

## МОДЕЛЬНЫЙ СИНТЕЗ, КАК ПОДХОД К ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПОВЕДЕНИЯ

*Ю.И. Бродский*

Когда родилась информатика? Во второй половине XX века? Автор считает, что гораздо раньше – задолго до появления первых компьютеров, уже существовало универсальное программируемое и перерабатывающее информацию устройство – человек. Компьютеризация лишь обратила внимание на важность информационных процессов и заложила основы языка, на котором можно вести дискурс в этой предметной области. Данная работа предлагает основы языковой среды для описания и изучения поведения в сложных системах, а также методов его программирования и изменения.

**Ключевые слова:** модельный синтез, геометрическая теория, морфизмы, инварианты, классификация поведения.

Задолго до появления компьютеров, уже существовало универсальное программируемое устройство – человек.

### **Введение**

«В начале была Программа...»

*Ин. 1:1 (вольный перевод автора)*

Возможно, кому-то такой эпиграф покажется злой пародией или не слишком умной шуткой. Но вспомним, что оригинал фразы, открывающей евангелие от Иоанна был написан по-гречески: «*Ἐτην ἀρχὴ ἦταν ὁ Λόγος, καὶ ὁ Λόγος ἦταν πρὸς τὸν Θεὸν, καὶ Θεὸς ἦταν ὁ Λόγος*», где «*Λόγος*» имеет более широкий, нежели русское «Слово», смысл, столетиями накапливавшийся к моменту написания данного текста.

Гераклит Эфесский (5 – 4 вв. до н.э.) впервые ввел это слово в философский обиход. У Гераклита λόγος – это закон бытия, его наиболее глубокая структура. «Все течет» (изменяются базисные множества), но Логос (структура, определяющая их отношения) остается равным себе. Сергей Сергеевич Аверинцев считал, что учение Гераклита о Логосе является близкой аналогией учения Лао-Цзы о Дао. У стоиков λόγος – совокупность формообразующих потенций [1],

Для специалиста в компьютерной области сказанного уже достаточно, чтобы заподозрить, что на самом деле речь идет о структуре в математическом смысле и/или программе в смысле информатики, просто языки того времени не имели таких понятий.

Эллинистско-иудейский философ Филон Александрийский, разрабатывавший концепцию Логоса в 1 веке н.э., лишь укрепляет наши подозрения [1].

В христианстве Логос-Слово – с философской точки зрения – максимально возможное выражение в нашем мире наивысшей структуры – Божества, а с точки зрения прикладной, – явленная примером в простой повседневной жизни практическая программа спасения каждого человека [1].

Вернемся от философии на землю, захватив с собою ощущение фундаментальности таких понятий как «структура» и «программа», ибо по закону аналогии «то, что внизу, подобно тому, что вверху».

Напомним, что структура, это совокупность отношений на базисных множествах, которая сохраняется при некоторых преобразованиях этих множеств. Структура – статическая конструкция, сохраняющаяся, даже когда «все течет, все изменяется».

Под программой будем понимать динамическую структуру, реализующую реактивное поведение, т.е. обеспечивающую конечный набор стандартных (заранее известных) действий – ответов на конечное число стандартных запросов сре-

## ПОДХОД К ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПОВЕДЕНИЯ

ды. Более простые программы, такие как, например, функциональные зависимости и/или отдельные стандартные действия, могут принадлежать базисным множествам упомянутой структуры. Примером программы – динамической структуры в указанном смысле может служить операционная система компьютера. Элементом теории подобных программ посвящена работа [2].

Динамику статичной структуре может придать компьютерная программа в обычном смысле. При этом, для «оживления» даже очень сложных структур, достаточно весьма простой универсальной компьютерной программы, реализующей четыре шага и чем-то подобной циклу Карно или работе четырехтактного двигателя внутреннего сгорания [2].

В начале всякого нашего творения также должна лежать программа (план, проект). Иначе даже самые лучшие «хотения» могут «получиться как всегда». Часто наличие программы является необходимым условием для позитивного продолжения взаимодействия с государственными или коммерческими структурами. Например, скорее всего, без утвержденного проекта не разрешат строить дом, а без внятного бизнес-плана – не дадут кредит на открытие или развитие бизнеса.

### **Модельный синтез, как способ описания индивидуального, группового и коллективного поведения агентов**

Математика – это искусство называть разные вещи одним и тем же именем.

*А. Пуанкаре*

Одно во всем, и все в одном.

*Сэнцань*

Наука строится из фактов, как дом из кирпичей, но простое собрание фактов столь же мало является наукой, как куча кирпичей – домом.

*А. Пуанкаре*

В работе [2] был предложен модельный синтез, как метод решения задачи синтеза имитационной модели сложной системы из моделей ее компонент (агентов).

Основное понятие модельного синтеза – модель-компонента (универсальный агент, имеющий собственное запрограммированное поведение), – была определена формально, как представитель однопараметрического семейства родов структур в смысле Н. Бурбаки [3].

Упрощенный (не имеющий вспомогательных базисных множеств) род структуры Н. Бурбаки  $\Sigma$ , используемый в данной работе, имеет следующий синтаксис:

$\Sigma = \langle \text{базисные множества; соотношения типизации; аксиомы} \rangle$

– в угловых скобках, через точку с запятой перечислены три раздела. Первый – основные базисные множества, где через запятую перечисляются эти множества. Второй – соотношения типизации, где через запятую перечисляются соотношения вида  $\sigma \subset S$ , где множество  $\sigma$  называется родовой константой, а  $S$ , так называемая ступень – результат действия на основные базисные множества некоторого (в том числе, возможно, нулевого) количества декартовых произведений и взятия множества всех подмножеств (обозначаемое далее  $\beta(\cdot)$ ). Третий – аксиомы, – произвольные истинные утверждения над базисными множествами, их элементами, родовыми константами.

Скажем несколько слов о том, почему в качестве рабочего языка были выбраны роды структур Н. Бурбаки, а не иные конструкции, как например, алгебраические модели [4] или категории [5].

В работе [6] предлагалось рассматривать сложные процессы и системы в трех аспектах – «трех мирах». Это мир идей, принципов, целей, в самом общем виде определяющий сложный процесс. Далее – мир информатики, где упомянутые цели, идеи и принципы оформляются в проект или аналог операционной системы, определяющие состояние или поведение сложной системы или процесса. Наконец, «материальный» мир базисных множеств, на котором упомянутая операционная система является структурой и которым управляет.

Такой подход известен со времен Платона, однако в Новое и Новейшее время на него пытались навесить ярлык идеализма. В конце XX в. В.А. Леванский в работе [7] небезуспешно попытался вновь ввести метод «трех миров» в научный обиход в социально-правовой области. Тем более интересен он в области сложных систем и информатики.

Теперь, если посмотреть на упрощенное определение рода структуры в начале параграфа, можно видеть, что три его раздела как раз и представляют упомянутые выше «три мира». Первый раздел – основные базисные множества – это «материальный мир» рода структуры, в котором она находит воплощение, но от которого достаточно независима, так как он подлeжит преобразованиям (морфизмам). Например, один и тот же архитектурный проект дома может быть реализован из кирпича, а может из блоков, а может и из монолитного бетона.

Второй раздел – соотношения типизации – собственно и определяет структуру на базисных множествах. Он из мира информатики и определяет, как связаны между собой элементы базисных множеств.

Наконец, третий раздел – аксиомы, – принадлежат «миру идей». Это предписания и/или запреты, ограничивающие построение структуры во втором разделе. Например, заповеди в религиях или законы сохранения в физике.

Отсюда видно, что язык родов структур Н. Бурбаки естественным образом приспособлен для описания сложных систем в «трех мирах».

Наконец, несколько слов о настоящем, полном определении рода структур [3], не требующемся в данной работе. Оно рекурсивно. Для него может потребоваться уже определенная структура на вспомогательных базисных множествах (которые в дальнейшем не подлежат морфизмам). Содержательно – например, для определения рода структуры векторного линейного пространства потребуется вспомогательная структура поля действительных или комплексных чисел.

Далее, именно на языке родов структур Н. Бурбаки формально описывается семейство моделей-компонент (всевозможных имитационных моделей), как однопараметрическое семейство родов структур.

$$\Sigma_N = \langle X, M, E, \{M_j\}_{j=1}^N, \{E_j\}_{j=1}^N \rangle ;$$

$$x \subset X, a \subset X, \quad (1)$$

$$s \subset M, f \subset M, \quad (2)$$

$$\{m_{j,real} \subset M_j \times M\}_{j=1}^N, \quad (3)$$

$$\{e_{j,real} \subset E_j \times E\}_{j=1}^N, \quad (4)$$

$$\{m_{j,in} \subset M_j \times \beta(X)\}_{j=1}^N, \quad (5)$$

$$\{m_{j,out} \subset M_j \times \beta(X)\}_{j=1}^N, \quad (6)$$

$$\{e_{j,in} \subset E_j \times \beta(X)\}_{j=1}^N, \quad (7)$$

$$\{sw_j \subset E_j \times M_j \times M_j\}_{j=1}^N, \quad (8)$$

$$\{m_j^0 \subset M_j\}_{j=1}^N, \quad (9)$$

$$\{p_j \subset \beta(M_j) \times \beta(E_j) \times M_j \times \beta(E_j \times M_j \times M_j)\}_{j=1}^N ; \quad (10)$$

$$R_1: (x \cup a = X) \& (x \cap a = \emptyset),$$

$$R_2: (s \cup f = M) \& (s \cap f = \emptyset),$$

$$R_3: \left\{ \left( \forall m \in M_j \right) \left( \exists ! \tilde{m} \in M \right) \left( \{m, \tilde{m}\} \in m_{j,real} \right) \right\}_{j=1}^N,$$

ПОДХОД К ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПОВЕДЕНИЯ

$$R_4 : \left\{ \left( \forall e \in E_j \right) \left( \exists ! \tilde{e} \in E \right) \left( \{e, \tilde{e}\} \in e_{j,real} \right) \right\}_{j=1}^N,$$

$$R_5 : \left\{ \left( \forall m \in M_j \right) \left( \exists ! r \in \beta(X) \right) \left( \{m, r\} \in m_{j,in} \right) \right\}_{j=1}^N,$$

$$R_6 : \left\{ \left( \forall m \in M_j \right) \left( \exists ! r \in \beta(x) \right) \left( \{m, r\} \in m_{j,out} \right) \right\}_{j=1}^N,$$

$$R_7 : \left\{ \left( \forall e \in E_j \right) \left( \exists ! r \in \beta(X) \right) \left( \{e, r\} \in e_{j,in} \right) \right\}_{j=1}^N,$$

$$R_8 : \left\{ \left( \left( \forall e \in E_j \right) \left( \exists ! r \in M_j \times M_j \right) \left( \{e, r\} \in sw_j \right) \right) \& \right.$$

$$\left. \& \left( \left( \{e, r\} \in sw_j, \{ \tilde{e}, \tilde{r} \} \in sw_j, r = \tilde{r} \right) \Rightarrow (e = \tilde{e}) \right) \right\}_{j=1}^N$$

$$R_9 : \left\{ p_j = \left\{ M_j, E_j, m_j^0, sw_j \right\} \right\}_{j=1}^N,$$

$R_{10}$  : аксиома однозначности вычисления характеристик модели-компоненты,

$R_{11}$  : аксиома поведения модели-компоненты (организации имитационных вычислений) >.

Здесь параметр  $N$  – количество процессов в модели-компоненте,  $\beta(\cdot)$  – множество всех подмножеств множества стоящего в скобках. Процессы формально определяется соотношениями типизации (10) и аксиомами  $R_9$  (косвенно в их определения входят также соотношения типизации (8) с аксиомами  $R_8$ , определяющие правила переключения элементов в процессах и соотношения типизации (9), определяющие начальные элементы процессов.

Обозначение  $\{\dots_j\}_{j=1}^N$  используется для краткости и означает, что содержимое скобок повторяется через запятую  $N$  раз, при этом индекс  $j$  заменяется на  $1, \dots, N$ . Например,  $\{M_j\}_{j=1}^N$  есть сокращенный вариант записи  $M_1, \dots, M_N$ .

Далее,  $X$  – множество характеристик модели и  $X = \{x, a\}$ , где  $x$  – внутренние характеристики модели, а  $a$  – ее внешние характеристики.  $M$  – множество различных реализаций методов-элементов и  $M = \{s, f\}$  – медленные  $s$ , реализующие гладкую зависимость внутренних характеристик модели от ее внутренних и внешних характеристик, и быстрые  $f$  – реализующие скачки внутренних характеристик модели.  $E$  – множество различных реализаций методов-событий, связанных с моделью. События – это то, на что обязана реагировать наша модель. Метод-событие – функция, которая, получая на входе подмножество характеристик  $Y \subset X$ , на выходе дает неотрицательное число, означающее, что событие наступило, если число равно нулю, или же прогноз времени до наступления события, если число положительно.

Каждый процесс  $p_j$ ,  $j = 1, \dots, N$ , определяемый (10) и  $R_j$ , последовательно осуществляет некоторый конечный набор возможных для него элементарных действий  $M_j$ , который будем называть множеством его методов-элементов, возможно, в зависимости от возникающих в системе ситуаций  $E_j$ , на которые процесс умеет реагировать, их будем называть множеством его методов-событий. Соотношения типизации (3), (4) показывают, откуда берутся методы-элементы и методы-события процессов, (5) – (7) показывают какие характеристики модели передаются методам и принимаются от методов-элементов, соотношение (8) задает правила переключения элементов под влиянием событий.



## ПОДХОД К ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПОВЕДЕНИЯ

Аксиомы  $R_1 - R_8$  уточняют соотношения (1) – (8).

Для дальнейшего изложения также будет важно указать, как работает аксиома поведения модели-компоненты  $R_{11}$  :

Во-первых, выбирается стандартный шаг моделирования  $\Delta t$  .

Во-вторых, считается, что в начале шага моделирования известны текущие элементы всех процессов и все внутренние характеристики модели (на первом шаге – это начальные значения внутренних характеристик и начальные элементы процессов).

В-третьих, предполагается, что внешние характеристики модели возможно определить в любой момент модельного времени. Далее

1. Вычисляются события, связанные с текущими элементами процессов. Связь событий с текущими элементами процессов определяется правилами переключений (8). Вычисляться события могут параллельно, однако для продвижения вычислительного процесса далее, следует дождаться завершения вычислений всех событий. Если есть наступившие события, проверяется, нет ли переходов к быстрым элементам из множеств  $\{f_j\}_{j=1}^N$ , если они есть – выполняются соответствующие быстрые элементы (они становятся текущими). Вычисляться они могут также параллельно, однако для продвижения вычислительного процесса далее, следует дождаться завершения вычислений всех быстрых элементов, затем возврат к началу п.1; если нет переходов к быстрым элементам – совершаются переходы к новым медленным элементам из множеств  $\{s_j\}_{j=1}^N$ , затем возврат к началу п.1.
2. Если нет наступивших событий – из всех прогнозов их наступления выбирается ближайший  $\Delta \tau$  .

3. Если стандартный шаг моделирования  $\Delta t$  не превосходит времени до ближайшего события,  $\Delta t \leq \Delta \tau$  – вычисляем текущие медленные элементы со стандартным шагом  $\Delta t$ . Иначе вычисляем их с шагом времени до ближайшего спрогнозированного события  $\Delta \tau$ . Медленные элементы из множеств  $\{s_j\}_{j=1}^N$ , также можно вычислять параллельно, с ожиданием завершения последнего.

4. Возвращаемся к началу п.1.

Определенное таким образом семейство моделей-компонент обладает двумя очень важными свойствами:

1. Выполнение любого из его представителей может быть организовано одной и той же универсальной программой, реализующей описанную выше аксиому  $R_{11}$ .
2. Объединение конечного числа представителей семейства в комплекс по определенным правилам [2], не выводит полученный комплекс за пределы семейства.

Указанные свойства моделей-компонент полностью решают задачу синтеза сложной фрактальной мультиагентной системы из отдельных агентов.

Далее, изучая сложные социальные системы, мы будем часто применять следующий прием. Предположим, мы построили с помощью модельного синтеза имитационную модель изучаемой системы. Тогда ее можно формально описать структурой из семейства  $\Sigma_N$ , и изучать как математический объект, перенося затем с помощью аналогии результаты исследования в предметную область моделирования.

Модельный синтез не является геометрической теорией в смысле Эрлангенской программы Ф. Клейна [8] или работ школы Ю.Н. Павловского [9] (хотя возник он в рамках именно этой школы), так как для задачи синтеза морфизмы не нужны, поэтому неинтересны и их инварианты, однако он вплотную подводит к такой теории.

## Морфизмы поведения. Окна Овертона

Математик – это тот, кто умеет находить аналогии между утверждениями. Лучший математик – кто устанавливает аналогии доказательств. Более сильный может заметить аналогии теорем. Но есть и такие, кто между аналогиями видит аналогии.

*С. Банах*

Глокая куздра штеко будданула бокра и кудрячит бокренка.

*Л.В. Щерба*

Поведение – определенный сложившийся образ взаимодействия объекта с окружающей средой. Определяется способностью изменять свои действия под влиянием внутренних и внешних факторов.

*Википедия*

Несколько слов о геометрических теориях. Автор понимает под ними структуралистский подход, с данью уважения к истории науки в названии. Структурализм в математике присутствовал всегда, однако осознанный интерес к нему начался с Эрлангенской программы [8], где Ф. Клейн дал классификацию известных ему геометрий.

Возьмем проективную плоскость, проективная геометрия задаст на ней структуру, проективные преобразования переводят объекты проективной геометрии в эквивалентные (в смысле этой геометрии). Если выбирать подгруппы группы проективных преобразований, сохраняющие тот или иной инвариант, их элементы переводят в эквивалентные объекты соответствующих геометрий. Если взять подгруппу конгруэнтных преобразований (движений), – получим евклидову геометрию. Если инвариант задан фиксированной прямой, – получим аффинную геометрию. Если инвариантны гиперболическая  $x_1^2 + x_2^2 - x_3^2$  или эллиптическая  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$  метрики, – получим гиперболическую или эллиптическую неевклидову геометрию. Можно сказать, каков инвариант, – такова и геометрия. И все они в соответствии с афоризмом А. Пуанкаре, названы одним именем «геометрия», так как структура едина для всех.

В дальнейшем группы преобразований и их инварианты часто использовались для классификации различных математических объектов.

Разработанная школой Ю.Н. Павловского геометрическая теория декомпозиции представляет языковую среду, в рамках которой произвольный математический объект в [9] или аффинная по управлениям управляемая динамическая система в работах В.И. Елкина [10] погружаются в класс родственных объектов, где определено понятие изоморфизма. Декомпозицией объекта считается его сохраняющееся при изоморфизмах представление с помощью семейства редукций этого объекта, причем по этому представлению исходный объект должен однозначно восстанавливаться. Редукции – это упрощенные представления объекта, сохраняющие его структуру. Они бывают двух типов F- (факторизация) и P- (подобъект). Соответственно, бывают P- и F- декомпозиции и их сочетания (декомпозиции более высоких порядков), – такова классификация возможных декомпозиций.

Модельный синтез решает задачу синтеза агентов, обратную задаче декомпозиции, причем не для произвольных математических объектов, а лишь для описанного в [2] достаточно широкого класса имитационных моделей. По своей сути это конечно же структуралистская теория, однако морфизмы базисных множеств и их инварианты она не затрагивает, так как для задачи синтеза это не нужно. На первый взгляд может показаться, что морфизмы и совсем здесь не нужны, так как они отображали бы вполне конкретную исследуемую модель-компоненту в некие совсем иные модели, с совсем другими характеристиками, элементарными действиями, реакциями и т.д., возможно (и скорее всего), лишённые какого-либо смысла в области моделирования. Однако это не так.

Самое важное свойство модели-компоненты – это наличие у нее поведения, т.е. способности тем или иным заранее известным способом (методом-элементом) отвечать на те или

## ПОДХОД К ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПОВЕДЕНИЯ

иные также заранее известные воздействия (события) внутренней и внешней среды. Это поведение заранее запрограммировано в основном соотношениями (8) – (10) с аксиомами  $R_8$  –  $R_{11}$ , выбором базисных множеств  $M$  и  $E$ , и отчасти соотношениями (3), (4) с аксиомами  $R_3$ ,  $R_4$ . На самом деле в программировании поведения модели-компоненты так или иначе участвуют все составляющие ее описания, но в первую очередь – именно перечисленные выше.

Недавно автор с радостью узнал, что его взгляд на поведение, как на операционную систему над отдельными поступками разделяют и некоторые зарубежные ученые [11].

Описав поведение всех моделей-компонент и построив синтез всех комплексов, включая комплекс самого высокого уровня, получим поведение нашей имитационной системы. Теперь морфизмы базисных множеств, в первую очередь  $M$  и  $E$  (так как это проще и понятней, но возможно и остальных), можно трактовать как изменения поведения системы.

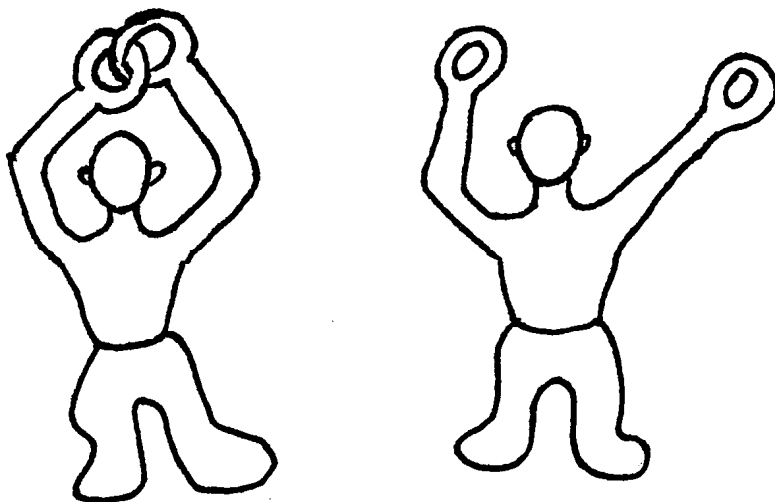
Изменения (перепрограммирование) поведения сложной системы, их изучение, моделирование и классификация очень актуальны. Нам часто приходится менять поведение. Недаром выше говорилось, что задолго до компьютеров первым универсальным программируемым устройством был человек.

Ничем не ограниченные морфизмы могут незаметно за не слишком продолжительное время привести систему к состоянию в некотором смысле противоположному исходному. Поэтому естественным образом возникает вопрос об инвариантах, ограничивающих все множество возможных морфизмов и о классификации типов поведения, связанных с этими инвариантами.

Данная работа только лишь ставит данную очень большую проблему. Готового математического решения у автора нет, хотя есть некоторые наброски, аналогии и понимание проблемы на гуманитарном уровне.

В качестве иллюстрации этого понимания будут предложены примеры как из математики, так и из области социальных систем. Последние могут кому-то показаться публицистикой, однако автор предпочел бы считать их гуманитарным анализом в смысле работ Ю.Н. Павловского (например, [12]). Этот анализ в принципе всегда может быть подтвержден имитационными моделями, где благодаря модельному синтезу дискурс уже можно будет вести в терминах родов структур, морфизмов и инвариантов.

Первый пример – широко известная из алгебраической топологии (например, [13]) эквивалентность человечков со сцепленными и разъединенными руками на рис. 1. Ее можно назвать математической версией окон Овертона.

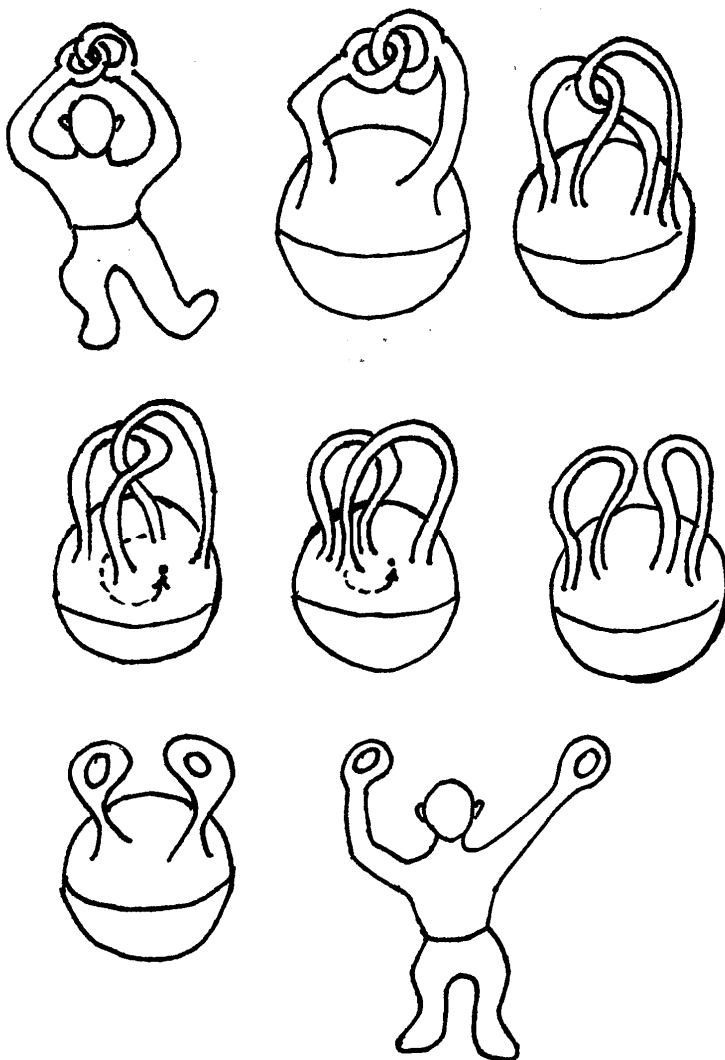


**Рис. 1.** Топологически эквивалентные человечки

Последовательной серией непрерывных преобразований можно постепенно расцепить руки человечка, как это показано на рис. 2. Шестой рисунок – шар с двумя «ручками» – стандартный представитель порождаемого гомеоморфизмами (непрерывными в обе стороны изоморфизмами в категории топо-

## ПОДХОД К ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПОВЕДЕНИЯ

логических пространств) класса эквивалентности, к которому принадлежат человечки.



**Рис. 2.** Как гомеоморфизмы «расплетают» сцепленные руки (окна Овертона на языке алгебраической топологии)

Второй пример – окна Овертона. Сам Джеймс Овертон (1960 – 2003, американский юрист, политолог, инженер-электрик по бакалаврскому образованию), называл их окнами дискурса. Окнами Овертона их стали называть после его трагической кончины в авиакатастрофе.

Окна Овертона предлагают технологию изменения общественного поведения, очень похожую на применение гомеоморфизмов предыдущего примера. Работа этой технологии обычно иллюстрируется примером включения в общественный обиход чего-то совершенно немыслимого ранее, например, людоедства.

Преобразование дискретизируется, разбивается на конечное число окон (обычно 6 – 7), так, чтобы внутри каждого окна действия и высказывания не слишком отличались друг от друга по степени близости/дальности от существующих норм и в то же время, постепенно подводили бы дискурс к следующему окну. Окна обычно называются следующим образом:

1. Немыслимо.
2. Радикально.
3. Приемлемо.
4. Разумно.
5. Стандартно.
6. Политическая норма.

На самом деле все происходит совершенно так же, как на рис. 2, только на естественном языке, без математических ассоциаций. На взгляд автора, характерное время преобразования такого рода – 25 лет (время загрузки в нас бытовой культуры – нашей «операционной системы»). Причем это минимальное время, при условии, что силы, обеспечивающие преобразование специально направлены на молодежь. Если такой специальной направленности нет, все растягивается еще на одно поколение, до 50 лет.

Не все социологи считают теорию окон Овертона научной. Некоторые говорят, что не видели на практике ни одной



## ПОДХОД К ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПОВЕДЕНИЯ

ее реализации. По этому поводу автор напоминает, что А. Тьюринг, человек имевший несомненные заслуги как перед британской короной, так и перед мировой наукой, был осужден в 1952 г. британским судом и доведен до самоубийства в 1954 г. за «грубую непристойность» (gross indecency). Нравы были таковы, что даже назвать гомосексуализм своим именем в суде было невозможно. Тем не менее, через 15 лет гомосексуализм в Англии был декриминализован, а в настоящее время Великобритания относится к самым либеральным в отношении ЛГБТ странам. Прошло чуть больше 50 лет.

Еще одно критическое замечание, что многообразие индивидуальностей и социальных слоев не укладывается в концепцию окон Овертона – также несостоятельно. В языковой среде модельного синтеза есть индивидуальное поведение агентов (моделей-компонент самого низкого уровня), есть поведение коллективное (комплекса самого высокого уровня), есть и поведение комплексов промежуточных уровней (например, социальных слоев). Морфизмы применимы, вообще говоря, к любой модели-компоненте, но обычно окна Овертона относят к коллективному поведению всей системы.

Попробуем пояснить это. В одной и той же стране вместе могут жить и Мальчиши-Кибальчиши и Мальчиши-Плохиши с прямо противоположным поведением.

Мы знаем, что бледный стоял Мальчиш-Кибальчиш, но гордый, и не сказал он Военной Тайны, несмотря на самую страшную Муку, которую придумали ему буржуины, а вот Мальчиш-Плохиш добровольно предал воюющих с буржуинами Мальчишей, исподтишка взорвав их боеприпасы, и получил за это от врага бочку варенья и корзину печенья.

Также известно, что если в стране имеют место морфизмы общественного поведения, то даже в семье главного Мальчиша-Кибальчиша, в третьем поколении (~50 лет) может вырасти ярко выраженный Мальчиш-Плохиш. Когда же благодаря морфизмам Мальчишей-Плохишей набралось так много,

что это отразилось на коллективном поведении, – они без боя сдали буржуинам страну, со всеми ее военными тайнами.

И тут вдруг оказалось, что никто, ни отцы, ни старшие братья, ни мальчиши, ни даже не упомянутые в сказке представители могучих структур, чьей функцией (между прочим, неплохо их кормившей) была безопасность и сохранность страны, даже не попытались подняться на ее защиту, – это морфизмы общественного поведения добрались до последнего окна Овертона, и слишком многим захотелось своих «бочки варенья и корзины печенья», которые неясно замаячили на горизонте.

Дадим комментарий к приведенным примерам.

Первый пример – маленький фрагмент алгебраической топологии, раздела математики, бурно развивавшегося в XX веке. Тем не менее, привычных математических формул мы не увидели, все ограничилось картинками на рис. 2. Автору не приходилось видеть формул гомеоморфизмов, показанных на этом рисунке (хотя не исключено, что он плохо искал). Однако очевидно, что такие формулы могут быть написаны, они будут громоздки (скорее всего, тяжелее описания модели-компоненты из предыдущего параграфа) и мучительны как для написания, так и для восприятия, и при этом не добавят по сравнению с картинками ни капли понимания процессов, происходящих при гомеоморфизмах.

Пример показывает, что в некоторых случаях для вполне математического дискурса естественный язык или даже язык картинок может оказаться адекватнее языка формул. Математика от этого, тем не менее, не перестает быть математикой.

Что касается окон Овертона, на наш взгляд, это тоже математика, хотя кому-то может показаться публицистикой или даже конспирологией. По-видимому, в пространстве поступков (базисное множество  $M$  в описании модели-компоненты) можно ввести некую топологию близости в общественном восприятии тех или иных действий. Отметим, что ввести ее

непросто: в формализации предыдущего параграфа поступок – это метод в смысле программирования, т.е. подпрограмма (2), (3), (8) – (10),  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_8$ ,  $R_9$  с определенной сигнатурой входных и выходных параметров (5), (6),  $R_5$ ,  $R_6$ . Утешает то, что на гуманитарном уровне мы умеем и даже любим оценивать близость поступков (особенно чужих). Если введена топология, то как и в первом примере с человечками, окна Овертона будут являться гомеоморфизмами (в этом случае существенно непрерывность преобразований) над топологическим пространством возможных поступков  $M$  и проиллюстрируют работу морфизмов геометрической теории.

В заключение данного параграфа и в оправдание стиля дальнейшего изложения, отметим что и формулы, и даже доказательства являются всего лишь техническими средствами математики, такими же, как и почему-то гораздо менее популярные в наше время аналогии. Суть же математики, по мнению А. Пуанкаре (одного из крупнейших математиков), к которому присоединяется и автор, в умении называть разные вещи одним и тем же именем, т.е. выявлять структуры в кажущемся хаосе изменений базисных множеств.

### **Ограничение морфизмов. Заповеди, ценности, Закон, как инварианты преобразований поведения**

В наше время место десяти заповедей заняли правила дорожного движения - и нарушают их так же часто.

*И. Бодден*

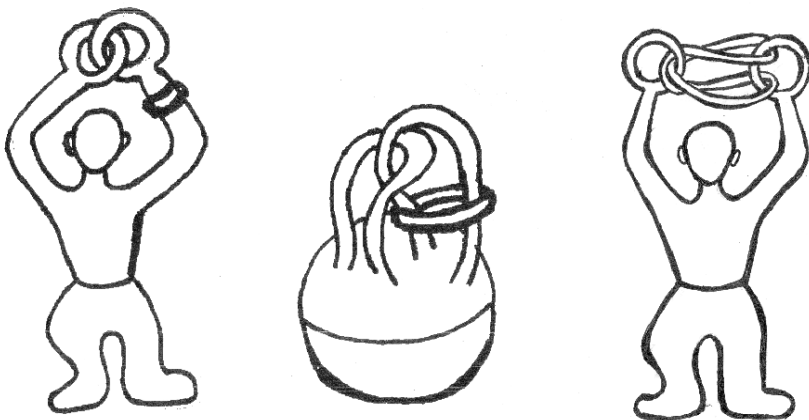
Не обманывайтесь: ни блудники, ни идолослужители, ни прелюбодеи, ни малакии, ни мужеложники, ни воры, ни лихоимцы, ни пьяницы, ни злоречивые, ни хищники – Царства Божия не наследуют.

*1 Кор. 6:9-10*

Приведенные выше примеры убеждают, что ничем не ограниченные морфизмы могут завести систему очень далеко. Традиционный способ их ограничения – выбор инвариантов, сохраняемых допустимыми морфизмами.

Как работают инварианты? Инвариант, являющийся аксиомой на языке описания структуры сложной системы, выделяет из группы морфизмов подгруппу допустимых этим инвариантом морфизмов, которые сохраняют его.

В примере топологически эквивалентных человечков, таким инвариантом может быть надетый на руку браслет (рис. 3). Никакими гомеоморфизмами невозможно расплести сцепленные руки, если на одной из них постулирован браслет. Расцепить кольца рук можно, но тогда их будет связывать браслет, согнутый пополам, целиком продетый в кольцо руки где его первоначально не было и надетый двумя концами на кольцо руки, на которую он был надет.



**Рис. 3.** Браслет – инвариант, запрещающий «расплетание» рук

Подобными инвариантами, ограничивающими в социуме преобразования поведения, традиционно являются религиозные заповеди, моральные и культурные ценности, то что можно назвать Законом с большой буквы. Не всегда Закон носит исключительно религиозный характер, туда могут входить и как древние, примордиалистские традиции той или иной культуры (например, закон гор – адат), так и новые, конструктивистские, вполне светские нормы (например, моральный ко-

## ПОДХОД К ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПОВЕДЕНИЯ

декс строителя коммунизма, хотя в последнем случае имеет место существенное заимствование из религиозных заповедей).

До тех пор, пока в общественном сознании прочно укоренен Закон, окна Овертона не могут успешно работать в противоречащем ему направлении – это сразу вызовет общественное неприятие и порицание. Например, если общество считает нравственным инвариантом заповеди Библии, никакие окна Овертона не способны сделать общественной нормой однополые браки или супружеские измены.

Окна Овертона в полную силу заработали в этом направлении лишь в XX веке, когда подобные инварианты были признаны общественным сознанием Запада устаревшими пережитками «времен невежества», ограничивающими свободу самовыражения личности, хотя первые безнаказанные нападки на них в Западном мире начались еще с Новым временем. В современной же практике Запада известны случаи, когда даже священник, цитируя в проповеди из Библии нечто подобное второму эпитафю, наживал себе массу проблем с законом. Несмотря на это, писать на деньгах «на Бога уповаем» (In God We Trust), почему-то еще не перестали.

Об утрате сдерживающих инвариантов говорит первый эпитаф параграфа, причем его основная мысль – отсутствие заповедей – усиливается тем, что на их место ставятся правила дорожного движения. Заповеди принадлежат миру идей, а правила дорожного движения – из более низкого мира нормативных актов [7] (информатики), и то, что их ставят на место идей, только подчеркивает, что идей-то на Западе уже совсем и не осталось.

Из сказанного выше следует, что для того, чтобы поведение сложной системы на длительных временах под всевозможными воздействиями морфизмов изменялось лишь в желательных направлениях, должны выполняться некоторые аксиомы, инвариантные относительно этих воздействий.

**Устойчивость сложной системы. Сохранение законов: потенциал динамического равновесия, церемония – ритуал (обряд) – культ**

Чтобы делать золото, нужно иметь золото.

*Девиз алхимиков и искателей грантов*

Ритуалы служат для выражения веры или приверженности определённым символическим системам

*М. Дуглас*

В классической физике обычно рассматриваются замкнутые системы и важнейшим средством их изучения являются законы сохранения. Сложные системы, о которых идет речь здесь, обычно открытые диссипативные в смысле И. Пригожина [14] системы, которые обмениваются с окружающим миром потоками материи, энергии и информации.

Такие системы изучались школой И. Пригожина, в нашей стране – школой С.П. Курдюмова [15], где основное внимание уделялось нелинейности законов, описывающих такие системы, и возможному выходу систем на режимы с обострениями. Ю.Н. Павловский во многих своих работах (например, [12]) отмечал, что сложные системы стремятся сохранять свою структуру. В XX веке было построено несколько математических моделей подобных систем, например, брюсселятор Пригожина, реакция Белоусова – Жаботинского, описание солитонов уравнениями Кортевега – де Фриза. Все это и в самом деле нелинейные модели.

Посмотрим теперь, что может дать теория агентного моделирования для исследования устойчивости более сложных моделей. Например, рассмотрим университет. Морфизмы базисных множеств учебного заведения – это смена поколений учащихся, преподаватели также меняются, но обычно на более длительных временах. Также со временем может изменяться состав работников и администрации любого предприятия и даже здания и место, где это предприятие находится. Тем не менее, в восприятии всех, кто имеет с ним дело, предприятие

## ПОДХОД К ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПОВЕДЕНИЯ

остается «тем же самым». Что же делает его тем же самым? – это его структура, выраженная в нормативных документах (например, уставе, перечне должностных обязанностей, трудовых договорах), а также неписанных корпоративных законах и традициях. При этом, и писанные и неписанные программы поведения основаны на инвариантах – аксиомах, на которых построена структура организации.

Почему сохраняется структура? Чтобы функционировать, диссипативной системе необходимо тратить часть своей мощности на поддержание процесса ее функционирования, а также на поддержание ее структуры, в том числе и функциональностей, не задействованных в данный момент. Самый простой пример – четырехтактный двигатель внутреннего сгорания. На такте сгорания производится работа и ее должно хватать хотя бы на остальные такты – выхлопа, набора и сжатия смеси, а также на работу топливного насоса, системы охлаждения, смазки и т. д. Равенство произведенной работы и постоянных расходов наступает на холостых оборотах двигателя. Поэтому невозможно заставить его работать с меньшими оборотами – он просто остановится. Чтобы двигатель крутился, он должен крутиться! Это и есть динамическое равновесие. Чтобы запустить двигатель, нужно специальное внешнее воздействие стартера – устройства, вообще говоря, не имеющего никакого отношения к работе уже запущенного двигателя. Стартер сообщает двигателю потенциал динамического равновесия, лишь имея который, он может работать.

Примерно так, только еще чуть сложнее, обстоит дело и со всякой сложной диссипативной системой. Так же как двигатель, такая система для того, чтобы работать, должна работать. Ее равновесие тоже динамическое. Потенциалом динамического равновесия будет сумма затрат в единицу времени на поддержание структуры сложной системы. Например, если мы говорим о предприятии – нужно платить зарплату сотрудникам, в том числе и подразделениям, не имеющим прямого от-

ношения к функциональности организации, таким как бухгалтерия, охрана, хозяйственные службы и т. д. Нужно оплачивать кредиты, аренду помещений и оборудования, услуги связи, отопление, электричество, поддерживать в «боевом» состоянии производственные мощности. Выше упомянуты затраты на поддержание материальной составляющей структуры сложной системы. Кроме нее могут быть составляющие, относящиеся к мирам информации и идей – это поддержание корпоративной культуры отношений и производства (в первую очередь, это как раз сохранение инвариантов организации при морфизмах поведения персонала, самый распространенный из которых – текучесть кадров), сохранение и расширение сети клиентов, обучение персонала, связи с учебными заведениями, поставляющими кадры, и многое другое. Хотя эта часть структуры нематериальна, затраты на ее сохранение – вполне материальны и входят в потенциал динамического равновесия.

Чтобы предприятие заработало – нужно сообщить ему потенциал динамического равновесия, для чего существуют специальные механизмы, не имеющие отношения непосредственно к функционированию предприятия, например, привлечение инвесторов, банковский кредит, или эмиссия акций.

Если на достаточно длительном времени доходы предприятия упадут ниже потенциала динамического равновесия, оно станет банкротом, остановится и перестанет существовать в прежнем своем качестве. Скорее всего при этом его базисные множества за бесценок достанутся другим предприятиям.

Остановимся теперь на способах поддержания поведения сложной системы. В более простом случае технической системы с компьютерным управлением – это будет система регламентных работ по проверке аппаратного и программного обеспечения. В социальных системах подобные регламентные работы также имеют место (мы начинали с того, что первым универсальным программируемым устройством был человек), но они несколько отличаются по форме и названию. Систему



## ПОДХОД К ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПОВЕДЕНИЯ

периодических мероприятий, направленную на поддержание инвариантов и форм поведения, будем называть культом. Отдельные мероприятия культа – ритуалами или обрядами, отдельные действия ритуалов – церемониями. Культ должен программировать общественное поведение на сохранение инвариантов и заострять внимание на положительных результатах их сохранения. Как считал русский математик, священник, философ и поэт П.А. Флоренский (например, [16]), культ – основа культуры.

Возможно, кто-то возразит, что культ – это что-то уж совсем религиозное. Автор не будет с этим спорить, действительно, проекция религии на этологический уровень культуры имеет сходные задачи, но заметит, что религии здесь может и не быть. Для сохранения инвариантов поведения достаточно периодически программировать «приверженность определенным символическим системам», – как формулировала это известный антрополог Мери Дуглас [17].

Например, во вполне секулярном СССР существовала разветвленная система партийных, комсомольских, пионерских и даже октябрятских организаций всех уровней, с регулярными собраниями первичных организаций, заседаниями комитетов и бюро всех уровней, а также различными иными церемониями и ритуалами – элементами культа. Главной задачей этого культа было поддержание инвариантов и структуры советского общества. Как мы видим, с этой задачей он не справился. Возможно, не в последнюю очередь из-за того, что этот культ не отражался как культ в общественном сознании, и в первую очередь в сознании его служителей. Они редко рассматривали свою роль, как именно служителей культа и все время скатывались к более понятным им, материалистам, производственно-хозяйственным задачам, где часто лишь мешали работе и дискредитировали существующую систему. Что бывает со сложной системой, не сумевшей сохранить свои инва-

рианты – можно видеть на примере истории нашей страны второй половины XX в.

Культ существует в практике светских организаций, занимающихся торговлей с помощью сетевого маркетинга. Структура и инварианты – основа этого бизнеса. Поэтому регулярные собрания по «накачке» персонала весьма напоминают богослужения какой-нибудь позднепротестантской секты, – сперва с восторгом поклоняются инвариантам организации, а затем по очереди перечисляют свои достижения т.е., как эти инварианты им помогли в жизни, под экзальтированные аплодисменты присутствующих. Элементы культа нетрудно заметить в практике современных крупных корпораций, силовых структур, а также учебных и научных организаций. В «западной» культуре культом является исполнение демократических и судебных процедур. Практически в любой сложной системе (кроме самых простейших примеров в начале параграфа), где нужна система управления, должны присутствовать элементы культа, обеспечивающие сохранность и работоспособность программного обеспечения этой системы. В технических системах, например, это ритуал регламентных работ и проверок.

Заметим, что для поддержания культуры, очень важен положительный отбор в служители культа, т.е. своевременный отбор лучших. Если же лучшие остаются за бортом, то вместо вклада в укрепление культуры они становятся ее оппонентами и критиками (а раз худшие взялись за дело, которое и лучшим едва по силам, всегда найдется за что их критиковать), это ослабляет культуру и в конце концов может ее разрушить.

Подводя итог, скажем, что потенциал динамического равновесия – это цена, которую сложная система платит в единицу времени за то, чтобы оставаться самой собой, за сохранение и поддержание своей структуры. За эту цену она получает постоянство законов, по которым живет. Поэтому можно сказать, что в сложной системе вместо законов сохранения имеет место сохранение законов. Система старается сохранить усло-

## ПОДХОД К ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПОВЕДЕНИЯ

вия своего существования. Впрочем, физические законы сохранения являются частным случаем описанного выше сохранения законов. Они следуют из симметрий – следствий сохранения определенных инвариантов (энергия – однородность времени, импульс – однородность пространства и т.д.).

### Заключение

Геометрия есть искусство хорошо рассуждать над плохо выполненными чертежами.

*А. Пуанкаре*

В работе на основании методов модельного синтеза заложены основы геометрической теории поведения.

Данная работа только лишь ставит данную очень серьезную проблему. Полного математического решения у автора пока нет, хотя имеются некоторые наброски, аналогии и понимание проблемы на гуманитарном уровне, проиллюстрированное примером окон Овертона.

За каждой предлагаемой «гуманитарной» конструкцией вполне может стоять имитационная модель, построенная методом модельного синтеза и, следовательно, представленная вполне формальным математическим объектом – моделью-компонентой. Появляется возможность вести математический дискурс в терминах родов структур, морфизмов базисных множеств, инвариантов, сохраняемых этими морфизмами и т.д.

Геометрическая теория дает математическую языковую среду для дискурса в предметной области моделирования социального поведения, т.е. возможность выявлять достаточно тонкие различия рассматриваемых сущностей, которые обычно теряются, сливаются при их гуманитарном обсуждении на естественном языке. Отсутствие такой языковой среды часто ведет к кажущимся противоречиям при обсуждении проблем, возникающих при таком моделировании, как попытался показать автор, в примере с окнами Овертона.

С помощью языка геометрической теории показано, что для поддержания заданного поведения сложной системы не

достаточно одних лишь физических действий по поддержанию потенциала динамического равновесия (кроме известных простейших случаев). Обязательно нужна идейно-информационная система программирования сохранения инвариантов, обеспечивающих заданное поведение. В работе она названа культуром. Культ наряду с поддержанием потенциала динамического равновесия обеспечивают сохранение законов функционирования сложной системы. Известные физические законы сохранения являются частным случаем сохранения законов. Феномен сохранения законов в сложной системе подтверждает мнение П.А. Флоренского, что в основе культуры лежит культ.

В дальнейшем предполагается попробовать с помощью идей геометрической теории дать классификацию типов этнокультурного поведения в зависимости от инвариантов, сохраняемых рассматриваемыми культурами.

#### Л и т е р а т у р а

1. *Аверинцев С.С.* Логос // Статья в Большой Советской Энциклопедии. 3-е изд. М.: Советская Энциклопедия. 1969-1978.
2. *Бродский Ю.И.* Модельный синтез и модельно-ориентированное программирование М.: ВЦ РАН, 2013, 142 с.
3. *Бурбаки Н.* Теория множеств. М.: Мир. 1965. 456 с.
4. Теория моделей и алгебраическая геометрия. // Сб. статей под ред. Э. Бускаран М.: МЦНМО, 2008. 280 с.
5. *Маклейн С.* Категории для работающего математика / Перевод с англ. под ред. В.А. Артамонова М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 352 с.
6. *Бродский Ю.И.* О сложных процессах, аналогиях, структурах, математическом моделировании, трех мирах и информатике // Моделирование, декомпозиция и оптимизация сложных динамических процессов, 2016. Т. 31, №1(31), С. 86-108.
7. *Леванский В.А.* Моделирование в социально-правовых вопросах. М.: Наука, 1986, 158 с.

8. Об основаниях геометрии // Сборник классических работ по геометрии Лобачевского и развитию ее идей / Ред. и вступ. статья *А.П. Нордена*, М.: Гос. изд. технико-теоретической литературы, 1956. 533 с.
9. *Павловский Ю.Н.* Геометрическая теория декомпозиции и некоторые ее приложения. М.: ВЦ РАН, 2011. 93 с.
10. *Елкин В.И.* Основы геометрической теории нелинейных управляемых систем. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. 204 с.
11. *Cohn A., Maréchal M.A., Tannenbaum D., Zünd C.L.* Civic honesty around the globe // Science 05 Jul 2019. Vol 365, Issue 6448, P. 70-73. DOI: 10.1126/science.aau8712.
12. *Белотелов Н.В., Бродский Ю.И., Павловский Ю.Н.* Сложность. Математическое моделирование. Гуманитарный анализ. Изд. 3, М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2019. 320 с.
13. Топология на пальцах // <https://habr.com/ru/post/168133/>
14. *Николис Г., Пригожин И.* Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979. 512 с.
15. <http://spkurdyumov.ru> – сайт, посвященный С.П. Курдюмову
16. *Флоренский П.А.* Столп и утверждение истины: Опыт православной теодицеи. М.: АСТ, 2007. 633 с.
17. *Douglas M.* How Institutions Think. Syracuse (NY): Syracuse University Press, 1986. 146 p.

### **Данные об авторе**

Юрий Игоревич Бродский, ведущий научный сотрудник, доктор физико-математических наук.

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, ул. Вавилова 40, г. Москва, 119333, Российская Федерация.

e-mail: [yury\\_brodsky@mail.ru](mailto:yury_brodsky@mail.ru)

SPIN-код: 2289-6255.

Orcid ID: 0000-0002-0565-4957

ResearcherID: Q-9200-2019