

## С. П. КУРДЮМОВ И ЕГО ЭВОЛЮЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

*Е. С. Куркина, Е. Н. Князева*

В статье рассказывается о Сергее Павловиче Курдюмове (1928–2004) и его выдающемся вкладе в развитие современной междисциплинарной теории и методологии исследования сложных саморазвивающихся систем – синергетики. Раскрывается содержание предложенной им математической модели эволюционной динамики сложных систем. В основе модели лежит нелинейное уравнение теплопроводности с источником. При определенных условиях оно описывает динамику развития структур разной сложности в режиме с обострением. Рассматриваются методики расчета двумерных структур, описываемых автомодельными решениями, и дается их классификация. Автомодельная задача представляет собой краевую задачу на собственные значения и собственные функции для нелинейного уравнения эллиптического типа на плоскости. Из анализа динамики модели следует сформулированный С.П. Курдюмовым принцип коэволюции, или принцип объединения простых структур в сложную, и вытекают три важнейших представления: о связи пространства и времени, о сложности и ее природе, о циклах эволюции и переключении режимов как необходимого механизма поддержания «жизни» сложных структур. Показываются подходы для возможных применений этой модели для понимания динамики сложных социальных, демографических и геополитических систем.

*Ключевые слова:* Коэволюция, междисциплинарность, нелинейность, неустойчивость, режимы с обострением, пространство и время, самоорганизация, синергетика, сложные системы, темпомиры, тепловые структуры.

### **Жить – значит мыслить, причем мыслить междисциплинарно**

В этом, 2013 году исполнилось бы 85 лет Сергею Павловичу Курдюмову (1928–2004) – выдающемуся ученому с мировым именем, который по праву считается основателем синергетики в России. Эта именно та область научных исследований, которая называется сейчас в мире теорией сложности (Theory of Complexity) и которая бурно развивается, получая новые разветвления такие, например, как Network Science.

Сергей Павлович Курдюмов был ученым особого типа, ученым-романтиком, философствующим ученым-физиком. «Физика берегись метафизики!» – это не про

Курдюмова. Он всегда развивал, а в своих устных докладах горячо пропагандировал, если угодно, даже проповедовал, синергетику как идею, как мировоззрение, как новое видение мира. Это был ученый сократического типа, который больше говорил, чем писал, а если и писал, то с гораздо большей охотой личные дневники, а не научные труды, хотя и опубликованных книг и статей, если посмотреть ретроспективно, у него достаточно. В его устных рассуждениях и беседах, лекциях и докладах наука сливалась с философией, наука наполнялась философской мудростью, а философия укоренялась в науке, в живом исследовании, находящимся на передовом крае науки.

Лишь сегодня, оценивая его вклад в науку о сложном *post factum*, можно в полной мере осознать масштабы его научной школы и огромной когорты его последователей и почитателей. Под его руководством защитили диссертации 10 докторов и 19 кандидатов наук, а всех ученых, испытавших его интеллектуальное влияние, невозможно даже перечислить. Он был средоточием научной активности, наиболее весомым узлом научной сети ученых, аттрактором, который притягивал очень многих интересующихся синергетикой, «котлом», где бурлила мысль и рождались новые идеи. И из этого центра, как круги по воде, распространялись волны, выходя далеко за пределы естествознания: в философию, психологию, социологию, педагогику, геополитику, социальную теорию управления и теорию социального прогнозирования (исследования будущего).

Сергей Павлович родился и вырос в Москве, в 1953 году закончил физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова и затем всю жизнь проработал в Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН. В одно из самых тяжелых для российской науки десятилетий, в 1990-х годах он был директором этого Института. Его молодость пришлось на золотой век советской науки, когда советским ученым, физикам и математикам, в кратчайшие сроки надо было решать важнейшие стратегические проблемы. Это были задачи, связанные с созданием ракетно-ядерного щита СССР и с осуществлением управляемого термоядерного синтеза. С.П. Курдюмов всецело включился в работу над этими проектами и трудился бок о бок с крупнейшими учеными М.В. Келдышем, А.Н. Тихоновым и А.А. Самарским, которых он считал своими учителями.

Актуальные физические задачи, встававшие перед учеными, требовали создания сложных нелинейных математических моделей и разработки вычислительных алгоритмов их решения. Наступал век компьютерной физики и компьютерного моделирования нелинейных явлений. В это же время в мире стали складываться и параллельно развиваться новые области исследований нелинейных процессов в сложных системах: синергетика как учение о взаимодействии с ее парадигмальным примером – излучением лазера (теория, основанная немецким физиком Г. Хакеном в 1969 году), теория сложных адаптивных систем (развиваемая американским физиком М. Гелл-Манном с 1980-х годов), нелинейная динамика, теория динамического хаоса (*theory of dynamic chaos*), фрактальная геометрия, основы которой заложил Б. Мандельброт, теория самоорганизованной критичности (П. Бак, С. Кауфман и др.). Были и другие смежные области исследований сложных систем, которые у нас в России принято называть «синергетика», где последняя используется как зонтичный термин.

В 1970-х годах научные исследования Сергея Павловича были связаны с тематическим моделированием процессов термоядерного горения в плазме. Тогда

было открыто, что в среде с нелинейным коэффициентом теплопроводности и объемным источником тепла процессы горения развиваются *в режиме с обострением*, при котором температура асимптотически уходит в бесконечность в некоторой области пространства за конечное время – время обострения. Режимы с обострением вызвали интерес ученых своими на первый взгляд парадоксальными свойствами. В нелинейной среде при определенных условиях, несмотря на наличие теплопроводности, наблюдается необычное явление – возникают области интенсивного горения в режиме с обострением, имеющие характерный размер – *фундаментальную длину*, в которых температура во много раз превышает температуру окружающей среды. Это феномен получил название явления *локализации тепла*, а области горения в режиме с обострением – *нестационарными тепловыми структурами*. Локализация тепла означает распад сплошной среды на отдельные структуры.

Исследования, проведенные в то время группой Курдюмова, показали возможность возникновения не только простых структур, имеющих один максимум, но и сложных структур, с немонотонным распределением плотности температуры внутри области локализации, объединяющих в себе несколько максимумов. Была поставлена и решена сложная математическая задача по поиску, построению и изучению спектра сначала одномерных, а потом и двумерных структур. В 2004 году была построена первая трехмерная сложная тепловая структура в виде гантели, подобно одной из электронных оболочек атома, существование которой предсказал Сергей Павлович почти за 30(!) лет до этого.

Обнаруженное явление локализации тепла открывало тогда новые подходы к решению проблемы управляемого термоядерного синтеза, и Сергей Павлович активно занимался этими задачами со своими учениками и коллегами, но на постановки задач и на результаты исследований он смотрел значительно шире. Ему было интересно: «Как, при каких условиях в однородной среде появляется организация – структуры (вихри, солитоны, диссипативные структуры), которые способны самоподдерживаться конечное время? Как они устроены и как эволюционируют во времени? Почему возникают только определенные типы структур, как устроен спектр этих структур? Как происходит «усложнение организации нелинейной диссипативной среды». И вообще: «существуют ли объективные законы эволюции, справедливые для сложных систем самой разной природы: физических, химических, биологических и даже для человеческого сообщества и самого человека, его тела, мозга и сознания?»

Глубокая интуиция ученого подсказывала Сергею Павловичу, что режимы с обострением описывают процессы эволюции в сложных системах самой различной природы и обладают огромной общностью. Они возникают в нелинейных открытых диссипативных системах с положительными обратными связями. Такими системами являются автокаталитические реакции в химии, взрывные режимы в физике, механизмы свободного рынка в экономике, информационные процессы в обществе, механизмы формирования социальных сетей в интернете, в том числе в глобальной системе человеческого общества. Все эти эволюционные процессы могут быть описаны одной моделью, в основе которой лежит нелинейное уравнение теплопроводности с источником. Нелинейный коэффициент теплопроводности (диффузии) описывает диссипативные процессы в системе, распространение энергии,



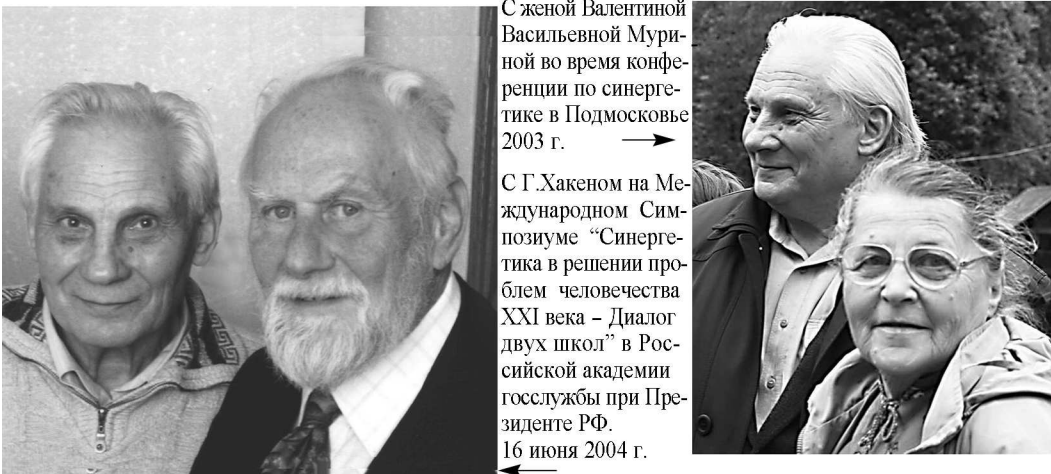
Круглый стол по синергетике. Москва, 1996

Во втором ряду стоят слева направо: пятый слева С.П.Калица, В.А.Белавин, Г.Г.Малинецкий, С.П.Курдюмов. ?, В.Г.Буданов, В.А.Копчик, Ю.Л.Климонтович, И.А.Акчурин.

В первом ряду сидят, слева направо: И.В.Мелик-Гайказян, ?, Е.Н.Князева.



Кафедра вычислительных методов на факультете ВМК МГУ. Сидит акад. А.А. Самарский, стоят слева направо: А.Б. Потапов, С.П. Курдюмов, А.П. Михайлов, Е.С. Куркина, Г.Г. Еленин, Н.В. Змитренко, В. Дородницын, Г.Г. Малинецкий и В.А. Галактионов.



С женой Валентиной Васильевной Муриной во время конференции по синергетике в Подмоскowie 2003 г. →  
 С Г.Хакеном на Международном Симпозиуме “Синергетика в решении проблем человечества XXI века – Диалог двух школ” в Российской академии госслужбы при Президенте РФ. 16 июня 2004 г. ←



Курдюмов С.П. с учениками у себя дома за чаем. Справа налево: Князева Е.Н., Курдюмов С.П., Плохотников К.Э., Белавин В.В., Куретова Е.Д., Куркина Е.С.

*Все представленные фотоматериалы взяты из архивов Е.Н.Князевой и Е.С.Куркиной*

вещества или информации, а объемный источник описывает кумулятивные процессы, скорость прироста энергии, вещества или информации в системе. Аккумуляция и диссипация – две важнейшие динамические составляющие процессов в сложных системах, а их единство есть движущая сила эволюции. Нелинейная динамика сложных систем разного типа может быть рассмотрена единым образом, с точки зрения развития и взаимодействия структур разной сложности, развивающихся в режиме с обострением.

Исследованию синергетических свойств режимов с обострением и особенностей формирования нестационарных диссипативных структур, обобщению, осмыслению, новой интерпретации полученных результатов Сергей Павлович посвятил всю оставшуюся жизнь. Он занимался, по его собственному признанию, «поиском истины мира в режимах с обострением». И в мировую науку С.П. Курдюмов внес наибольший вклад именно как исследователь режимов с обострением и сложных структур, возникающих и эволюционирующих в режимах с обострением. Созданная им модель тепловых структур – одно из его важнейших достижений.

С.П. Курдюмов – признанный авторитет и в научном сообществе философов. Он внес существенный вклад в развитие философии синергетики, то есть синергетики как видения мира. С его ученицей Е.Н. Князевой, доктором философских наук, они фактически создали новое философское учение, новое направление в философии, основные положения которого отражены в фундаментальном труде «Основания синергетики» [1,2] и серии статей, опубликованных в журнале «Вопросы философии» [3–6].

Философские обобщения и мировоззренческие выводы С.П. Курдюмова основывались на результатах математического моделирования и вычислительного эксперимента. *Его исследования* были всегда по существу *междисциплинарными*, даже тогда в 1970-х, когда математическое моделирование и вычислительный эксперимент только начали внедряться в различные естественные, социальные и гуманитарные науки, когда идеи синергетики только начали делать свои первые шаги. Курдюмов опережал свое время, работая в междисциплинарном ключе, на стыке математической физики и философии, естествознания и социальных наук, а также – насколько синергетика развивалась как синергетика человека – гуманитарных наук. Математика, математическое моделирование и вычислительный эксперимент были фундаментом, на котором проводились исследования. Физическое образование давало точные представления о природе и процессах в мире природы, развитая интеллектуальная интуиция его как ученого-физика позволяла ставить задачи в разных, порой совершенно неожиданных ракурсах, а философия, к которой он питал интерес со студенческих лет, давала широкий взгляд на исследования, позволяла обобщать полученные результаты и транслировать их в другие науки «для общего пользования». Синергетика тогда становилась методом исследования.

*Курдюмов был мыслителем эры междисциплинарности*, эры, которая сегодня развернулась во всей своей полноте. Сорок лет назад он заложил краеугольный камень в исследования сложных систем, стремительное развитие которых мы наблюдаем в наши дни.

Если подняться на междисциплинарный уровень и отвлечься от конкретной природы системы, можно установить общие законы эволюции нелинейного мира, строя модель развития пространственно-временных структур в сложной системе.

Для эволюции систем, развивающихся в режиме с обострением, характерны: а) наличие нескольких стадий; б) ускорение развития со временем, выражающееся в сокращении длительности стадий и наращивании общего темпа развития; в) усиление неустойчивости развития; г) изменение характерных размеров структур. Последняя стадия эволюции – это взрывное развитие (blow-up), заканчивающееся коллапсом или радикальным поворотом с рождением природных, социальных или культурных инноваций. На определенной стадии структуры могут формироваться, на других стадиях распадаться, существуют периоды устойчивого быстрого роста и периоды кризисов, дезинтеграции структур, которые с неизбежностью заканчиваются формированием новых структур.

Первая публикация с претензией на новое мировидение, опирающаяся на изучение процессов, развивающихся в режиме с обострением, была сделана Курдюмовым в 1979 году. Это был препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша, который назывался «Собственные функции горения нелинейной среды и конструктивные законы построения ее организации» [7]. В этой работе, подводя итог многолетних исследований и анализируя свойства решений нелинейного уравнения теплопроводности, описывающих формирование и развитие диссипативных структур в плазме, Курдюмов вводит несколько основополагающих понятий, которые разовьет в дальнейшем в своих работах с Князевой. Во-первых, это понятие *собственных функций нелинейной среды* – строго определенного, дискретного набора пространственно-временных структур, которые могут формироваться и развиваться в данной нелинейной среде. Во-вторых, это понятие *темпомира* структуры (термин, введенный им вместе с Князевой), связывающего возраст структуры со скоростью (темпом) ее развития [6]. В-третьих, это принцип объединения простых структур «разного возраста» в единую сложную структуру. В-четвертых, это идея немонотонного циклического развития, которую впоследствии он с В.А. Белавиным впервые применяет к глобальной демографической системе [8,9].

При этом в качестве ключевых выступали, по меньшей мере, три мировоззренческие идеи, а именно: идея о связи пространства и времени, идея о сложности и ее природе (стремление понять, что есть сложность и каков путь к сложному) и идея циклов и переключения режимов как необходимого механизма поддержания «жизни» сложных структур.

### Модель тепловых структур

Базовой моделью для изучения свойств пространственно-временной эволюции системы, развивающейся в режиме с обострением (рис. 1, а), является квазилинейное уравнение теплопроводности с коэффициентом теплопроводности  $k(T) = \chi_0 T^\sigma$  и объемным источником тепла  $Q(T) = q_0 T^\beta$ , которые степенным образом зависят от температуры  $T(\mathbf{r}, t)$ ,

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \operatorname{div} (\chi_0 T^\sigma \operatorname{grad} T) + q_0 T^\beta. \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{r}$  – координата точки, а  $t$  – время,  $E = c_V T$ ,  $c_V, \chi_0, q_0 > 0$ ,  $\sigma > 0$ ,  $\beta > 1$  – заданные параметры. (Без ограничения общности можно считать, что  $c_V = \chi_0 = q_0 = 1$ .)

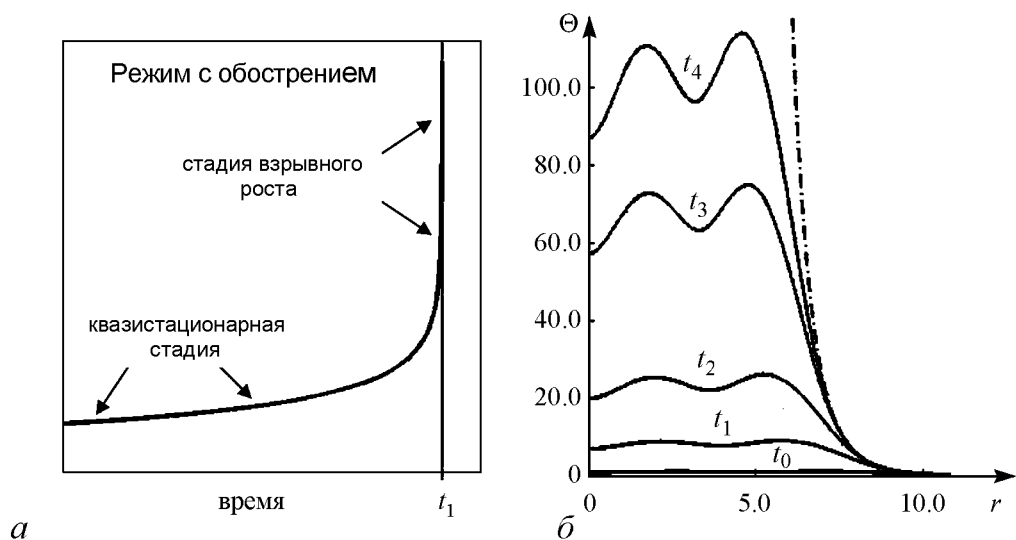


Рис. 1. *a* – динамика роста в режиме с обострением; *b* – эволюция четвертой радиально-симметричной собственной функции. Штрихпунктирная линия показывает предельное распределение температуры в момент обострения

Такие зависимости коэффициентов от температуры встречаются во многих реальных процессах. При соответствующем выборе значений параметров и разной физической интерпретации функции  $T$  (это может быть не только температура, но и плотность, концентрация и др.) это уравнение описывает термоядерное горение плазмы с электронной или радиационной теплопроводностью, некоторые автокаталитические химические реакции, социально-экономические процессы [8] и др.

Рассмотрим характерные черты динамики процессов, описываемых уравнением (1). Считается, что горение инициируется заданием начального распределения температуры в некоторой области пространства

$$T(\mathbf{r}, 0) = T_0(\mathbf{r}) \leq M < \infty.$$

Начавшееся горение начинает распространяться в пространстве, и профиль распределения температуры изменяется со временем. Горение среды может развиваться по-разному в зависимости от значений параметров  $\beta$  и  $\sigma$ . Доказано, что при  $\beta > 1$  процессы горения на развитой стадии идут в режиме с обострением. Явление локализации тепла имеет место при  $\beta \geq \sigma + 1$ . Сложные структуры возникают при  $\beta > \sigma + 1$ . Многие свойства решений уравнения (1) описаны в монографии [10] и сборнике наиболее значимых статей [11].

В середине 1970-х годов С.П. Курдюмов поставил перед своими учениками задачу построения и исследования спектра сложных структур. Сначала были изучены одномерные структуры [12–16], а потом построены и классифицированы двумерные структуры [17–25], в 2004 году были построены некоторые трехмерные структуры [21,22]. Рассмотрим двумерные структуры на плоскости. Они описываются автомодельными решениями уравнения (1) вида

$$T(r, \varphi, t) = g(t)\Theta(\xi, \varphi), \quad \xi = \frac{r}{\psi(t)}, \quad (2)$$

где  $(r, \varphi)$  – координаты точки плоскости в полярной системе координат;  $\xi$  – автомодельная переменная;  $\Theta(\xi, \varphi)$  – автомодельное решение;  $g(t)$  и  $\psi(t)$  – функции

времени

$$g(t) = \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)^m, \quad \psi(t) = \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)^n, \quad m = -\frac{1}{\beta - 1}, \quad n = \frac{\beta - \sigma - 1}{2(\beta - 1)}. \quad (3)$$

Вид автомодельного уравнения для функции  $\Theta(\xi, \varphi)$  найдем, подставив (2) в (1),

$$\frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial r} \left( \xi \Theta^\sigma \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{\xi^2 (\sigma + 1)} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \Theta^{\sigma+1} = -\frac{m}{\tau} \Theta + \frac{n}{\tau} \xi \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} - \Theta^\beta, \quad (4)$$

где  $\tau$  – произвольный параметр обобщенного разделения переменных (2). Автомодельное уравнение (4) в декартовых координатах имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( \Theta^\sigma \frac{\partial \Theta}{\partial \xi_1} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left( \Theta^\sigma \frac{\partial \Theta}{\partial \xi_2} \right) = -\frac{m}{\tau} \Theta + \frac{n}{\tau} \left( \xi_1 \frac{\partial \Theta}{\partial \xi_1} + \xi_2 \frac{\partial \Theta}{\partial \xi_2} \right) - \Theta^\beta. \quad (5)$$

Здесь  $\Theta = \Theta(\xi_1, \xi_2)$ ,  $\xi_1 = x/\psi(t)$ ,  $\xi_2 = y/\psi(t)$ . Ищутся ограниченные решения уравнения (4) или (5), удовлетворяющие условиям на фронте, который находится на бесконечности в случае  $\beta > \sigma + 1$ ,

$$\Theta^\sigma \text{grad } \Theta \xrightarrow{\xi \rightarrow \infty} 0, \quad \Theta \xrightarrow{\xi \rightarrow \infty} 0, \quad (6)$$

и условию равенства нулю потока в центре симметрии

$$\Theta|_{\xi=0} < \infty, \quad \Theta^\sigma \text{grad } \Theta|_{\xi=0} = 0. \quad (7)$$

Автомодельная задача (4), (6), (7) является задачей на собственные значения (СЗ)  $\tau$  и собственные функции (СФ)  $\Theta(\xi, \varphi)$ . Если собственные значения  $\tau$  и собственные функции  $\Theta(\xi, \varphi)$  автомодельной задачи найдены, то распределение температуры в каждый момент времени задается формулами (2), (3). Так как  $\beta > 1$  ( $m < 0$ ), при положительном СЗ  $\tau > 0$  (этот случай и рассматривается) они существуют конечное время  $t = \tau$  и развиваются в режиме с обострением:  $g(t) \rightarrow \infty$  при  $t \rightarrow \tau$ . Физический смысл СЗ  $\tau > 0$  – время обострения.

При  $\beta > \sigma + 1$  ( $n > 0$ ) эффективная ширина области горения сокращается (так как  $r(t) = \xi\psi(t)$  уменьшается со временем), и температура при  $t = \tau$  обращается в бесконечность только в одной точке – центре симметрии ( $r = 0$ ). Автомодельное решение описывает нестационарную диссипативную структуру, представляющую собой сходящуюся к центру волну горения, заканчивающуюся коллапсом в момент обострения. Это так называемый *LS-режим с обострением*. Причем, развитие процессов обладает свойством самоподобия, и решение в момент времени  $t_j$  получается преобразованием подобия того же решения, взятого в момент  $t_i$  (рис. 1, б).

Автомодельные решения в *LS-режиме* при  $\xi \rightarrow \infty$  имеют степенную асимптотику

$$\Theta(\xi, \varphi) \xrightarrow{\xi \rightarrow \infty} C(\varphi) \xi^{-p}, \quad p = 2/(\beta - \sigma - 1) > 0, \quad (8)$$

где  $C(\varphi)$  – является константой для радиально-симметричных структур и функцией угла для двумерных СФ. Асимптотика (8) описывает предельное распределение температуры (или плотности) при  $t \rightarrow \tau$

$$u(r, \varphi, t) \xrightarrow{t \rightarrow \tau} C(\varphi) r^{-p}. \quad (9)$$

Чем ближе время к моменту обострения, тем ближе прижимается СФ к предельному асимптотическому распределению (9) (см. рис. 1, б).

## Классы двумерных структур

Для построения двумерных СФ использовались различные итерационные алгоритмы. Сначала выбиралась область  $D$  на плоскости, в которой строилась структура. Считалось, что на границе области искомая функция близка к нулю и выполняется условие асимптотического приближения (8). Использовалась как декартова, так и полярная системы координат. Учитывалась предполагаемая симметрия решения, и строилась только часть функции в секторе с углом раствора  $2\pi/m$ , где  $m$  – порядок симметрии СФ. На внутренних границах сектора  $\varphi = 0$  и  $\varphi = 2\pi/m$  записывались условия симметрии, на внешней границе – условие (8). При использовании декартовой системы координат обычно в качестве области  $D$  выбирался прямоугольник, расположенный в первом квадранте плоскости, и строились структуры с  $m$  кратным четырем. Характерный размер сетки составлял обычно  $N = 100 \times 100$  или  $N = 200 \times 200$  узлов. Полученная система нелинейных разностных уравнений решалась итерационным методом Ньютона. Для его реализации необходимо иметь хорошее начальное приближение к искомому решению, то есть иметь его достаточно точное представление заранее, именно в этом состоит наибольшая трудность. Было предложено несколько методов получения начальных приближений.

*Метод сшивания.* В работах [17,18] впервые были высказаны предположения о возможном виде двумерных структур и разработан метод нахождения приближений к ним, основанный на методе линеаризации и методе сшивания с асимптотикой.

*Метод мультипликации.* В декартовой системе координат хорошим приближением для многих СФ из класса  $E_{i \times j}$  является произведение одномерных (плоских) СФ, построенных заранее методом пристрелки [21]

$$\Theta_{i,j}(\xi_1, \xi_2) \approx \Theta_i(\xi_1)\Theta_j(\xi_2). \quad (10)$$

Эти приближения оказались во многих случаях лучше аналогичных приближений, полученных методом сшивания, и весьма близки к двумерным структурам.

*Метод растяжений,* основанный на использовании сечений уже построенных СФ [23].

*Метод продолжения по параметру,* при котором построенная СФ является приближением для СФ, отвечающей некоторому следующему значению параметра, близкому к предыдущему. Метод продолжения по параметру дал новый толчок в исследовании спектра СФ, он позволил изучить бифуркации решений, найти новые структуры, построить дерево ветвлений и ответить на вопрос, сколько существует СФ при данном наборе параметров [21,23,24].

Эволюция СФ изучалась при изменении параметра  $\beta$  (значение  $\sigma$  было фиксированным) с помощью вычислительных алгоритмов продолжения решений по параметру. Было выявлено несколько различных сценариев эволюции двумерных СФ при изменении параметра. В частности, был найден интервал значений  $\beta$ ,  $(\sigma + 1) < \beta^{**} \leq \beta \leq \beta^*$ , в котором существует каждая двумерная СФ.

Проведенные исследования позволили провести классификацию [23] структур на плоскости. Были найдены и изучены следующие типы СФ автотомельной задачи.

**1. Простая, радиально-симметричная структура**  $\Theta_1(\xi)$ , имеющая один максимум в начале координат и существующая при всех значениях параметров  $\beta > \sigma + 1$ .

**2. Радиально-симметричные** одномерные СФ  $\Theta_i(\xi)$ , представляющие собой сходящиеся к центру кольцевые волны.

**3. Структуры в виде плоских волн.** Это одномерные СФ, удовлетворяющие автомодельному уравнению (5) и зависящие только от одной переменной  $\xi_1$  или  $\xi_2$ .

Все остальные СФ представляют собой двумерные структуры. Они отличаются друг от друга:

- *порядком симметрии*  $m$  – СФ с порядком симметрии  $m$  при повороте на угол  $\varphi = 2\pi/m$  переходит сама в себя; функции с порядком симметрии 2 и 4 являются особыми, для них можно построить отдельный класс приближений  $E_{i \times j}$  в декартовой системе координат;
- *типом точки в центре симметрии* – СФ могут иметь: а) локальный максимум, б) локальный минимум, в) седловую точку, г) содержать нулевую область в окрестности начала координат;
- *сложностью архитектуры*, которая отражается в количестве и характере расположения локальных максимумов; существуют относительно простые двумерные структуры и более сложные двумерные СФ, в которых максимумы объединяются в группы; были так же найдены сложные структуры с дыркой, внутри которых содержится одна и более областей с нулевой температурой, то есть которые представляют собой многосвязные области горения.

**4. Класс СФ  $E_{i \times j}$ .** Структуры из этого класса могут быть построены с помощью линейных приближений (10). Максимумы и минимумы в них располагаются рядами. Архитектуру СФ из класса  $E_{i \times j}$  можно охарактеризовать всего двумя числами  $i$  и  $j$ . Число  $j$  задает число рядов, в которых располагаются максимумы, а число  $i$  – число максимумов в ряду. На рис. 2 представлен вид двух СФ из этого класса, а также показаны их линии уровней.

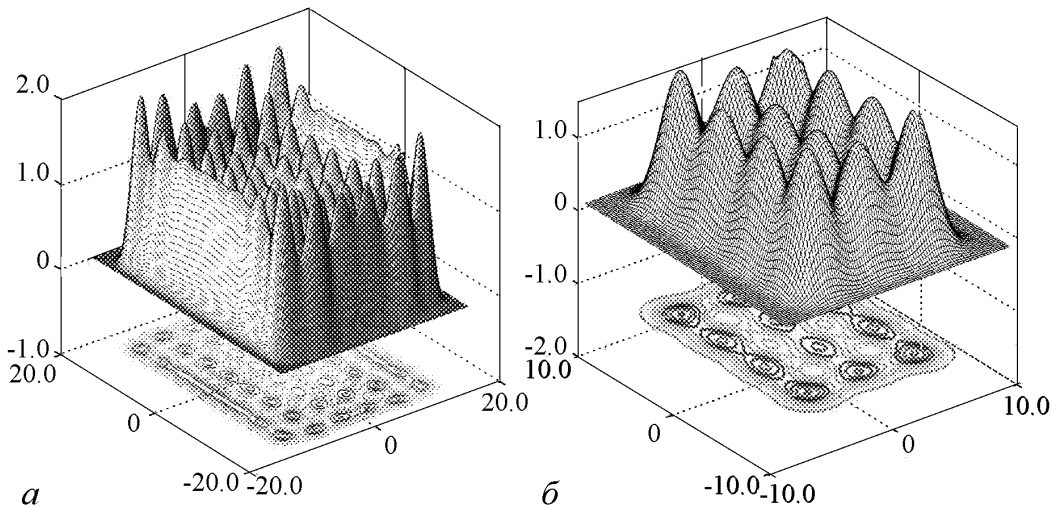


Рис. 2. Собственные функции из класса  $E_{i \times j}$ : а – СФ  $\Theta_{6 \times 8}(\xi_1, \xi_2)$ ,  $\sigma = 2$ ,  $\beta = 3.05$ ; б –  $\Theta_{3 \times 4}(\xi_1, \xi_2)$ ,  $\sigma = 2$ ,  $\beta = 3.15$

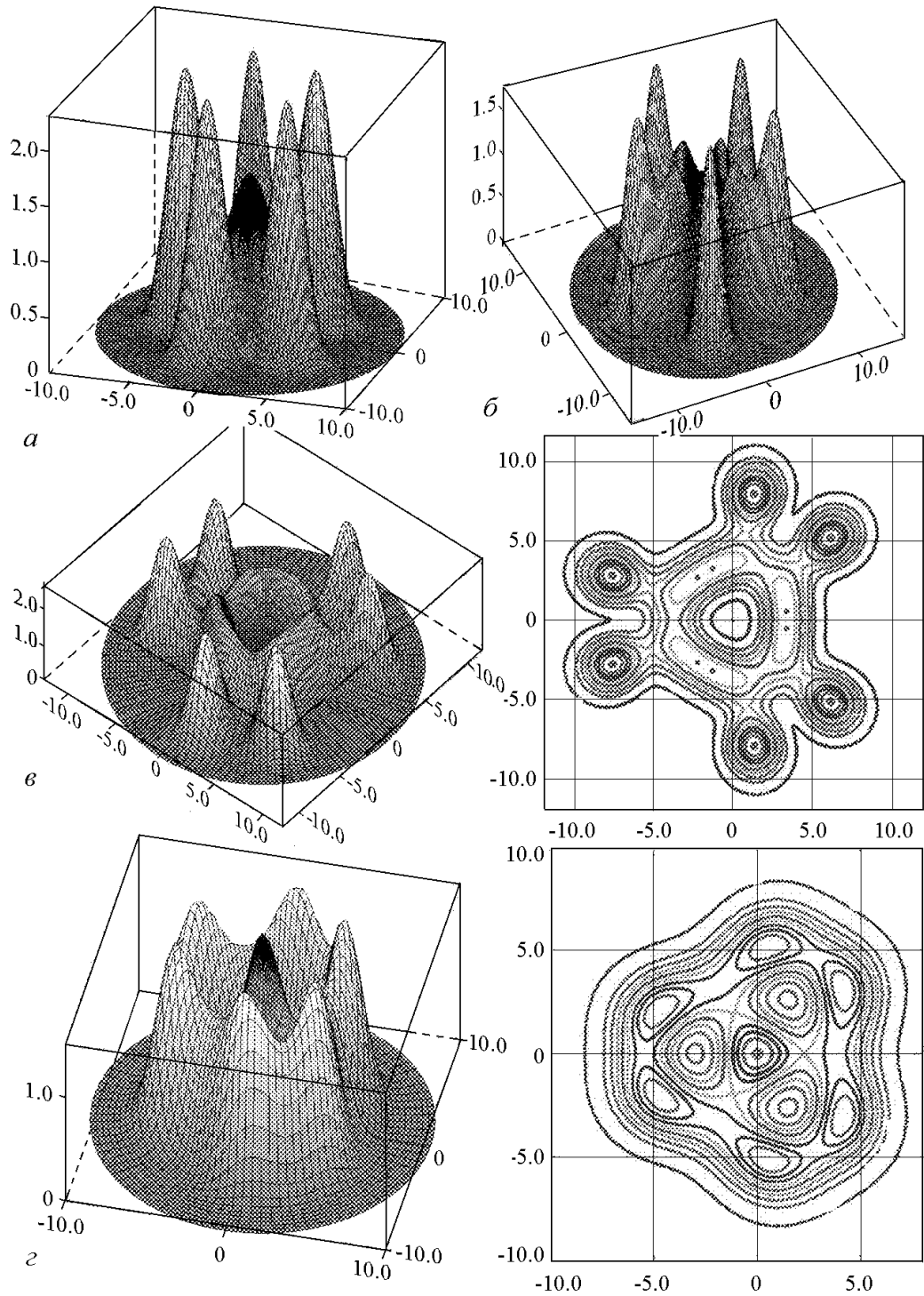


Рис. 3. Сложные многомодовые собственные функции из класса  $E_j M_m$ :  $a - \Theta_{n3m5}(\xi, \varphi)$ ,  $\sigma = 2$ ,  $\beta = 3.15$ ;  $b - \Theta_{n4m5}(\xi, \varphi)$ . Из класса  $E_j M_m K_k \dots L_l$ :  $v - \Theta_{n4m3 \times 2}(\xi, \varphi)$ ,  $\sigma = 2$ ,  $\beta = 3.06$ ;  $z - \Theta_{n3m3 \times 2}(\xi, \varphi)$ ,  $\sigma = 2$ ,  $\beta = 3.15$

**5. Класс СФ  $E_j M_m$ .** Это относительно простые двумерные структуры, которые могут быть построены в полярной системе координат методом сшивания. Максимумы и минимумы СФ из класса  $E_j M_m$  располагаются на окружностях в вершинах правильных  $m$ -угольников. Архитектуру этих структур можно охарактеризовать всего двумя числами. Одно из них описывает число слоев  $j$ , в которых располагаются максимумы, другое – порядок симметрии  $m$ . Найдены структуры с порядком симметрии 2,3,...,11. СФ из класса  $E_j M_m$  могут иметь как локальный максимум, так и локальный минимум в центре симметрии. Исследование методом продолжения по параметру показало, что похожие структуры, одни из которых имеют максимум в центре симметрии, а другие – минимум, могут лежать на одной кривой зависимости от параметра и переходить друг в друга в точке седло-узловой бифуркации. Примером таких структур являются СФ  $\Theta_{n3m5}(\xi, \varphi)$  и СФ  $\Theta_{n4m5}(\xi, \varphi)$  (рис. 3, а, б); СФ со двоянными максимумами  $\Theta_{n3/4m3 \times 2}(\xi, \varphi)$  (рис. 3, в, г), принадлежащие **Классу 6** (см. ниже).

**6. Сложные многомодовые СФ. Классы СФ  $E_j M_m K_k \dots L_l$ .** Существуют СФ со сложной архитектурой, которую нельзя охарактеризовать двумя числами и даже качественно нельзя описать приближениями  $E_j M_m$  и  $E_{i \times j}$ . К таким структурам относится описанная выше СФ со двоянными максимумами.

К некоторым из них удалось построить более сложные линейные приближения в полярной и декартовой системах координат методом сшивания, использующим несколько гармоник [19].

**7. Двумерные структуры с дыркой, ответвляющиеся от радиально-симметричной СФ  $\Theta_{2j}(\xi)$  (снятие вырождения по углу). Класс СФ  $\Theta_{2j} M_m$ .** Это многосвязные структуры, имеющие в центре симметрии область с нулевой температурой, которые ответвляются от радиально-симметричных структур с дыркой. Они появляются в спектре при  $\beta$ , близких к  $\sigma + 1$  [24]. На рис. 4 показана структура с дыркой, объединяющая 8 одинаковых вершин.

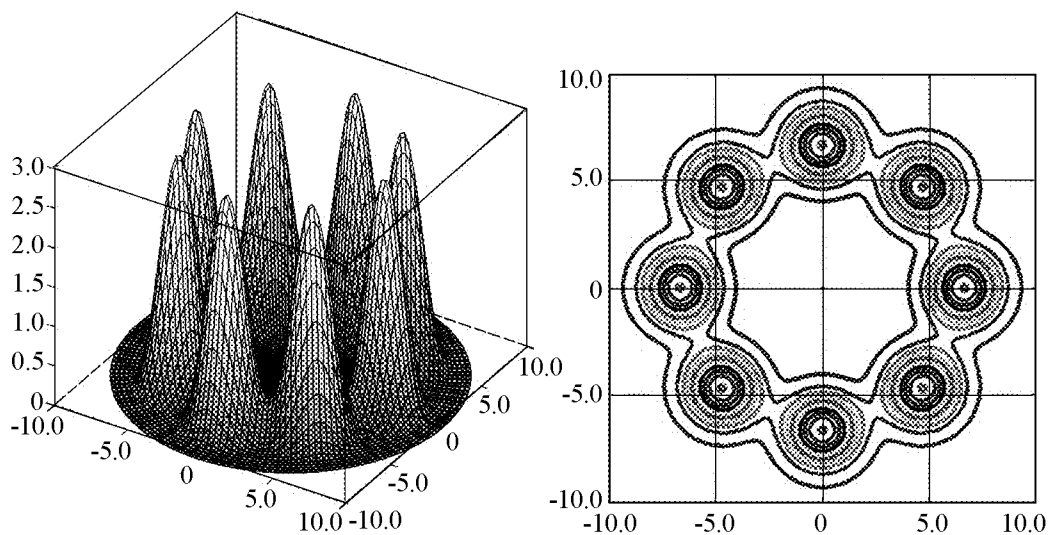


Рис. 4. Собственная функция  $\Theta_{n2m8}(\xi, \varphi)$  (а) и ее линии уровня при  $\sigma = 2, \beta = 3.04$  (б)

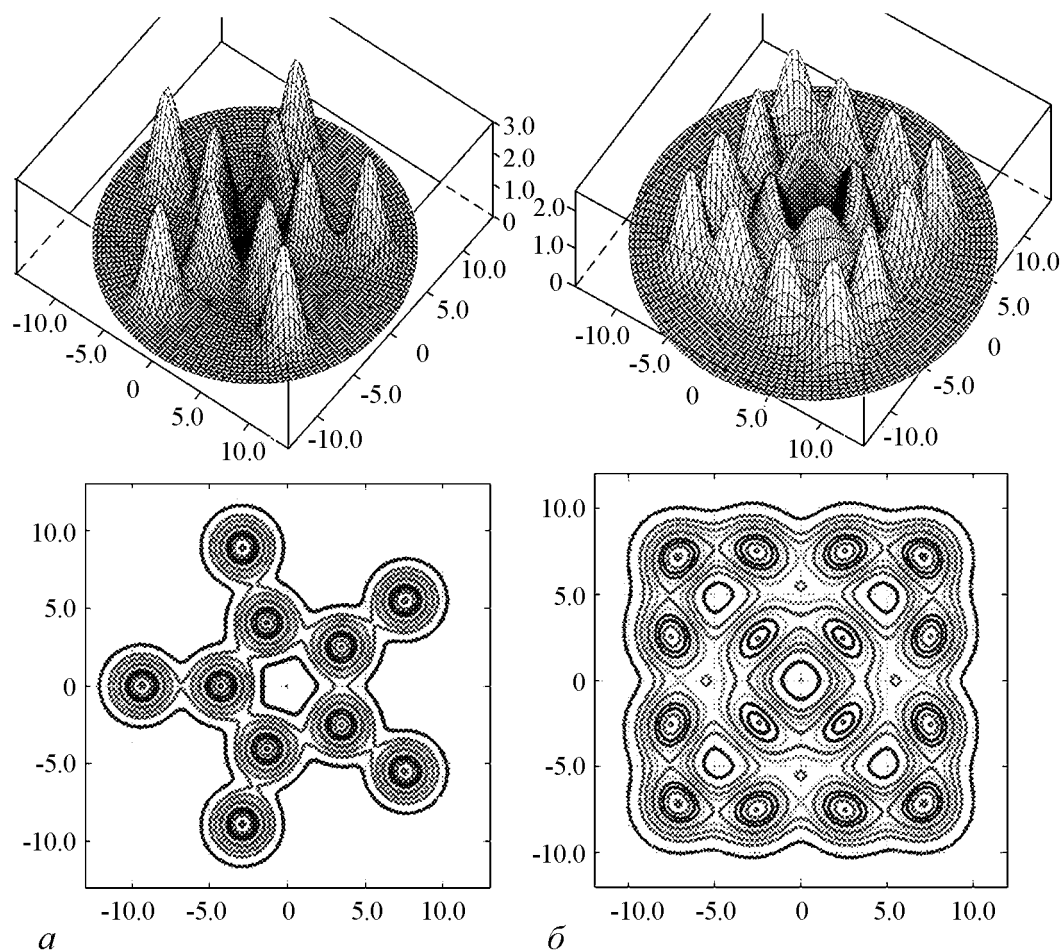


Рис. 5. Собственные функции многосвязных структур и их линии уровней:  $a - \Theta_{n2/4m5}(\xi, \varphi)$ ,  $\sigma = 2$ ,  $\beta = 3.01$ ;  $b - \Theta_{n4m4}(\xi, \varphi)$ ,  $\sigma = 2$ ,  $\beta = 3.045$

**8. Сложные многосвязные двумерные СФ.** Они имеются в спектре только при  $\beta$  близких к  $\sigma + 1$  и содержат внутри себя одну или более областей, в которых температура равна нулю (рис. 5).

**9. Структуры с седловой точкой в начале координат.** Найдено несколько структур с седловой точкой в центре с порядком симметрии 2 и 4. Они сохраняют свою структуру при всех значениях параметра из области своего существования и по ряду признаков не подходят ни к одному из перечисленных классов [23].

В заключение этого раздела отметим, что приведенная классификация не является законченной, дерево ветвлений на основе методов продолжения по параметру построено не полностью.

### Динамика режимов с обострением. Устойчивость СФ

Рассмотренные выше автомодельные решения являются неустойчивыми по отношению к малым возмущениям. Малые возмущения решения приводят к малому изменению времени обострения  $t_f$ , которое в свою очередь приводит к сколь угодно

большому расхождению решений при приближении к моменту обострения. Однако автомодельные решения могут обладать *структурной устойчивостью* в смысле выхода на автомодельный режим [12]. Исследования показали, что простая структура с одним максимумом обладает структурной устойчивостью. Сравнительно недавно в [16,26] найдено еще одно структурно устойчивое автомодельное решение – вторая СФ с нулевой областью в центре симметрии (структура в виде сферического или цилиндрического слоя), которая появляется в спектрах радиально-симметричных структур при  $\beta$  близких к  $\sigma + 1$ .

Сложные СФ, имеющие два и более максимумов, не обладают структурной устойчивостью. Даже при резонансном возбуждении, то есть при использовании их в качестве начальных данных в задаче Коши, они теряют свою пространственную структуру при приближении к моменту обострения, при этом процесс горения вырождается в горение одной, двух или более простых структур, следующих автомодельному закону и имеющих свой момент обострения (рис. 6, а). Однако было отмечено, что в отличие от произвольных немонотонных профилей температуры, сложные СФ достаточно долго, почти все время обострения  $t_f$ , сохраняют свою пространственную структуру, следуя автомодельному закону. С.П. Курдюмовым было предложено назвать их метастабильно устойчивыми, или *метаустойчивыми* [7].

Устойчивость сложных СФ зависит от стадии процесса, развивающегося в режиме с обострением. Недавние исследования [25,26] показали, что на квазистационарной стадии (см. рис. 1, а) сложные структуры могут формироваться из некоторых немонотонных распределений (рис. 7, а) и восстанавливаться при внесении возмущений их профиля, то есть они демонстрируют элементы устойчивости. На стадии быстрого роста из-за сокращения пространственно-временных масштабов, все меньшие возмущения начинают оказывать влияние на структуру, и она начинает разваливаться. В целом можно утверждать, что чем сложнее структура, тем меньше время ее существования, тем быстрее она разваливается.

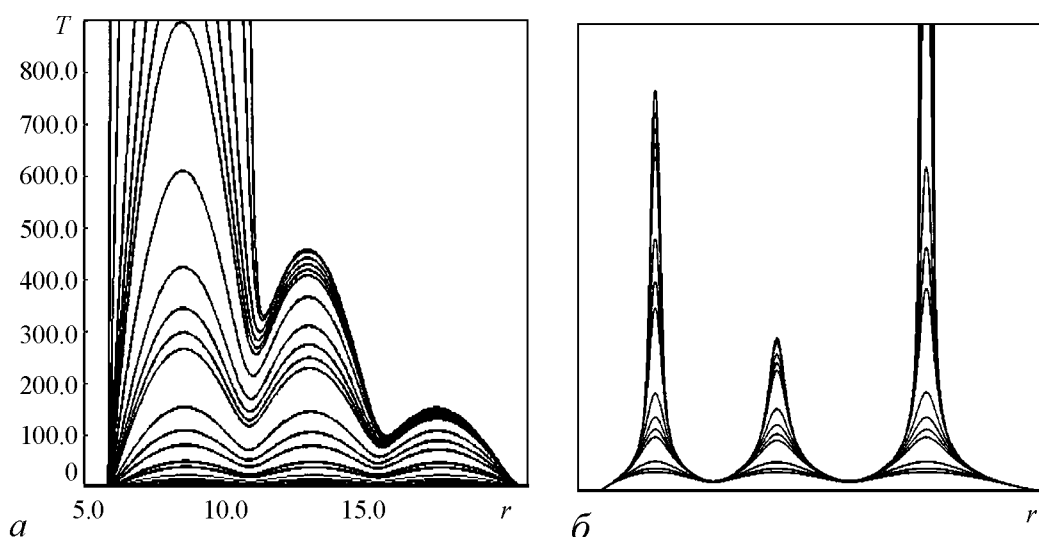


Рис. 6. а – эволюция радиально-симметричной собственной функции с тремя вершинами; б – структуры, живущие в разных темпомирах

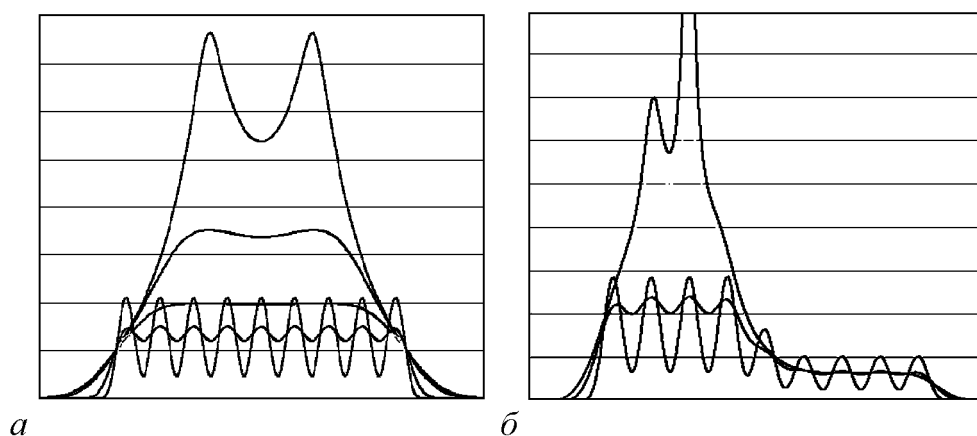


Рис. 7. Формирование структуры с двумя максимумами: *а* – правильное объединение; *б* – неправильное объединение, в сформировавшейся несимметричной структуре с двумя максимумами рост одного максимума начинает опережать рост другого

### Темпомиры и принцип коэволюции

Остановимся подробнее на одной из главных характеристик развивающейся в режиме с обострением структуры – моменте обострения, на которую С.П. Курдюмов обратил внимание и сделал отсюда много далеко идущих эвристических выводов. Как уже было сказано, чем ближе к моменту обострения, тем быстрее происходит рост структуры. Это означает, что структуру с меньшим моментом обострения никогда не сможет догнать структура, у которой он больше, разрыв между ними увеличивается все быстрее и быстрее, и на стадии взрывного роста первой структуры, вторая – фактически застывает, не развивается по сравнению с первой. Говорят, что эти структуры живут в разных *темпомирах* (рис. 6, б). Время обострения простой структуры определяется ее высотой, чем она выше, тем быстрее развивается и тем меньше ей осталось жить. Казалось бы, что простые структуры, имеющие разную высоту, а значит и разные моменты обострения, не могут быть объединены в сложную структуру, имеющую единый для всех ее частей момент обострения. Однако это не так. Сложные СФ как раз представляют собой такие структуры – они *являются объединением простых структур с разными максимумами в единую структуру, имеющую определенную архитектуру, энергию связи и момент обострения.*

Другой важнейшей характеристикой структуры является ее область локализации, имеющая определенную форму и размер – фундаментальную длину. Если области локализации отдельных структур не пересекаются, то структуры развиваются независимо со своим моментом обострения, как показано на рис. 6, б. Если области локализации пересекаются, то структуры начинают взаимодействовать (то есть пространственный профиль всего распределения плотности начинает перестраиваться). В этом случае может произойти либо их объединение в более сложную структуру, либо одна структура может поглотить другую структуру, либо обе структуры могут разрушиться, а на их месте сформируется новая структура.

Рассмотрим, как происходит формирование структур на ранних стадиях эволюции из достаточно произвольных начальных распределений. Расчеты показали, что вначале за счет процессов диффузии идет глобальная перестройка профиля начального распределения, которая может сопровождаться его значительным растеканием (см. рис. 7). Затем растекание прекращается и начинается формирование и рост одной, двух и более простых или сложных структур. На рис. 7, а показано формирование структуры с 2-мя максимумами из начального синусоидального распределения плотности, имеющего много максимумов. Сформировавшаяся СФ развивалась по автомодельному закону почти до момента обострения. На рис. 7, б показан пример другого расчета, в котором образовалась несимметричная структура с двумя максимумами, которая жила недолго, потому что не соответствовала симметричной СФ. В итоге более высокий максимум оторвался от меньшего максимума и стал развиваться в более быстром темпе; он и определил динамику развития всей структуры.

Таким образом, для данной нелинейной среды с заданными параметрами существует строго определенный набор пространственных конфигураций, в которые можно объединять простые структуры, и этот набор определяется спектром СФ. Совокупность всех сложных СФ, развивающихся в одном темпе или «живущих» в одном темпомире, представляет собой *организацию* нелинейной среды. Иными словами, сложные СФ являются «правильным» объединением простых структур с разными максимумами, при котором все части структуры развиваются синхронно в одном темпомире. В этом состоит выдвинутый С.П. Курдюмовым *принцип коэволюции, принцип нелинейного синтеза или принцип объединения простых структур в сложные* [7].

### Модель эволюционной динамики С.П. Курдюмова

В последнее время стало ясно, что режимы с обострением, описывающие развитие во взрывном режиме, являются промежуточными асимптотиками очень многих реальных процессов, и уравнение (1) обладает большой общностью. Доказано, что оно является асимптотикой многих уравнений с другими зависимостями  $k(T)$  и  $Q(T)$  [10].

В режиме с обострением происходила химическая эволюция во Вселенной, биологическая эволюция, глобальная эволюция общества, а также развитие многих крупных и мелких физико-химических, биологических, социальных, экономических и других систем. Для эволюции систем, развивающихся в режиме с обострением, характерен ускоренный рост общей мощности рассматриваемого процесса, который выражается в сокращении периодов, или циклов развития [27–30]; усиление процессов концентрации вещества или информации в некоторых центральных местах [31]; формирование, развитие структур разной сложности и их гибель на заключительных этапах циклов. Все это имеет место в  $LS$ -режиме с обострением и адекватно описывается уравнением (1). Многие общие законы пространственно-временной эволюции систем могут быть выведены из динамики режимов с обострением и описаны с точки зрения развития сложных структур. Именно динамика режимов с обострением была положена С.П. Курдюмовым в основания синергетики [1–3]. Поэтому уравнение (1) мы назвали *моделью эволюционной динамики С.П. Курдюмова*.

С.П. Курдюмову принадлежит идея применения этого уравнения и для моделирования эволюции человеческого сообщества. Он увидел глубокую аналогию между процессами горения нелинейной среды, ведущими к образованию и распаду сложных пространственно-временных структур, и историческими процессами, сопровождающимися образованием, ростом и распадом империй [8,9]. Новые результаты по моделированию глобальных исторических процессов получены в работах учеников и продолжателей дела Курдюмова [32–38]. В этих работах были исследованы основные тренды и исторические циклы развития, проанализированы особенности расселения людей и развития пространственных структур: городов, государств, империй, геополитических и экономических сообществ на каждом историческом этапе, сопоставленным с этапом развития в режиме с обострением, определены некоторые черты будущей цивилизации.

Важнейшими следствиями анализа эволюционной динамики в режиме с обострением являются следующие выводы:

- о метастабильной устойчивости структур социального мира;
- об усилении неустойчивости в моменты максимального развития, расцвета (приближении к моменту обострения);
- о периодическом распаде сложных структур и формировании новых структур, возникновении социальных и культурных инноваций;
- об усилении дифференциации, расслоения в социальных структурах и выпадения самых слабых звеньев из общей развивающейся структуры.

Понимание законов эволюции и коэволюции, а также синергетических принципов управления сложными системами позволяет оказывать влияние на выбор благоприятных путей развития в точках бифуркации или вблизи обострения, формирование предпочтительных сложных структур и поддержании их метастабильной устойчивости.

Поиск *конструктивных принципов коэволюции сложных структур* мира – главное дело жизни Сергея Павловича. Почему открываемые синергетикой *принципы коэволюции* Курдюмов называл *конструктивными*? Потому что они могут использоваться для эффективной управленческой деятельности в социуме, для стратегического видения будущего и планирования на долгосрочную историческую перспективу, для выработки разумной национальной и государственной политики в глобализирующемся мире. Потому что синергетические принципы коэволюции глубоко содержательны и ориентированы на отдаленное будущее, которое практически невозможно предсказывать традиционными методами. Потому что глубокое понимание синергетических принципов коэволюции, нелинейного синтеза частей в устойчиво эволюционирующее целое может и должно лечь в основу современного «искусства жить вместе», содействуя утверждению толерантности и сохранению разнообразия в глобализирующихся сообществах. Коэволюция, как учил Курдюмов, есть «искусство жить в одном темпомире», не свертывая, а поддерживая и развивая разнообразие на уровнях элементов и отдельных подсистем.

*Исследование выполнено при поддержке РГНФ (проект № 11-23-01005/Bel «Инновационная сложность: методологические, когнитивные и социальные аспекты»).*

## Библиографический список

1. *Князева Е.Н., Курдюмов С.П.* Основания синергетики. Синергетическое мировидение. М.: КомКнига, 2005. 240 с. Изд.3, доп. М.: УРСС, 2010.
2. *Князева Е.Н., Курдюмов С.П.* Основания синергетики. Человек, конструирующий себя и свое будущее. М.: КомКнига, 2006. 232 с. Изд.4, доп. М.: УРСС, 2011.
3. *Князева Е.Н., Курдюмов С.П.* Синергетика как новое мировидение: Диалог с И.Пригожиным // Вопросы философии. 1992. № 12. С. 3.
4. *Князева Е.Н., Курдюмов С.П.* Интуиция как самодообраивание // Вопросы философии. 1994. № 2. С.110.
5. *Князева Е.Н., Курдюмов С.П.* Антропный принцип в синергетике // Вопросы философии. 1997. № 3. С. 62.
6. *Князева Е.Н., Курдюмов С.П.* Синергетика: Нелинейность времени и ландшафты коэволюции. М.: КомКнига, 2007. 272 с. Изд. 2, 2011.
7. *Курдюмов С.П.* Собственные функции горения нелинейной среды и конструктивные законы ее организации // Современные проблемы математической физики и вычислительной математики. М.: Наука, 1982.
8. *Белавин В.А., Капица С.П., Курдюмов С.П.* Математическая модель демографических процессов с учетом пространственного распределения // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1998. Т. 38, № 6. С. 885.
9. *Белавин В.А., Курдюмов С.П.* Режимы с обострением в демографической системе. Сценарий усиления нелинейности // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2000. Т. 40, № 2. С. 238.
10. *Самарский А.А., Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П.* Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений М.: Наука, 1987. 480 с.
11. Режимы с обострением: Эволюция идеи / Под ред. Г.Г. Малинецкого. М.: Физматлит, 2006. 312 с.
12. *Еленин Г.Г., Курдюмов С.П., Самарский А.А.* Нестационарные диссипативные структуры в нелинейной теплопроводной среде // ЖВМиМФ. 1983. Т. 23, № 2. С. 380.
13. *Курдюмов С.П., Куркина Е.С., Малинецкий Г.Г., Самарский А.А.* Диссипативные структуры в неоднородной нелинейной горячей среде // ДАН СССР. 1980. Т. 251, № 3.
14. *Димова С.Н., Касичев М.С., Курдюмов С.П.* Численный анализ собственных функций горения нелинейной среды в радиально-симметричном случае // ЖВМиМФ. 2004. Т. 44, № 9. С. 1683.
15. *Куркина Е.С., Курдюмов С.П.* Спектр диссипативных структур, развивающихся в режиме с обострением // ДАН 2004. Т. 395, № 6. С. 1.
16. *Курдюмов С.П., Куркина Е.С.* Спектр собственных функций автомодельной задачи для нелинейного уравнения теплопроводности с источником // ЖВМиМФ. 2004. Т. 44, № 9. С. 1619.
17. *Курдюмов С.П., Куркина Е.С., Потапов А.Б., Самарский А.А.* Архитектура многомерных тепловых структур // ДАН СССР. 1984. Т. 274, № 5. С. 1071.
18. *Курдюмов С.П., Куркина Е.С., Потапов А.Б., Самарский А.А.* Сложные многомерные структуры горения нелинейной среды // ЖВМиМФ. 1986. Т. 26, № 8. С. 1189.

19. *Потанов А.Б.* Построение двумерных собственных функций нелинейной среды. Препринт № 8. М.: ИПМ АН СССР, 1986.
20. *Димова С.Н., Касчиев М.С., Колева М.Г.* Анализ собственных функций горения нелинейной среды в полярных координатах методом конечных элементов // Матем. моделир. 1992. Т. 4, № 3. С. 74.
21. *Kurkina E.S.* Two-dimensional and three-dimensional thermal structures in a medium with nonlinear thermal conductivity // *Computational Math. and Modeling.* 2005. Vol. 16, № 3. P. 257; *Куркина Е.С.* Двумерные и трехмерные тепловые структуры в среде с нелинейной теплопроводностью // *Прикладная математика и информатика.* № 17. С. 84. М.: Изд-во факультета ВМиК МГУ, 2004.
22. *Куркина Е.С., Курдюмов С.П.* Квантовые свойства нелинейной диссипативной среды // *ДАН.* 2004. Т. 399, № 6. С. 1.
23. *Kurkina E.S., Nikol'skii I.M.* Bifurcation analysis of the spectrum of two-dimensional thermal structures evolving with blow-up // *Computational Math. and Modeling.* 2006. Vol. 17, № 4. P. 320; *Куркина Е.С., Никольский И.М.* Бифуркационный анализ спектра двумерных тепловых структур, развивающихся в режиме с обострением // *Прик. матем. и информат.* № 22. С. 30. М.: Изд-во МГУ, 2005.
24. *Куркина Е.С.* Многосвязные структуры горения нелинейной среды // Препринт № 26. ИПМ РАН, 2006. 25 с.
25. *Куркина Е.С.* Спектр двумерных локализованных структур, развивающихся в режиме с обострением // *Динамика сложных систем.* 2007. Т. 1, № 1. С. 17.
26. *Kurkina E.S., Nikol'skii I.M.* Stability and localization of unbounded solutions of a nonlinear heat equation in a plane // *Computational Math. and Modeling.* 2009. Vol. 20, № 4. P. 348; *Куркина Е.С., Никольский И.М.* Устойчивость и локализация неограниченных решений нелинейного уравнения теплопроводности на плоскости // *Прикладная математика и информатика.* № 31. С. 40. М.: Изд-во факультета ВМиК МГУ, 2009.
27. *Капица С.П.* Теория роста населения Земли. М.: Изд-во МФТИ, 1997. 82 с.
28. *Капица С.П.* Очерки теории роста человечества. Демографическая революция и информационное общество. М.: ЗАО ММВБ, 2008.
29. *Малков С.А., Коротаев А.В., Халтурина Д.А.* Математическая модель роста населения Земли, экономики, технологии и образования // *Новое в синергетике. Новая реальность, новые проблемы, новое поколение. Часть 1 /* Под ред. Г.Г. Малинецкого. М.: Радиотехника, 2006. С. 360.
30. *Иванов О.П.* Сложность как категория эволюции // *Сложные системы.* 2011. № 4. С. 48.
31. *Родман Б.Б.* Территориальные ареалы и сети. Смоленск: Ойкумена, 1999.
32. *Руденко А.П.* Самоорганизация и синергетика // *Синергетика.* Т. 3. С. 61. М.: Изд-во МГУ, 2000.
33. *Белавин В.А., Князева Е.Н., Куркина Е.С.* Математическое моделирование глобальной динамики мирового сообщества // *Нелинейность в современном естествознании.* М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. С. 384.
34. *Kuretova E.D., Kurkina E.S.* Modeling gneral laws of spatial-temporal evolution growth and historical cycles // *Computational Mathematics and Modeling.* Springer, New York. 2010. Vol. 21, №2. P. 70; *Куретова Е.Д., Куркина Е.С.* Математическое моделирование общих законов пространственно-временного развития общества: Гиперболический тренд и исторические циклы // *Прикладная математика и информатика.* № 32. С. 67. М.: Изд-во факультета ВМиК МГУ, 2009.

35. Куркина Е.С., Князева Е.Н. Эволюция пространственных структур мира: Математическое моделирование и мировоззренческие следствия // Эволюция: Дискуссионные аспекты глобальных эволюционных процессов. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2011. С. 274.
36. Куркина Е.С. Математическое моделирование глобальной эволюции мирового сообщества. Демографический взрыв и коллапс цивилизации // История и математика. Анализ и моделирование глобальной динамики. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. С. 230.
37. Князева Е.Н., Куркина Е.С. Природа сложности: Методологические следствия математического моделирования эволюции сложных структур // Синергетическая парадигма. Синергетика инновационной сложности. М.: Прогресс-Традиция, 2011. С.443.
38. Kurkina E.S. Modeling global spatial-temporal evolution of society: Hyperbolic growth and historical cycles // Extended Abstract in Conference Proceedings of ICNAAM-2011. American Institute of Physics. 2011. Vol. A. P. 1019.

*Институт философии РАН  
МГУ им. М.В. Ломоносова*

*Поступила в редакцию 3.07.2013*

#### **SERGEY P. KURDYUMOV AND HIS EVOLUTIONARY MODEL OF DYNAMICS OF COMPLEX SYSTEMS**

*Elena S. Kurkina and Helena N. Knyazeva*

Sergei P. Kurdyumov (1928–2004) and his distinguished contribution in the development of the modern interdisciplinary theory and methodology of study of complex self-organizing systems, i.e. synergetics, is under consideration in the article. The matter of a mathematical model of evolutionary dynamics of complex systems elaborated by him is demonstrated. The nonlinear equation of heat conductivity serves as a basis of the model. Under certain conditions, it describes dynamics of development of structures of different complexity in the blow-up regime. Methods of calculation of two-dimensional structures which are described by automodel solutions are considered; and their classification is given. The automodel problem is a boundary problem aiming to find eigen-values and eigen-functions for a nonlinear equation of elliptical type on a plane. Proceeding from the analysis of the model, a principle of coevolution was formulated by S.P. Kurdyumov. This is the principle of integration of simple structures into a complex one. Three notions of great significance follow from the principle, and namely: the notion of connection of space and time, the notion of complexity and its nature and the notion evolutionary cycles and switching over different regimes as a necessary mechanism of maintenance of «life» of complex structures. Approaches of possible application of this model for understanding of dynamics of complex social, demographic and geopolitical systems are viewed as well.

*Keywords:* Complex systems, blow-up regimes, coevolution, heat structures, instability, interdisciplinarity, nonlinearity, self-organization, space and time, synergetics, tempo-worlds.

*Куркина Елена Сергеевна* – родилась в Москве (1956). Окончила физический факультет МГУ (1979) и аспирантуру факультета ВМК МГУ (1982). Защитила кандидатскую диссертацию (1982) на тему «Нестационарные диссипативные структуры в средах с источником» и докторскую диссертацию (2005) на тему «Математическое моделирование пространственно-временных структур в системах типа реакция-диффузия». С 1982 года работает на факультете вычислительной математики и кибернетики МГУ, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, руководитель группы и темы НИР, профессор РХТУ им. Д.И. Менделеева, член редколлегии журнала «Сложные системы». Область научных интересов: математическое моделирование, режимы с обострением, сложные системы, автоколебания, пространственные структуры и другие явления самоорганизации в нелинейных системах типа реакция-диффузия. Автор более 140 научных статей по математическому моделированию пространственно-временных структур, возникающих в различных физико-химических и социально-экономических системах. Автор монографии «Автоколебания, структуры и волны в химических системах. Методы математического моделирования» (М.: РХТУ им. Д.И. Менделеева, 2012. 220 с.). В основу монографии положен разработанный курс лекций для студентов РХТУ. Награждена Почетной грамотой Министерства образования и науки «За большой личный вклад в развитие отечественной науки и многолетний добросовестный труд» (2011).



119992 Москва, Ленинские горы, ГСП-2  
 Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова  
 E-mail: e.kurkina@rambler.ru; elena.kurkina@cs.msu.ru

*Князева Елена Николаевна* – родилась в Московской области (1959). Окончила физический факультет Московского педагогического государственного университета (1982) и очную аспирантуру Института философии АН СССР (1985). Защитила кандидатскую диссертацию на тему «Принцип детерминизма в диалектической логике» (1986, Институт философии АН СССР) и докторскую диссертацию на тему «Эволюция научного знания: процессы самоорганизации» (1994, Институт философии РАН). Работала в Институте философии РАН в должности заведующего сектором эволюционной эпистемологии. Как стипендиат Фонда Александра фон Гумбольдта работала в научных центрах Г. Хакена при Университете Штутгарта и К. Майнцера в Университете Аугсбурга и Техническом университете Мюнхена. Как приглашенный исследователь стажировалась в Центре по исследованию социологии, антропологии и истории Э. Морена в Париже. Член Немецкого общества по исследованию сложных систем и нелинейной динамики в Германии, Ассоциации сложного мышления во Франции, Международного научного совета Множественная вселенная – подлинный мир Эдгара Морена в Мексике. В настоящее время – доктор философских наук, профессор факультета философии Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики». Область научных интересов: эпистемология и философия науки. Автор более 400 работ, из них 8 монографий, в числе которых: «Законы самоорганизации и эволюции сложных систем» (1994, в соавт. с С.П. Курдюмовым), «Одиссея научного разума» (1995), «Основания синергетики» (2002, в соавт. с С.П. Курдюмовым), «Синергетика: нелинейность времени и ландшафты коэволюции» (2007, в соавт. с С.П. Курдюмовым), «Темпомиры: скорость восприятия и шкалы времени» (2008, в соавт. с А.Л. Алюшиным). Переводчик работ И. Пригожина, В. Эбелинга, Ж. Петито, Э. Морена, в том числе основного сочинения Э. Морена «Метод. Природа Природы» (2-е изд., М.: Канон+, 2013).



101000 Москва, ул. Мясницкая, 20  
 Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»  
 E-mail: helena\_knyazeva@mail.ru