УДК 517.9

КАК ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА ПОМОГЛА СДЕЛАТЬ ОТКРЫТИЕ В ФИЗИКЕ

© 2003 Л.М. Беркович[1]

Посвящается Сергею Павловичу Курдюмову в связи с 75-летием со дня рождения

В данной статье речь пойдет об одном открытии в физике, сделанном на основе вычислительного эксперимента и компьютерного моделирования и лишь позднее подтвержденном с помощью натурных экспериментов. Важнейшую роль в этом открытии сыграла большая группа ученых Института прикладной математики АН СССР (в настоящее время ИПМ им. М.В. Келдыша РАН) и Института теоретической и прикладной механики СО АН СССР. Это открытие, первоначально связанное с процессами горения и взрыва, а именно открытие т.н. Т-слоя (температурного слоя), в настоящее время находит применение также в нелинейной динамике и синергетике. С математической точки зрения речь пойдет о неограниченных решениях нелинейных уравнений параболического типа, описывающих т.н. процессы с обострением в трех различных режимах горения. "Душой" коллектива ученых, как осуществивших данное открытие, так и применивших его к различным областям науки, являлся С.П. Курдюмов (см. сб. "Режимы с обострением. Эволюция идеи." М.: Наука, 1999).

1. Слово о С.П. Курдюмове

Члену-корреспонденту РАН Сергею Павловичу Курдюмову, известному специалисту в области математической физики, математического моделирования и вычислительной математики, 18 ноября 2003 г. исполнилось 75 лет. Его юбилей совпал с 50-летним юбилеем Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, в котором он работает со времени его образования в 1953 г. после окончания физического факультета МГУ по специальности "Теоретическая физика".

Институт был создан для решения математических проблем, связанных, прежде всего, с созданием ядерного оружия и ракетно-космической техники.

Полувековая история Института богата крупными научными событиями и достижениями. Здесь зародились и сформировались многие направления

[1]Беркович Лев Мейлихович (berk@ssu.samara.ru), кафедра алгебры и геометрии Самарского государственного университета, 443011, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

современной прикладной математики, механики, физики, программирования. Как правило, они возникали при решении сложных научно-технических задач государственного масштаба. Результаты, полученные в них, не только пополнили фундаментальные знания об окружающей природе, но и позволили найти конкретные инженерные решения и легли в основу современных информационных технологий. В том, что наша страна была и продолжает оставаться великой державой, огромная заслуга принадлежит ученым этого Института.

Академик Мстислав Всеволодович Келдыш (1911–1978) — выдающийся математик, механик, крупнейший организатор советской науки (в 1961–1975 гг. был Президентом АН СССР), возглавлял ИПМ с момента его организации в 1953 г. до 1978 г. В начале космической эры его в средствах массовой информации называли Главным теоретиком космонавтики, а С.П. Королева — Главным конструктором космических кораблей.

Он внес значительный вклад также в т.н. "чистую" математику, а именно в такие ее области, как теория функций комплексного переменного, теория потенциала, функциональный анализ, теория аппроксимации. М.В. Келдыш — трижды Герой Социалистического Труда.

Академик Андрей Николаевич Тихонов (1906–1993) возглавлял Институт с 1978 по 1989 гг. Им были получены фундаментальные результаты в топологии, в обратных и некорректных задачах математической физики, в разработке метода регуляризации. Он был основоположник крупного направления в асимптотическом анализе — теории сингулярновозмущенных дифференциальных уравнений. Его теоретические исследования в математической физике и геофизике нашли применения в моделировании физико-химических процессов и при поиске полезных ископаемых. Он дважды Герой Социалистического Труда.

Академик Александр Андреевич Самарский (р. 1919), являющийся одним из основоположников теории разностных схем, работал в ИПМ с 1953 по 1990 гг. до перехода в созданный им Институт математического моделирования АН СССР (ныне ИММ РАН). Он ввел в обиход термин "вычислительный эксперимент". Именно под руководством А.А. Самарского и А.Н. Тихонова были проведены еще до начала "компьютерной эры" численные расчеты, связанные с созданием ядерного оружия, которые академик Л.Д. Ландау назвал "научным подвигом". А.А. Самарский — Герой Социалистического Труда.

Академик Израиль Моисеевич Гельфанд (р. 1913) работал в ИПМ с 1953 по 1990 гг. Автор более 500 работ в различных областях математики и прикладной математики. Его научные достижения простираются от алгебры и функционального анализа до биологии и медицины. Он — лауреат Ленинской премии.

Академик Яков Борисович Зельдович (1914–1987) работал в ИПМ с 1965 по 1983 гг. Выдающийся физик, один из создателей ядерного оружия,

трижды Герой Социалистического Труда. Академик А.Д. Сахаров назвал его "человеком универсальных научных интересов". Яркий и самобытный подход к прикладной математике проявился и в написанных им, а также в сотрудничестве с математиками А.Д. Мышкисом и И.М. Ягломом вводных курсах высшей математики, прикладной математики, математической физики.

Член-корреспондент АН СССР Константин Иванович Бабенко (1919–1987) работал в ИПМ с 1953 по 1987 гг.; он являлся ближайшим учеником М.В. Келдыша, обладал редким сочетанием дара математика-аналитика и математика-вычислителя.

Конечно же, и много других замечательных ученых работало и работает в ИПМ.

В разные периоды своей полувековой истории Институт сотрудничал с научными коллективами, которые возглавляли выдающиеся ученые и конструкторы, как И.В. Курчатов, А.Д. Сахаров, С.П. Королев, Ю.Б. Харитон, А.П. Александров, С.А. Лебедев, Н.Г. Басов, А.М. Прохоров, П.О. Сухой, С.П. Глушко и др.

Вот в такой среде творческого и человеческого общения С.П. Курдюмов прошел путь от инженера до директора. Он вспоминает:

"Это время совпало с золотым веком взлета советской науки. Я попал в школу академиков А.Н. Тихонова и А.А. Самарского. Долгие годы работы с моим непосредственным учителем А.А. Самарским, коллективом его отдела и со многими другими сотрудниками ИПМ запомнятся как самые счастливые. Институт всегда был на острие проблем человечества."

Член-корр. АН СССР С.П. Курдюмов возглавлял Институт с 1989 по 1999 гг. В соответствии с веяниями нового времени он был избран на должность директора коллективом сотрудников ИПМ. Это было признанием не только его научных достижений, но и роли лидера, которую он постоянно играл в жизни Института. На посту директора ему пришлось работать в непростые годы, когда Институт, как и вся отечественная наука, вынужден был искать свое место в новых исторических условиях. Энергия С.П. Курдюмова, его бескорыстие, обостренное чувство справедливости, увлеченность наукой позволили сохранить дух и традиции Института, доброжелательную обстановку, при которой возможны творческие удачи и высокие достижения, стремление браться и успешно решать ключевые проблемы.

Один из его учеников — Г.Г. Еленин — вспоминает: "Обсуждения среди сотрудников, студентов и аспирантов всегда проходили на равных. С.П. Курдюмов мог убедить и можно было его убедить. Он по отношению к людям исповедует принцип "Не навреди", проявляет истинный демократизм, доверие, терпение, благородство и галантность. Он никогда никого силой не привлекал в свою команду и никогда никого из нее не изгонял. В нее входили увлеченные студенты. Из нее выходили самостоятельно мыслящие ученые."

ИПМ является примером удачного синтеза академической и вузовской науки. Сам С.П. Курдюмов заведует также кафедрой прикладной математики и синергетики в Московском физико-техническом Институте, ведет большую работу по подготовке научных кадров. В 2003 г. ему, а также его ученику зам. директора ИПМ по научной работе проф. Г.Г. Малинецкому и проф. С.П. Капице, ведущему научному сотруднику Института физических проблем им. П.Л. Капицы РАН. была присуждена премия Правительства Российской Федерации в области образования за работу "Научно-практические разработки в области образования по синергетике, нелинейной динамике и термодинамике необратимых процессов, динамическому хаосу в химической технологии, химии и физике".

Прикладная математика сейчас все чаще становится областью междисциплинарных исследований.

Участие в исследованиях по нелинейной магнитной гидродинамике, которые привели к открытию Т-слоя, а также в программе лазерного термоядерного синтеза позволило ему не только сформулировать и решить ряд принципиальных задач теории режимов с обострением, синергетики, нелинейной динамики, но и также перейти к математическому и философскому осмыслению результатов численных расчетов.

С 1999 г. директором Института является член-корреспондент РАН Ю.П. Попов.

Но и сейчас С.П. Курдюмов продолжает активную научную деятельность. Он возглавляет научную школу "Теория самоорганизации и нелинейная динамика". Он автор и соавтор более 300 научных работ и 5 монографий, получивших мировое признание (см. также сайт http://spkurdyumov.narod.ru).

2. Открытие Т-слоя

В Институте прикладной математики АН СССР (теперь ИПМ им. М.В. Келдыша РАН) под руководством А.А. Самарского и А.Н. Тихонова совместно с Институтом теоретической и прикладной механики (Новосибирск) СО АН СССР в 60-х гг. XX столетия было сделано открытие эффекта Т-слоя. В дипломе (на открытие) говорилось о том, что П.П. Волосевич, Л.М. Дегтярев, Л.А. Заклязьминский, С.П. Курдюмов, Ю.П. Попов, А.А. Самарский, В.С. Соколов, А.Н. Тихонов, А.П. Фаворский сделали открытие, определяемое следующей формулой:

"Установлено ранее неизвестное явление образования самоподдерживающегося высокотемпературного электропроводного слоя (Т-слоя) при нестационарном движении в магнитном поле сжимаемой среды, электропроводность которой увеличивается с повышением температуры, приводящее к резкому увеличению эффективности взаимодействия среды с магнитным полем."

Особенность открытия данного физического явления состояла в том,

что оно было обнаружено и в достаточно полной мере изучено не в физическом эксперименте, а с помощью расчетов на ЭВМ на математической модели, учитывающей в существенных чертах нелинейные зависимости нестационарных процессов магнитной гидродинамики. Многие ученые сомневались в физическом смысле сделанного открытия, руководствуясь принципом: *существует только то, что наблюдаемо.*

В качестве предыстории открытия Т-слоя укажем на следующую работу[2].

В ней для уравнения

$$u_t = (\kappa u^\sigma u_x)_x \tag{2.1}$$

находится автомодельное решение

$$u = \left[\frac{\sigma(x_1 - x)^2}{2\kappa(\sigma+2)(c-t)}\right]^{1/\sigma} \quad \text{при } x < x_1; \;\; u = 0 \;\text{ при }\; x_1 \leqslant x. \tag{2.2}$$

Подстановкой $u = v^{1/\sigma}$ уравнение (2.1) сводится к виду

$$v_t = \kappa v v_{xx} + \kappa\sigma^{-1} v_x^2. \tag{2.3}$$

Будем искать решение уравнения (2.3) в виде $v = f(x)g(t)$. Нелинейное разделение переменных приводит к уравнению

$$\frac{g'(t)}{g^2(t)} = \kappa f''(x) + \frac{\kappa}{\sigma}\frac{f'^2(x)}{f(x)}.$$

В результате получим $f(x) = \sigma(x_1 - x)^2$, $g(t) = [2\kappa(\sigma+2)(c-t)]^{-1}$, откуда следует формула (2.2).

И.М. Соболь вспоминает, как готовилась вместе с А.А. Самарским цитированная статья: "В ходе работы мы обнаружили необычное решение: конец стержня нагревается, температура неограниченно возрастает, однако длина нагретого участка не меняется, и фронт тепла стоит на месте." Поэтому было даже сомнение в том, стоит ли такое решение публиковать, поскольку не была известна ни одна реальная задача, описываемая таким решением. Соответствующие неограниченные решения получили впоследствии названия режимов с обострением. Но еще ранее в работе[3] неограниченное решение также было получено.

Решающую роль в признании эффекта Т-слоя сыграли академики Я.Б. Зельдович, Н.Г. Басов и А.Е. Шейдлин.

Открытие Т-слоя, хотя и сделанное не на кончике пера, а на экране компьютера, было затем почти одновременно обнаружено несколькими группами экспериментаторов. Использование эффекта Т-слоя позволило создать опытные установки магнитно-гидродинамических генераторов нового типа,

[2]Самарский А.А., Соболь И.М. Примеры численного расчета температурных волн // ЖВМ и МФ, 1963. Т. 3. №4.

[3]Зельдович Я.Б., Компанеец А.С. К теории распространения тепла при теплопроводности, зависящей от температуры: Сборник, посвященный 70-летию академика А.Ф. Иоффе. М.: Изд-во АН СССР, 1950. С. 61.

непосредственно превращающих энергию потока плазмы в электрический ток. Обнаруженный эффект имеет общефизический характер. Позднее вышли работы соавтора открытия Т-слоя В.С. Соколова и его сотрудников, дающие новые нетрадиционные объяснения природы хромосферных вспышек на Солнце и сопровождающих их явлений.

3. Режимы с обострением

В 70-е гг. под руководством А.А. Самарского и С.П. Курдюмова началось систематическое изучение свойств режимов с обострением в нелинейных средах, С.П. Курдюмовым было высказано предположение, что такие режимы могут порождаться самой средой (а не навязываться в виде условий на границе). Для этого в среде должен действовать нелинейным образом зависящий от температуры источник тепла. В этом случае конкуренция процессов выделения (источник) и распространения (диффузия) энергии приводит к появлению новой характеристики среды: минимального размера области, на которой эти процессы "уравновешивают" друг друга. Источник тепла порождает режим с обострением, а развитие этого режима приводит к локализации тепла на определенном размере, названном "фундаментальной длиной".

С.П. Курдюмов предложил рассматривать не всю совокупность уравнений для анализа этой проблемы, а лишь одно квазилинейное уравнение теплопроводности с нелинейным источником

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k\frac{\partial}{\partial x}\left(u^{\sigma}\frac{\partial u}{\partial x}\right) + qu^{\beta}, \quad t > 0, \quad x \in \mathbb{R}, \quad 0 < \sigma, \quad 0 < \beta, \tag{3.1}$$

где $k > 0$, $q > 0$ — размерностные постоянные. С помощью масштабного преобразования переменных уравнение (3.1) перепишем в виде

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(u^{\sigma}\frac{\partial u}{\partial x}\right) + u^{\beta}, \quad t > 0, \quad x \in \mathbb{R}, \quad 0 < \sigma, \quad 0 < \beta. \tag{3.2}$$

Оказалось, что эта внешне предельно простая нелинейная модель богата нетривиальными динамическими режимами, парадоксальными с точки зрения привычной линейной теории параболических уравнений. Так была создана новая, позже ставшая классической, нелинейная модель для исследования режимов с обострением и пространственной локализации в открытой диссипативной системе.

"Сергей Павлович первым обратил внимание на необычное поведение процессов диффузии при развитии режимов с обострением: если температура на границе среды с коэффициентом теплопроводности, растущим с температурой, увеличивалась, стремясь к бесконечности при приближении к конечному моменту времени, то имело место отсутствие распространения тепла в глубь среды в течение всего промежутка времени до указанного момента" (Из воспоминаний Н.В. Змитренко).

Уравнение (3.2) обладает следующим автомодельным решением:

$$u(t,x) = (T_0 - t)^{1/(\beta-1)} f(x(T_0 - t)^{\frac{\beta-1-\sigma}{2(1-\beta)}}), \tag{3.3}$$

где $f(\xi)$, $(\xi = x(T_0 - t)^{(\beta-1-\sigma)/2(1-\beta)})$ удовлетворяет следующему нелинейному неавтономному обыкновенному дифференциальному уравнению

$$-\frac{1}{1-\beta} f - \frac{\beta - 1 - \sigma}{2(1-\beta)} \xi f' = (f^\sigma f')' + f^\beta, \quad f' = \frac{df}{d\xi}. \tag{3.4}$$

Из формулы (3.3) видно, что возможны три режима горения:

1) HS-режим (при $1 < \beta < \sigma + 1$), когда область горения возрастает с ростом t (при $t \to T_0$);

2) S-режим (при $\beta = \sigma + 1$), когда область горения не меняется со временем;

3) LS-режим (при $\beta > \sigma + 1$), когда полуширина области горения сокращается.

В HS-режиме с обострением за конечное время температурная волна прогревает всю среду до бесконечной температуры. Локализация отсутствует, и с ростом температуры диффузия тепла происходит более интенсивно, чем нагрев среды.

При S-режиме благодаря взаимодействию нелинейного источника и нелинейного коэффициента теплопроводности бесконечное значение температуры достигается за конечное время (время обострения) на конечной длине (фундаментальная длина), несмотря на наличие неограниченно растущего коэффициента теплопроводности. При этом фундаментальная длина определяется лишь параметрами, входящими в уравнение (3.2). В работе [1] было найдено точное аналитическое решение соответствующего квазилинейного уравнения

$$u_t = (u^\sigma u_x)_x + u^{\sigma+1}, \quad t > 0, \quad x \in \mathbb{R}. \tag{3.5}$$

Оно имеет вид

$$u(t,x) = (T_0 - t)^{-1/\sigma} \theta_s(x), \quad 0 < t < T_0 < \infty, \quad x \in \mathbb{R}^1, \tag{3.6}$$

где $\theta_s(x)$ удовлетворяет ОДУ

$$(\theta_s^\sigma \theta_s')' - \frac{1}{\sigma}\theta_s + \theta_s^{\sigma+1} = 0. \tag{3.7}$$

В цитированной работе [1], а также в ряде других работ (см., например, [4, 10–12]) приведено следующее решение уравнения (3.7):

$$\theta_s(x) = \begin{cases} \left[\frac{2(\sigma+1)}{\sigma(\sigma+2)} \cos^2(\frac{\pi x}{L_s})\right]^{1/\sigma}, & |x| < L_s/2, \\ 0, & |x| \geqslant L_s/2, \end{cases} \tag{3.8}$$

где $L_s = 2\pi(\sigma+1)^{1/2}/\sigma$ — фундаментальная длина S-режима. Основная особенность этого решения состоит в том, что процесс горения протекает в огра-

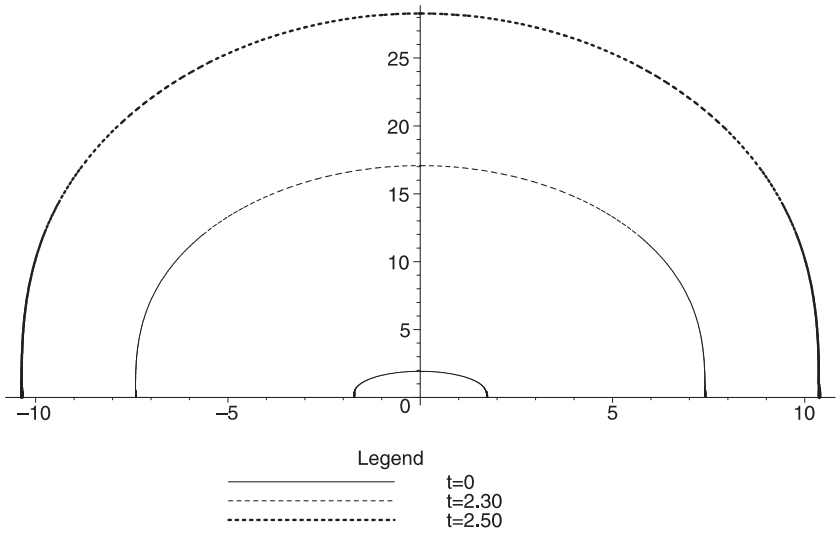

Рис. 1

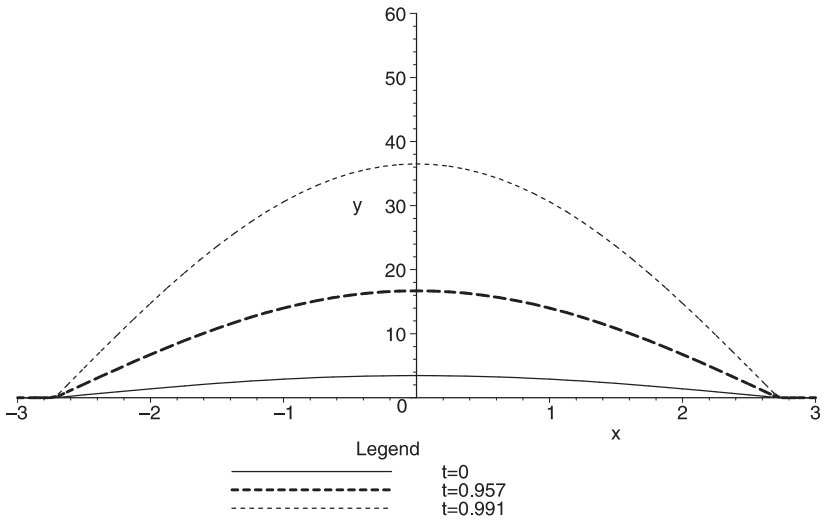

Рис. 2

ниченной области $\{|x| < L_s/2\}$; вне ее $u \equiv 0$ в течение всего времени существования режима с обострением $(t \in (0, T_0))$.

При LS-режиме полуширина области интенсивного нагрева за конечное время стремится к нулю. Здесь приходится иметь дело со своеобразным "нелинейным гармоническим анализом", когда анализу подвергаются т.н. собственные функции нелинейной среды, т.е. частные решения соответствующих нелинейных задач.

Указанные режимы обострения представлены на рис. 1–3.

Примечание. Разработка теории режимов с обострением (в том числе для постановки экспериментальных исследований) требует по-прежнему

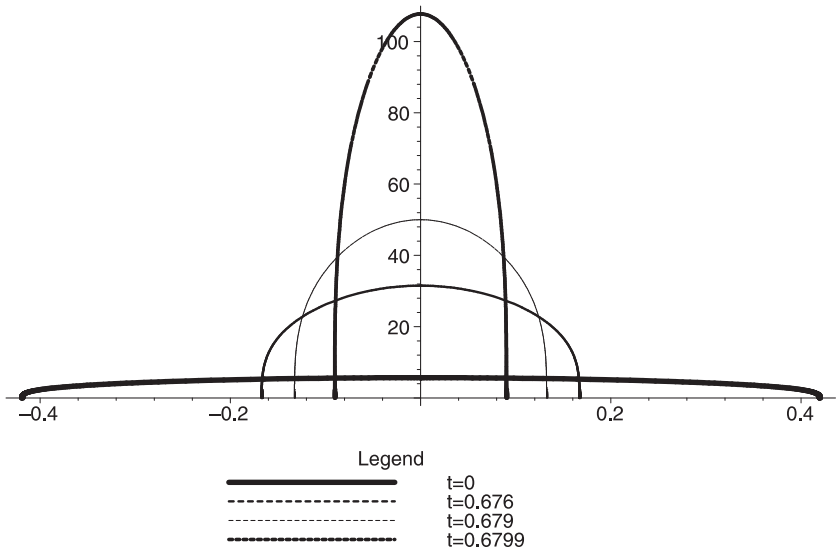

Рис. 3

не только математического моделирования[4], но и привлечения различных математических методов. Для исследования приближенных решений полезны как численные методы, так и методы сравнения и осреднения. Для построения точных решений полезны как групповой анализ дифференциальных уравнений, развиваемый В.А. Дородницыным, С.Р. Свирщевским и др. (см., например, [11]) но и другие, более эвристические алгебраические подходы[5]. По мнению автора настоящей статьи, перспективным представляется и применение методов факторизации, автономизации и точной линеаризации[6,7].

Заключение

Распределенные системы, или сплошные среды, являются одним из наиболее сложных и интересных объектов современного естествознания. Большинство их моделей нелинейны, так как природа очень нелинейна по самой своей сути. Математический язык ее описания должен быть адекватен этой сущности. Нелинейность означает огромное разнообразие поведения

[4]Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. М.: Физматлит, 2002. 320 с.

[5]Галактионов В.А., Посашков С.А. О новых точных решениях параболических уравнений с квадратичными нелинейностями // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1989. Т. 29. №4.

[6]Беркович Л.М. Факторизация и преобразования дифференциальных уравнений. Методы и приложения. Москва: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2002. 463 с.

[7]Беркович Л.М. Факторизация, преобразования и интегрируемость обыкновенных диференциальных уравнений. Ч. 1. Линейные уравнения // Вестник Самарского гос. ун-та. Естественнонаучная серия. 2003. Специальный выпуск. С. 5–43.; Ч. 2. Нелинейные уравнения // Вестник Самарского гос. ун-та. Естественнонаучная серия. 2003, №4(30). С. 36–78.

и богатство возможностей. Для нелинейных моделей несправедлив единый принцип линейной суперпозиции, и он должен быть заменен различными принципами нелинейной суперпозиции.

В нашей статье было рассказано об истории открытия Т-слоя.

Как известно, крупное открытие в науке совершается дважды: первый раз абстрактно, теоретически, отдельными людьми, и это открытие никого не волнует и не трогает, его не замечают. Но неизбежно через какое-то время наступает второй этап, когда приходит признание его необходимости. И вот тогда уже оно совершается конкретно, практически, овладевает многими умами и потрясает людей, открывая им что-то ранее неведомое, неожиданное и очень важное.

Так получилось и с открытием Т-слоя. Сразу после обнаружения в математических моделях эффекта локализации горения на "фундаментальной длине" С.П. Курдюмов предложил применить полученные результаты к реальным ситуациям в плазме в установках управляемого термоядерного синтеза.

Сущность эффекта Т-слоя — нелинейное, самоподдерживающееся, возникающее при вполне определенных условиях в диссипативной среде явление — он распространил на многие явления природы, а также на человеческое общество, внеся огромный вклад в новую науку — синергетику.

Заметим, что автомодельные решения квазилинейных уравнений параболического типа были использованы при синергетическом подходе к исследованию демографических процессов (см. [23, 26]).

Еще в XVII веке, на заре создания дифференциального исчисления, Исаак Ньютон, творец математических оснований натуральной философии, свое главное открытие зашифровал в виде анаграммы, смысл которой заключен в словах: "Полезно решать дифференциальные уравнения". Этот вывод не менее актуален и в начале XXI века.

Построение содержательной общей теории нелинейных диференциальных уравнений является фундаментальной проблемой современной математики, без решения которой невозможно успешное развитие математического естествознания.

Литература

[1] Самарский А.А., Змитренко Н.В., Курдюмов С.П., Михайлов А.П. Тепловые структуры и фундаментальная длина в среде с нелинейной теплопроводностью и объемными источниками тепла // ДАН СССР, 1976. Т. 227. №2. С. 321–324.

[2] Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П., Самарский А.А. Асимптотическая стадия режимов с обострением и эффективная локализация тепла в задачах нелинейной теплопроводности // Дифференциальные уравнения, 1980. Т. 16. №7. С. 1196–1204.

[3] Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П., Самарский А.А. Локализация тепла в нелинейных средах // Дифференциальные уравнения, 1981. Т. 17. №10. С. 1196–1204.

[4] Курдюмов С.П. Собственные функции горения нелинейной среды и конструктивные законы построения ее организации // Современные проблемы математической физики и вычислительной математики. М.: Наука, 1982. С. 217–243.

[5] Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г. Синергетика — теория самоорганизации. Идеи, методы, перспективы. М.: Знание. Сер. "Математика и кибернетика", 1983. №2. 64 с.

[6] Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Самарский А.А. Об одной параболической системе квазилинейных уравнений. (Ч. 1) // Дифференциальные уравнения. 1983. Т. 19. №12. С. 2123–2140; (ч. 2) // Дифференциальные уравнения. Т. 21. №9. С. 1544–1559.

[7] Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Самарский А.А. Об асимптотических "собственных функциях" задачи Коши для одного нелинейного параболического уравнения // Математический сборник, 1985. Т. 126(168). №4. С. 435–472.

[8] Ахромеева Т.С., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г. Парадоксы мира нестационарных структур. М.: Знание. Сер. "Математика и кибернетика", 1985. №5. 48 с.

[9] Самарский А.А., Курдюмов С.П., Ахромеева Т.С., Малинецкий Г.Г. Моделирование нелинейных явлений в современной науке // Информатика и научно-технический прогресс. М.: Наука, 1987. С. 69–91.

[10] Змитренко Н.В., Курдюмов С.П., Михайлов А.П. Теория режимов с обострением в сжимаемых средах // Сборник ВИНИТИ. Итоги науки и техники. "Современные проблемы математики. Новейшие достижения", М., 1986(1987). Т. 28. С. 3–99.

[11] Галактионов В.А., Дородницын В.А., Еленин Г.Г., Курдюмов С.П., Самарский А.А. Квазилинейное уравнение теплопроводности с источником: обострение, локализация, симметрия, точные решения, асимптотика, структуры // Сборник ВИНИТИ. Итоги науки и техники. "Современные проблемы математики. Новейшие достижения", М., 1986(1987). Т. 28. С. 99–205.

[12] Самарский А.А., Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П. Режимы с обострением в задачах для квазилинейных уравнений параболических уравнений. М.: Наука, 1987. 480 с.

[13] Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б., Самарский А.А. Структуры в нелинейных средах // Компьютеры и нелинейные явления. М.: Наука, 1988. С. 5–43.

[14] Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Самарский А.А. Процессы в открытых диссипативных системах. М.: Знание. Сер. "Математика и кибернетика", 1988. №11. 32 с.

[15] Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Самарский А.А. О методе стационарных состояний для квазилинейных параболических уравнений // Математический сборник, 1989. Т. 180. №8. С. 995–1016.

[16] Малинецкий Г.Г., Курдюмов С.П., Потапов А.Б. Синергетика — новые направления. М.: Знание. Сер. "Математика и кибернетика", 1989. №11. 64 с.

[17] Ахромеева Т.С., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г., Самарский А.А. Нестационарные структуры и диффузионный хаос. М.: Наука, 1992. 511 с.

[18] Змитренко Н.В., Курдюмов С.П., Михайлов А.П., Самарский А.А. Возникновение структур в нелинейных средах и нестационарная термодинамика обострения // Наука, технология, вычислительный эксперимент, 1993. №2. С. 33–62.

[19] Князева Е.Н., Курдюмов С.П. Законы эволюции и самоорганизации сложных систем. М.: Наука, 1994. 238 с.

[20] Курдюмов С.П., Гуревич М.И., Тельковская О.В. Автомодельные решения квазилинейного уравнения теплопроводности с распределенной плотностью и нелинейными объемными источниками // Дифференциальные уравнения, 1995. Т. 31. №10. С. 1722–1733.

[21] Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Нестационарные структуры, динамический хаос, клеточные автоматы // Новое в синергетике. Загадки мира неравновесных структур. М.: Наука, 1996. С. 95–164.

[22] Режимы с обострением. Становление идеи. Законы коэволюции сложных систем. М.: Наука, 1999. 255 с.

[23] Белавин В.А., Курдюмов С.П. Режимы с обострением в демографической системе. Сценарий усиления нелинейности // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2000. Т. 40. №2. С. 238–251.

[24] Курдюмов С.П. Самоорганизация сложных систем // Экология и жизнь. №5(17), 2000. С. 42–45.

[25] Князева Е.Н., Курдюмов С.П. Основание синергетики. Режимы с обострением, самоорганизация, темпомиры. СПб.: Алтатея, 2003. 402 с.

[26] Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г. Синергетика и прогнозы будущего (3-е изд.). М.: Наука, 2003. 288 с.

Поступила в редакцию 23/*XII*/2003;
в окончательном варианте — 14/*II*/2004.

HOW THE APPLIED MATHEMATICS HAS HELPED TO MAKE A DISCOVERY IN PHYSICS (TO THE S.P. KURDYUMOV 75th ANNIVERSARY)

© 2003 L.M. Berkovich[8]

The present paper is dedicated to a discovery in physics due to computing experiments and computer simulation and since then (substantially late) confirmed by full-scale experiments. Major role in this discovery has been played by the large group of the scientists from the Institute of Applied Mathematics of USSR Academy of Sciences (now the Keldysh Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Sciences) and the Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian branch of the USSR Academy of Sciences. This discovery originally related to processes of burning and explosion, namely the discovery of so-called T-stratum (temperature stratum), now is applied to nonlinear dynamics and synergetics. From a mathematical point of view this means unlimited solutions of the nonlinear equations of the parabolic type circumscribing the processes with a peaking in three various combustion regimes. The head of the group of scientists who realized and applied this discovery to various problems of natural science was Professor S.P. Kurdyumov (see the collection of papers "Modes with a peaking. Evolution of idea" published by Nauka Publisher in 1999).

Paper received 23/*XII*/2003;
Paper accepted 14/*II*/2004.

[8]Berkovich Lev Meilikhovich (berk@ssu.samara.ru), Dept. of Algebra & Geometry, Samara State University, Samara, 443011, Russia.