2}{z_{20}}\right) + 0{,}837\ln\left(\frac{z_3}{z_{30}}\right) + 0{,}561\ln\left(\frac{z_4}{z_{40}}\right);$$

- для слов без смысла: $\ln w = -8{,}145 + s$, (34)

$$s = 0{,}981\ln\left(\frac{z_1}{z_{10}}\right) + 0{,}925\ln\left(\frac{z_2}{z_{20}}\right) + 0{,}913\ln\left(\frac{z_3}{z_{30}}\right) + 0{,}910\ln\left(\frac{z_4}{z_{40}}\right),$$

где w_m, w – статистическая вероятность соответственно для слов со смыслом и без него, определенная алгоритмически; s – эмпирическая энтропия; z_k, z_{k0} – цифровые значения букв для различных слов и опорного слова, в качестве которого принято слово «*мама*».

В процессе анализа установлено специфическое различие между смысловыми и бессмысленными языковыми единицами, что связано со скрытыми вероятностными особенностями и закономерностями, которые существуют в двух однородных, но качественно разных группах слов.



а) б)

Рисунок 8. – Распределение вероятностей совместных событий наблюдения букв в словах со смыслом (*а*, уравнение (33)) и без смысла (*б*, уравнение (34)) (слова из четырех букв)

ISSN 2411-720X (Print)
ISSN 2413-0834 (Online)

Предложенный метод дает возможность разработать системы оценки смыслосодержания в оцифрованных словах и предложить шкалы для семантических измерений.

Из всего приведенного выше материала видно, что для самых разных классов объектов могут быть найдены уравнения состояний в виде феноменологических соотношений. Аналогичные результаты были получены при обработке и анализе данных по природоохранной деятельности и анализу поведения социальных групп [21, 23], оценке военной силы государств, деятельности страховых компаний, изучении исторических данных, в частности, событий в техносфере, анализе устойчивого развития социально-экономических объектов [36], оценке значений курсов валют и показателей потребления энергии странами мира, анализе токсикологических данных [20] и т.д. Все это говорит о перспективах применения предложенных методов описания темпоральных данных в процессе изучения объектов различной природы.

Закон сохранения меры

На конкретных примерах обработки опытных данных для биологической, физической и социально-экономической систем покажем возможность нахождения соотношений в форме зависимостей, отражающих принцип сохранения меры пространства состояний.

В работах автора [20, 24] показано, что, например, для двух переменных, уравнение сохранения меры континуального пространства состояний может быть найдено в виде эмпирического уравнения:

$$Tds = du + \beta_1 z_2 dz_1 + \beta_0, \tag{35}$$

где обозначения величин соответствуют обозначениям, принятым в уравнении (25).

Вывод этого уравнения дан в статье [24], для многих переменных вывод уравнения имеется в работе [20]. Уравнение (35) имеет форму закона сохранения энергии в естествознании. Отметим, что это, естественно, не единственно возможный вариант для поиска балансовых соотношений. Просто данная форма удобна для процесса обработки данных, так как позволяет представить поле эмпирической меры в виде суммы двух величин: одна из которых пропорциональна изменению скалярной функции T, а вторая представляет собой некоторую функцию параметров состояния. Для количества переменных состояния больше двух балансовое соотношение следует определять как аппроксимационную функцию невязки эмпирической меры W и меры u для пространства состояний. После чего легко найти балансовое соотношение как в явной, так и в дифференциальной форме. При этом величина $du=c_2dT$ является полным дифференциалом.

На рисунке 9, а приведены результаты обработки данных при обосновании балансового принципа сохранения меры пространства состояний видов позвоночных животных для случая двух переменных: веса взрослой особи m и метаболизма q. Для этого случая уравнение состояния было получено в виде $\theta = 20{,}70\left(m/m_0\right)^{0{,}932}\left(q/q_0\right)^{0{,}628}$ [24]. В свою очередь, уравнение сохранения меры эмпирически обосновано в виде:

$$T\,\Delta s = c_2\Delta T + 5{,}671\frac{q}{R}\Delta m - 20{,}952. \tag{36}$$

где $\Delta m = m - 0{,}0205$ кг; $\Delta T = T - 1{,}0$; $\Delta s = s - s_0$; $R = 0{,}271$ Вт; $c_2 = 0{,}628$. Энтропия в опорной точке принята равной нулю. Коэффициент корреляции уравнения составил 0,99.

Аналогичным образом получено уравнение сохранения меры пространства состояний для химических элементов периодической таблицы Менделеева (рис. 9, б). Используемые переменные состояния: радиус атома z_1 и атомная масса элемента z_2, а уравнение состояния для этого случая получено в виде (27). Уравнение сохранения меры обоснованно в виде:

$$T\Delta s = \Delta u + 5{,}304\frac{z_2}{R_*}\Delta z_1 - 56{,}38. \tag{37}$$

 ISSN 2411-720X (Print) ISSN 2413-0834 (Online)

где $\Delta z_1 = z_1 - 53$ пм; $\Delta T = T - 1{,}0$; $\Delta s = s - s_0$; $R_* = 0{,}271$ Вт; $c_2 = 0{,}540$. Энтропия в опорной точке принята равной нулю. Коэффициент корреляции уравнения составил 0,99.

Уравнение сохранения меры пространства состояний городов России для переменных: объем товаров и услуг промышленного производства z_1 и оборот розничной торговли z_2, эмпирически получено в виде [21, 23]:

$$T\Delta s = \Delta u + 5{,}06\frac{z_1}{R_{\min}}\left(z_{20} - 117\right) - 9117{,}0, \qquad (38)$$

где $R_{\min}$ – эмпирическая константа. Уравнение состояния в этом случае имеет вид

$$\Pr = -4{,}309 + 0{,}465\ln\frac{z_2}{z_{2\min}} + 0{,}441\ln\frac{z_1}{z_{1\min}}.$$

При анализе городов России было получено более 30 эмпирических зависимостей высокого качества для различных наборов переменных в виде уравнения сохранения меры [23].

Из приведенных результатов видно, что для континуальных фазовых пространств состояний объектов различной природы может быть сформулирован эмпирический закон сохранения меры, который является по своей сущности феноменологическим балансовым принципом. Известно, что применение балансовых соотношений часто приводит к краевым задачам для дифференциальных уравнений в частных производных параболического вида.

Таким образом, при описании темпоральных данных возможно применение балансовых принципов и разработка на основе общего подхода моделей физических, биологических и социальных систем. Для этого необходимо сформировать проблемно-ориентированные базы темпоральных данных и создать множество системно-феноменологических моделей для описания процессов и явлений в той или иной предметной области. Это актуальное направление исследований позволяет привнести количественные методы в диалектику и установить общие феноменологические законы развития природы и общества.

Об оценке сложности объектов различной природы

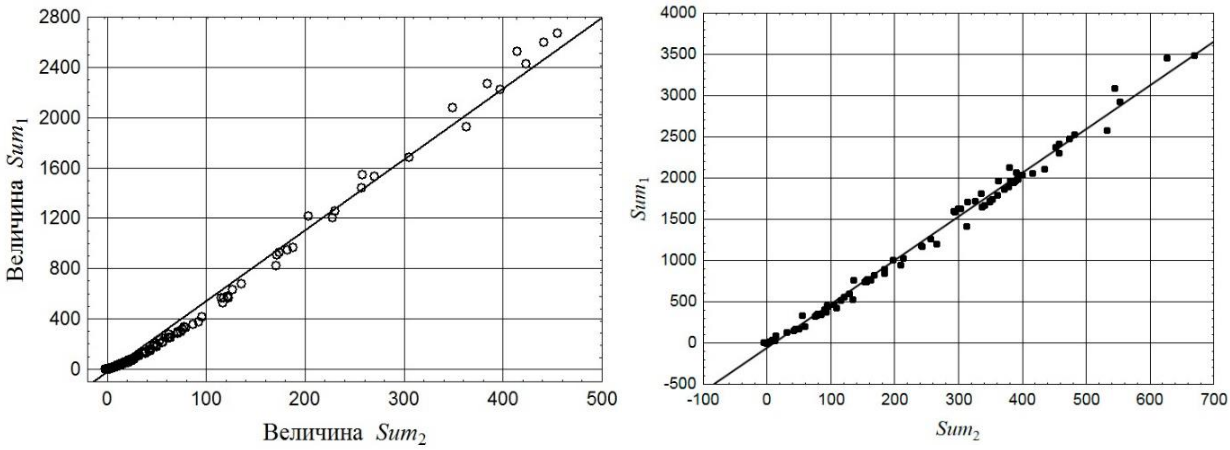
Любая общесистемная наука должна открывать перспективы получения новых законов в конкретных областях знаний.

Познание системы любой природы как целого непосредственно связано с представлениями о простоте и сложности объектов исследования [41]. В связи с тем, что все науки в своем содержании опираются на анализ и обобщение эмпирических данных, то возникает проблемный вопрос: каким образом на основе имеющихся данных наблюдений можно оценить сложность той или иной системы?

Представления о сложности класса объектов выполняют особую роль. Сегодня все понятия простоты/сложности сформулированы на качественном уровне и слабо связаны с эмпирическими данными. Путь к представлениям о простоте и сложности целого проходит через поиски объединяющих понятий. Количественные критерии позволяют придать конкретный смысл объективному изучению сложных систем в контексте системного подхода в познании законов природы и общества.

Поиску таких критериев в системном анализе, общей теории систем и кибернетике посвящены работы многих авторов, обзор которых дан в энциклопедическом труде [4].

Из приведенных ранее результатов видна реальная возможность сравнения между собой различных классов объектов, исходя из их сложности. Например, это следует из результатов, полученных при оценке смыслов слов. В этом плане имеем крайне актуальную общесистемную научную задачу, которую можно решить путем использования количественных критериев. Такие критерии должны позволять оценить сложность систем на основе сравнения статистических вероятностей, характеризующих состояния реальных и аналогичных им модельных хаотически организованных систем.



а) б)

Рисунок 9. – Уравнения сохранения меры пространства состояний:
а) для биологических видов относительно веса и удельной интенсивности метаболизма, зависимость (36), где $Sum_1 = T\Delta s - c_2 \Delta T$, $Sum_2 = (q/R)\Delta m$;
б) для химических элементов относительно радиуса атома и атомной массы элемента, зависимость (37), где $Sum_1 = T\Delta s - c_2 \Delta T$ $Sum_2 = (z_2/R_*)\Delta z_1$

Илья Пригожин отмечал, что законы физики (да и не только физики) должны учитывать *возможность*. Следует отметить, что в науке при построении моделей возможность учитывается, однако понимается она в узком смысле слова – как равновозможность. При построении моделей очень часто используются простые симметрии – однородность, изотропность, изоморфность, в основу которых, по большому счету, положена равновозможность состояний. Даже понятия функции и систем координат в математике основываются на равновозможном выборе значений исходных величин. Например, в простейшем случае понятие функции дается в виде: если величина *x* может принимать *произвольные* значения, и указано какое-либо правило, посредством которого приводятся в соответствии с этими значениями определенные значения другой величины *y*, то говорят, что *y* является функцией от *x* и эту связь записывают символически следующим образом: *y=f(x)*. В свою очередь, определение функции по Дирихле: *y* есть функция переменной *x*, определенная на отрезке $[a \leq x \leq b]$, если *всякому* значению переменной *x*, содержащемуся на этом отрезке, соответствует вполне определенная величина переменной *y*, причем совершенно неважно, каким именно способом установлено это соответствие. Современное определение функции в терминах множеств имеет вид: пусть каждому *произвольному* числу *x* из заданного множества *E* поставлено в соответствие число *y*, обозначаемое *y=f(x)*, тогда говорят, что на множестве *E* задана функция *y=f(x)*.

Если представить задание величины *x* как некоторое событие, то исходя из выделенных словосочетаний, в приведенных выше определениях: «произвольные значения», «всякому значению», «произвольному числу», данное событие можно рассматривать как *равновозможное*. Это говорит о том, что распределение величины *x*, как вероятностный принцип и исходная предпосылка при построении функциональной зависимости, будет соответствовать равномерному закону распределения. Следовательно, *равновозможность* – это основное свойство динамической закономерности при ее исходной формулировке.

Исходя из этого, чтобы систематизировать существующие классы объектов по факту наблюдаемых статистических закономерностей, необходимо выделить некоторый простой класс как основу для всех относительных сравнений, своего рода опорный или эталонный класс объектов. Для этого можно использовать понятие хаотических систем. Предположим, что хаотическими являются однородные системы (классы объектов), в которых при любых процессах изменения свойств формируются независимые и равновозможные состояния.

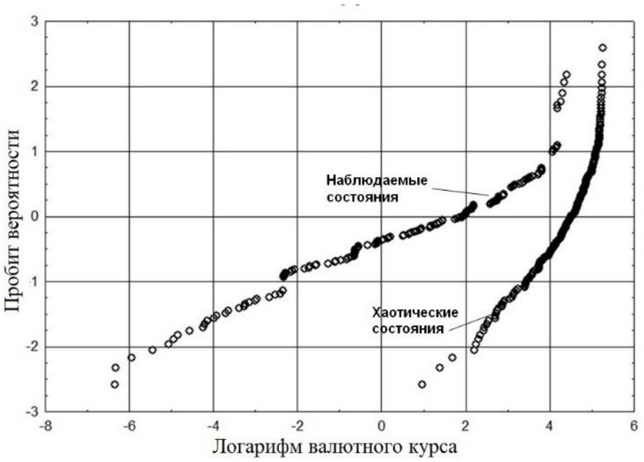
ISSN 2411-720X (Print)
ISSN 2413-0834 (Online)

Хаотические системы отличаются равномерными распределениями характерных событий и обладают самыми простыми статистическими закономерностями. Распределения вероятностей состояний для таких систем будут определяться размерностью фазового пространства и диапазонами изменения значений переменных состояния и могут быть заданы в каждом конкретном случае с использованием имитационных моделей (рис.10).

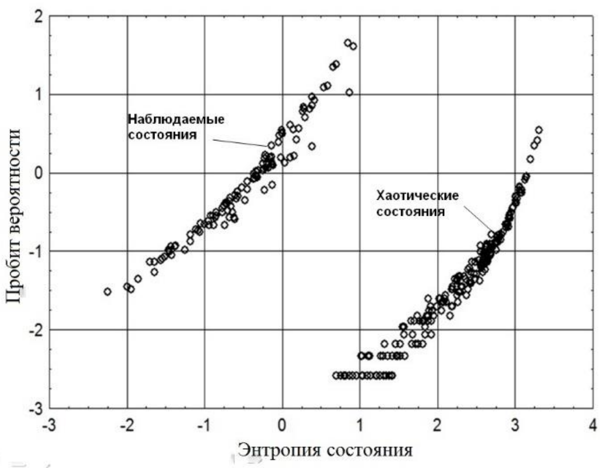
Будем применять такие системы как эталоны при сравнении между собой различных классов объектов по факту их сложности. Возьмем две однородные группы объектов, одинаковые по числу экземпляров и изучаемых свойств.

Первая группа формируется из экземпляров изучаемого класса реальных объектов, вторая группа – из аналогичных модельных объектов, имеющих равновероятные состояния. В последнем случае в пространствах состояний сформируем независимые и равновозможные состояния, свойственные модельной группе объектов. С этой целью используются генераторы случайных чисел с равномерным распределением.

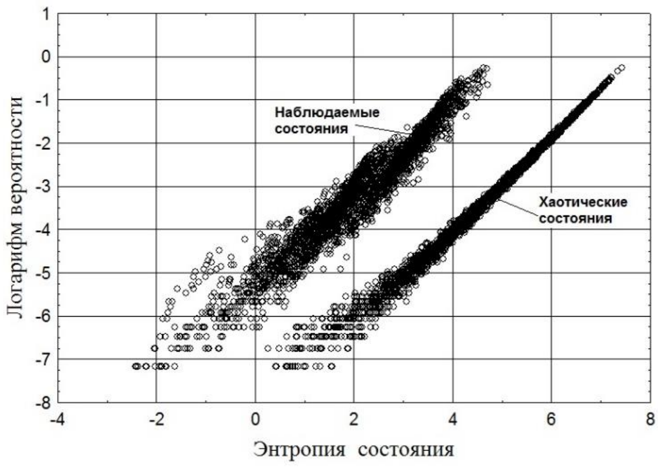
На рисунке 10 приведено сравнение состояний некоторых классов объектов с хаотически организованными состояниями аналогичных модельных объектов.



а)



б)



в)

Рисунок 10. – Примеры оценки различных классов объектов по уровню сложности:
а) распределение вероятностей событий наблюдения значений курсов валют стран в 2015 году; б) распределение вероятностей совместных событий наблюдения значений показателей потребления энергии странами в 2015 г.
в) распределение вероятностей совместных событий наблюдения букв в словах со смыслом и без смысла (слова из четырех букв)

ISSN 2411-720X (Print)
ISSN 2413-0834 (Online)

В первом случае дано распределение вероятностей простых событий наблюдения значений курсов валют стран мира (рис. 10, а). Во втором случае – распределение вероятностей совместных событий наблюдения значений показателей потребления энергии странами мира (потребление электроэнергии, кВт·час/чел.; потребление газа, м^3/чел.; потребление очищенных нефтепродуктов, баррелей/чел.). В третьем случае приведены распределения вероятностей совместных событий наблюдения букв в словах из четырех букв (рис. 8 а и 8 б) на одном рисунке 10 в.

Во всех рассматриваемых случаях в качестве эмпирической меры использована статистическая вероятность состояния в заданном объеме фазового пространства. Из приведенных рисунков видны явно выраженные вероятностные закономерности, которые отличаются для реальных и аналогичных им простейших хаотических систем.

Полученные результаты указывают на возможность построения измерительных шкал, позволяющих оценить сложность того или иного класса объектов по отношению к аналогичному классу хаотически организованных объектов, принятых в качестве эталонов.

Математические аспекты теории развития систем

В заключение статьи следует отметить важные и перспективные направления научных исследований в теоретическом анализе процессов развития систем.

Известно из математической физики, что континуальному пространству состояний можно приписать феноменологические свойства. Это позволяет предложить аналитическую теорию развития систем, когда пространство состояний объектов представляется как сплошная среда – континуум. Исходя из этого аналитическое исследование процессов и явлений в предметных областях может сводиться к изучению скалярных полей эмпирической меры (3) относительно времени и параметров свойств $W = W(\tau, z_1, z_2, ..., z_n)$. Для этого можно получить дифференциальное уравнение для эмпирической меры *W*. Так как данная величина и параметры свойств являются функциями времени, то продифференцировав по времени уравнение (21), получим:

$$\beta \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{c_1} \frac{\partial}{\partial z_1}\left(z_1 \frac{\partial W}{\partial z_1}\right) z_1'(\tau) + ... + \frac{1}{c_n} \frac{\partial}{\partial z_n}\left(z_n \frac{\partial W}{\partial z_n}\right) z_n'(\tau). \tag{39}$$

Для квазистационарных систем производные параметров свойств $z_1'(\tau)$ являются медленно меняющимися во времени величинами. Также предполагая, что соотношение $dW = c_l\, dT$ справедливо для процессов, явно зависящих от времени, и к уравнению (19) может быть добавлена частная производная по времени, уравнение (39) представим в виде:

$$a \frac{\partial W}{\partial \tau} = \alpha_1 \frac{\partial}{\partial z_1}\left(z_1 \frac{\partial W}{\partial z_1}\right) + \alpha_2 \frac{\partial}{\partial z_2}\left(z_2 \frac{\partial W}{\partial z_2}\right) + ... + \alpha_n \frac{\partial}{\partial z_n}\left(z_n \frac{\partial W}{\partial z_n}\right), \tag{40}$$

где величины a и α_k могут быть заданы как функции времени и параметров свойств. Данные феноменологические величины следует определять по имеющимся опытным данным, исходя из решения обратных краевых задач. Таким образом, приходим к нестационарному уравнению диффузии, которое задается для многомерной полуограниченной области.

Дифференциальное уравнение в частных производных (40) при исходных допущениях определяет поле эмпирической меры, которая может быть принята для описания эволюционно развивающейся системы. Данное уравнение при определенных краевых условиях математически характеризует свойства континуального пространства состояний объектов различной природы.

Подобный подход позволяет привлечь для описания фазовых пространств состояний систем и объектов мощный инструментарий математической физики.

ISSN 2411-720X (Print)
ISSN 2413-0834 (Online)

Выводы

Таким образом, количественные методы естественных наук вполне могут быть привнесены в диалектику. Это достаточно трудоемкая задача; во многих естественных науках процесс накопления эмпирического знания и создания теорий растянулся на десятилетия, если не на столетия. Это при том, что каждая из этих наук имеет сравнительно узкую сферу приложения. На данном пути придется систематизировать и обобщить знания из разных областей науки, где имеется необходимый эмпирический материал и возможно создание количественных теорий. Однако это открывает целый ряд перспективных научных направлений, связанных с междисциплинарными исследованиями в самых различных областях знаний, созданием онтологий и теорий в естественных и гуманитарных науках, поиском общесистемных закономерностей и математическим обоснованием диалектических законов развития. Уже очевидно, что возможна формулировка законов диалектики в естественнонаучной форме, например, получение математических зависимостей, отражающих закон перехода количественных изменений в качественные для различных классов объектов и систем, или разработка общих моделей для описания макроскопических свойств природы и общества.

Тем не менее, есть вполне обоснованные сомнения, что естественнонаучные и математические методы в их основополагающем виде в обозримой перспективе могут быть широко использованы гуманитарным сообществом. И проблема здесь лежит значительно глубже, нежели просто внедрение таких методов научных исследований в гуманитарные области знаний. Суть проблемы заключается в глубоких качественных отличиях в общепринятых системах обучения в естественнонаучной и гуманитарной сферах образования.

Список литературы

1. Mathematical modeling of collective behavior in socio-economic and life sciences / G. Naldi, L. Pareschi, G. Toskani (eds.). Berlin: Springer, 2010, 438 p.
2. Словохотов Ю.Л. Физика и социофизика. Ч. 1–3 // Проблемы управления, 2012, №1: 2–20, №2: 2–31, №3: 2–34.
3. Econophysics and sociophysics: trends and perspectives / B.K. Chakrabarti, A. Chakraborti, A. Chatterie (eds.). Berlin: Wiley-VCH, 2006, 622 p.
4. Encyclopedia of complexity and systems science / R.A. Meyers (Editor-in-chief). Berlin: Springer, 2009, 10370
5. Newman M.E.J. Complex systems: a survey // Amer. J. Phys., 2011, Vol. 79: 800–810, https://arxiv.org/archive/cond-mat.stat-mech (25.11.2018).
6. Вайдлих В. Социодинамика: Системный подход к математическому моделированию в социальных науках / Пер. с англ. Изд. 3. – М.: Либроком, 2010. – 480 с.
7. Давыдов А.А. Системный подход в социологии: новые направления, теории и методы анализа социальных систем. – М.: URSS, 2005. – 328.
8. Турчин П.В. Историческая динамика. На пути к теоретической истории. Пер. с англ. / Под общ. ред. Г.Г. Малинецкого, А.В. Подлазова и С.А. Боринской. Изд. 2-е. – М.: ЛКИ, 2010. – 368 с.
9. Материалы Второй всероссийской междисциплинарной конференции «Социофизика и социоинженерия», М.: ИПУ РАН. – 2018. http://soc-phys.ipu.ru (25.11.2018).
10. Пригожин И. Конец определенности. Время, хаос и новые законы природы / Пер. с англ. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. – 208 с.
11. Пригожин И., Стенгерс И. Время, хаос, квант. К решению парадокса времени / Пер. с англ., Изд. 5-е испр. – М.: Едиториал УРРС, 2003. – 240 с.
12. Кант И. Критика чистого разума. Пер. с нем. Н. Лосского. – М.: Эксмо, 2013. – 736 с.
13. Гегель Г. Наука логики. В 3-х томах. – М.: Мысль, Т.1, 1970: 501 с., Т.2, 1971: 248 с., Т.3, 1972: 371 с.
14. Зак С.Е. Принципы и основные законы материалистической диалектики. Уч. пос. – М.: Выс. шк., 1974. – 176 с.
15. Поппер К. Что такое диалектика? // Вопросы философии. 1995, № 1. – С. 118–138.
16. Борн М. Физика в жизни моего поколения. – М.: Изд. ин. лит., 1963. – 536 с.

17. Рейхенбах Г. Направление времени: Пер. с англ. Изд. 2-е стереотипное. – М.: Едитриал УРРС, 2003. – 360 с.
18. M. Kac & J. Logan, Fluctuation Phenomena, eds. E.W. Montroll & J.L. Lebowitz, North-Holland, Amsterdam, 1976.
19. Nelson E., Quantum Fluctuations. – Princeton: Princeton University Press, 1985.
20. Аверин Г.В. Системодинамика. – Донецк: Донбасс, 2014. – 405 с.
21. Звягинцева А.В. Вероятностные методы комплексной оценки природно-антропогенных систем / Под науч. ред. д.т.н., проф. Г.В. Аверина. – М.: Спектр, 2016. – 257 с.
22. Аверин Г.В., Константинов И.С., Звягинцева А.В. О континуальном подходе к модельному представлению данных // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2016, №10. – С. 47–52.
23. Звягинцева А.В. Теоретические основы событийной оценки состояния и развития урбанизированных территорий. Дис. … доктора техн. наук: 05.13.01 / НИУ «БелГУ». – Белгород, 2018. – 486 с.
24. Аверин Г.В. О некоторых феноменологических закономерностях биологической жизни // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе, 2016. № 1(10)–2(11). – С. 11–31, http://sait.csm.donntu.org/
25. Аверин Г.В., Звягинцева А.В. О справедливости принципа соответственных состояний для систем различной природы // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Сер. Экономика. Информатика №16(265), вып. 43. 2017. – С. 104–112.
26. Аверин Г.В., Звягинцева А.В., Швецова А.А. О подходах к предсказательному моделированию сложных систем // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Сер. Экономика. Информатика. Том 45, №1. 2018. – С. 140–148.
27. Ехилевский С.Г., Аверин Г.В., Константинов И.С., Звягинцева А.В. Феноменологические соотношения для континуальных пространств состояний систем различной природы // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Сер. Экономика. Информатика №23(272), вып. 44. 2017. – С. 139–147.
28. Машинное обучение, распознавание образов и интеллектуальный анализ данных. – Профессиональный информационно-аналитический ресурс. http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php
29. Робертс Д. Теплота и термодинамика / Пер. с англ. под ред. Вукаловича М.П. – М.: Изд. технико-теор. лит., 1950. – 592 с.
30. Кирилин В.А., Сычев В.В., Шейндлин А.Е. Техническая термодинамика.– М.: Энергия, 1974.– 448 с.
31. Гухман А.А. Об основаниях термодинамики. – М.: Энергоатомиздат, 1986.– 383 с.
32. Аверин Г.В. О принципе существования и законе возрастания энтропии в свете общесистемных представлений системодинамики // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе, 2015, № 1(8) – 2(9). – С. 11–31, http://sait.csm.donntu.org/
33. AnAge: The Animal Ageing and Longevity Database. Электр. ресурс: http://genomics. senescence.info/species/ (30.05.18).
34. Астрометрические звездные каталоги. – Электр. ресурс: www.astro.spbu.ru/ (30.05.19)
35. База данных Федеральной службы государственной статистики. Регионы России. Социально-экономические показатели. – Электр. ресурс: https:// www.gks.ru/free_doc/new_site/region_stat/sep_region.html (30.05.18)
36. Швецова А.А. Стратегическое планирование устойчивого сбалансированного развития региона. Автореферат кандидатской диссертации. – Белгород: НИУ «БелГУ», 2018.
37. База данных Федеральной службы государственной статистики. Основные социально-экономические показатели городов. – Электр. ресурс: https:// www.gks.ru/free_doc/new_site/region_stat/sep_region.html (30.05.18).
38. База данных Программы развития ООН (1990–2018 гг.). – Электр. ресурс: http://hdr.undp.org/en/data (25.11.2018).
39. Borodkin L.I. and Koval'chenko I.D. Two Paths of Agrarian Evolution in European Russia: An Essay in Multivariate Analysis. In: Russian Review. V. 47. 1988, № 4.
40. Аверин Г.В. О вероятностной природе смыслов в дискретных языковых единицах // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе, 2017. № 1(12)–2(13). – С. 11–18, http:// sait.csm.donntu.org/ (30.05.18).
41. Мамчур Е. А., Овчинников Н. Ф., Уемов А. И. Принцип простоты и меры сложности. – М.: Наука, 1989. – 304.

Averin G. V. «Natural-science method in philosophy: on the principles of mathematical modeling in dialectics». *The future of modeling theories in describing processes and phenomena in nature and society is associated with the trend of transition from qualitative to quantitative models. The possibility of usage natural-science and mathematical methods in philosophy very often causes formal doubts and objections among representatives of this science. The fact that natural-sciences until cann't cover many areas of knowledge historically related to philosophy is due to the lack of systematic empirical data that allow for the formalization of concepts and tasks and formulate the initial principles and laws for the construction of applied theories. In this paper, the idea of a general approach to modeling systems of different nature is associated with the mathematical description of multidimensional state spaces of such systems and the use of arrays of observational data presented in a single structured temporal (time) form. The article attempts to apply this idea to the formalization of some provisions and categories of dialectics as a science of universal laws of movement and development of nature and society. System-wide principles and hypotheses are formulated that can be used in a unified description of the States of objects and systems. The basic provisions of the theory and the method of finding patterns and dependencies for practical applications are presented. The general method of obtaining equations of states and system-phenomenological relations for the description of different classes of objects is proposed and the characteristic of the corresponding stages of the modeling process is given. The possibility of constructing mathematical models on the basis of the proposed system-wide approach is demonstrated by specific examples of modeling of physical and chemical systems, biological objects, socio-economic and environmental conditions of countries, regions and cities, analysis of semantic data, etc. It is shown that the natural-science methods and principles of mathematical modeling can be introduced into the logical structure of dialectics and allow to obtain applied models for the system description of macroscopic properties of nature and society.*

Key words: dialectics, objects of different nature, natural-science method and principles of mathematical modeling, models of empirical data description, examples of model construction.

Статья поступила в редакцию 20.11.2018
Рекомендована к публикации проф. А.Я. Аноприенко