

Е.Д. Куретова, Е.С. Куркина

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЩИХ ЗАКОНОВ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО РАЗВИТИЯ ОБЩЕСТВА: ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЙ ТРЕНД И ИСТОРИЧЕСКИЕ ЦИКЛЫ.

Глобальный и системный подход к изучению истории человеческого общества.

Многие ученые, начиная с древних философов, ставили своей целью выявление закономерностей эволюции человечества за сложным сплетением исторических событий. В исторической науке системный подход зародился в середине прошлого века и связан, в первую очередь, с именами таких историков и социологов как Ф. Бродель, А. Франк, И. Валлерстайн; в настоящее время он продолжает развиваться в работах С.И. Гринина, А.В. Коротаева, С.Ю. Малкова, А.П. Назаретяна. В рамках этого подхода история представляется не как совокупность историй отдельных народов и государств, а как необратимая социальная эволюция всего мирового сообщества в целом, которая связана прежде всего с возникновением крупнейших инноваций, оказавших влияние на ход исторического процесса, и со структурными трансформациями единой так называемой Мир-Системы.

В XX веке многочисленные попытки построить универсальное системное видение природы и общества в виде тектологии, кибернетики, различных версий общей теории систем вылились в итоге в 1960-х годах в формирование мощного междисциплинарного движения – *синергетики*. Синергетика, опираясь на результаты математического моделирования, выявляет закономерности эволюции и самоорганизации в открытых нелинейных системах. Ее становление и развитие связано с именами Тьюринга, И. Пригожина [1, 2], Г. Хакена [3], С.П. Курдюмова [4,5], и других ученых [6].

С развитием синергетики стало понятно, что, только поднявшись на глобальный уровень и рассматривая все человечество как *единую самоорганизующуюся и саморазвивающуюся сложную систему*, можно исследовать эволюцию мирового сообщества. Несмотря на всю сложность исторических событий, взаимосвязь и взаимозависимость экономических, политических и социальных процессов, влияние множества случайных факторов на исторический ход, синергетика предлагает методы исследования глобальных процессов и выявления объективных законов эволюции.

Одним из главных методов синергетики является выделение так называемых *параметров порядка* – главных переменных, характеризующих рассматриваемые процессы и подчиняющих себе все остальные переменные. Применяя методы и теоретические представления синергетики, определяя параметры порядка социально-экономического развития общества, можно создавать относительно простые модели, которые позволяют понять и

объяснить наблюдаемые процессы в прошлом и настоящем и предсказать сценарии их развития в будущем. Для глобальной мировой системы главными параметрами порядка социально-экономического развития общества являются *общая численность живущих на земле людей N* и *уровень технологического развития T* , который обычно измеряется или в мировом ВВП, или в усредненном избыточном продукте на душу населения [7].

Математическая теория С.П. Капицы.

Примером глубокого исследования глобальных исторических процессов может служить математическая теория, разработанная С.П. Капицей [8,9]. Исследуя рост населения Земли и пытаясь объяснить его, он дал всесторонний анализ эволюции человеческого общества с начала его зарождения примерно 4,5 млн. лет тому назад. В соответствии с синергетическим подходом он выбрал главный параметр порядка и проследил за его эволюцией. В качестве такового им была взята общая численность населения Земли N – ведущая медленная переменная, к которой подстраиваются все остальные переменные. Все остальные параметры в модели усредняются и учитываются в общем взаимодействии.

В основе модели С.П. Капицы лежит ОДУ первого порядка относительно переменной N [8]:

$$\theta \frac{dN}{dt} = \frac{N^2}{k^2}, \quad (1)$$

где t – время в годах от начала нашей эры, а θ и k – две системные константы, подобранные эмпирическим путем. Решением этого уравнения является *гиперболический закон роста*, или *режим с обострением*

$$N = \frac{C}{T_1 - t}, \quad (2)$$

открытый ранее группой Форстера в результате статистической обработки демографических данных за большой период времени [10]. Здесь C и T_1 – подобранные константы: $T_1 = 2025$ г. – время обострения, или теоретическое время обращения функции в бесконечность, $C = 200$ млрд. [человек×годы]) – константа Форстера. Заметим, что это принципиально отличает человеческую популяцию от всех прочих популяций биологических видов, развивающихся в соответствии с законом логистического роста.

Закон роста (2) на стадии, близкой к моменту обострения, имеет взрывной характер. В последние двести лет, действительно, наблюдалось особенно резкое увеличение численности населения Земли, которое было охарактеризовано как *демографический взрыв*. Математическая теория С.П. Капицы объясняет природу столь необычного закона роста и приводит к выводу о неизбежности прекращения этого роста и стремления численности населения к постоянному значению, что получило название *глобального демографического перехода* [11]. Разные страны проходят демографический

переход в разные сроки. По прогнозам ООН они завершат этот исторический процесс до конца настоящего века, и численность человечества стабилизируется по средним оценкам примерно на 9 млрд.

Развитие в соответствии с законом (1) обладает целым рядом интересных свойств, которые нашли отражение в эволюции человеческого общества. В частности, такое развитие динамически самоподобно и обладает свойством сжатия времени [8]. Действительно,

$$\frac{dN}{N} = \frac{dT}{T_1 - T}. \quad (3)$$

Из формулы (3) следует, что скорость прироста все время нарастает, и интервал времени, в течение которого происходит удвоение численности, сокращается. Ускорение течения исторического времени, сокращение длительности исторических эпох – факт, известный историкам и философам [11].

Математическая модель С.П. Капицы, благодаря «сцеплению» численности людей с уровнем социально-экономического развития общества, отмеченным рядом исторических эпох, дает глубокое качественное и количественное описание исторических процессов, восстанавливает достаточно полную объективную картину эволюции реального мира.

Главными выводами теории С.П. Капицы являются следующие. Он убедительно показал, что человеческое общество с самого своего зарождения было *информационным обществом*, что обеспечило необычное развитие человеческой популяции, отличающегося от развития всех остальных биологических популяций. Как биологический вид, *Homo sapiens* со времен своего появления изменился мало; все развитие человечества происходило в социальной сфере, в создаваемой и развиваемой людьми антропогенной среде, благодаря накоплению и умножению информации. Главной движущей силой социально-экономической эволюции явилась *положительная обратная связь* между численностью людей и распространением и обменом знаниями, технологиями и информацией. Сегодня ни у кого не вызывает сомнения, что мир представляет собой единую глобальную систему, связанную возросшими транспортными, денежными, миграционными и информационными потоками, а также общими глобальными проблемами. Но и в далеком прошлом, когда население Земли представляло собой отдельные малочисленные племена, разбросанные по огромной территории, процесс взаимодействия развивался медленно, но верно. *Именно системные взаимодействия привели к глобальной синхронизации смен эпох, или фаз, в истории человечества*, что отражается в глобальной периодизации истории даже в далекие времена. Ярким свидетельством системных взаимодействий могут служить распространение и общность различных языков, зарождение и распространение мировых религий, смена социально-экономических формаций и др., происходящие в исторически короткие сроки.

Таблица 1. Главные эпохи в истории человечества по С.П.Капице.

ИСТОРИЯ, КУЛЬТУРА И ТЕХНИКА	КУЛЬТУРНЫЙ ПЕРИОД	ИНТЕРВАЛ ВРЕМЕНИ	ЧИСЛО ЛЮДЕЙ
Галечная культура, чоппер; Homo Habilis.	1. Олдувай	1600–600тыс.лет до н.э. (1000 тыс. лет)	10^5
Заселение Европы, Азии; Рубила.	2. Шелль	600 – 220 тыс. лет до н.э. (380 тыс. лет)	
Homo Sapiens; Речь, овладение огнем.	3. Ашель	220 – 80 тыс. лет до н.э. (140 тыс. лет)	10^6
Заселение Америки; Языки, шаманизм	4. Мустье	80 – 29 тыс. лет до н.э. (51 тыс. лет)	
Керамика, бронза; Микролиты.	5. Мезолит	29 – 9 тыс. лет до н.э. (20 тыс. лет)	10^7
Междуречье, Египет. Письменность; города, одомаш- нивание скота, с/х.	6. Неолит	9000 – 2000 лет до н.э. (7000 лет)	
Рождество Христово Греция, Индия, Китай Буддизм	7. Древний мир	2000 лет до н.э. – 500 лет н.э. (2500 лет)	10^8
Великие геогр. открытия. Ислам. Падение Рима.	8. Средние века	500 – 1500 лет н.э. (1000 лет)	
Книгопечать. Промышленная революция	9. Новая история	1500 – 1840 гг. н.э. (340 лет)	
Мировые войны, Электроэнергия;	10. Новейшая история	1840 – 1955 гг. н.э. (115 лет)	10^9
Биотехнологии, Компьютеры	11. Мировой демографический переход	1955 – 2000 гг. н.э. (45 лет)	$3*10^9$
Наст. время→ Глобализация. Урбанизация		2000 – 2045 гг. н.э. (45 лет)	$6*10^9$
Коэволюция человека и природы	12.Стабилизация		$9*10^9$

Существенным результатом теории, развитой С.П. Капицей, является обнаруженная связь главных исторических эпох с общей численностью населения. Он показал, что смена эпох происходила, когда численность населения примерно утраивалась, и при этом длительность эпох сокращалась

также примерно в три раза. Учитывая этот факт и формулу (2), можно показать, что постоянная Форстера C является *инвариантом исторического развития*. Она равна половине произведения численности населения, взятого в момент окончания каждого из 11 исторических периодов на его длительность: $0.5N_j\Delta t_j = C$.

Хотя С.П. Капице удалось всесторонне проанализировать и объяснить природу гиперболического роста народонаселения и обосновать закономерность наблюдаемого в настоящее время демографического перехода, его модель, тем не менее, испытывает ряд трудностей в объяснении некоторых наблюдаемых явлений и закономерностей. В модели С.П. Капицы существенной проблемой является неустойчивость гиперболического роста, что противоречит наблюдаемому восстановлению численности населения после опустошительных войн, эпидемий и катаклизмов. Кроме того, точечная модель (1) не в состоянии описать циклический характер эволюции человечества и смену исторических эпох. И, наконец, как и все точечные модели, теория С.П. Капицы обходит фундаментальные вопросы, связанные с изменением пространственного распределения людей и пространственного развития антропогенной среды в процессе эволюции. На все эти вопросы можно ответить, рассмотрев распределенную модель, описывающую эволюцию пространственных структур.

Модель эволюции С.П. Курдюмова.

Человечество не только увеличивалось в численности на протяжении всей своей истории, оно и расселялось по планете, объединялось в различные социально-экономические группы; каждой исторической эпохе соответствовала своя структура расселения, размещения и хозяйствования. Развитие человечества во всех сферах жизни происходило под влиянием двух противоположных тенденций – стремления к объединению с одной стороны, и, наоборот, к распаду уже существующих структур, с другой стороны. В этом смысле все развитие человеческого общества отразилось в *эволюции пространственных структур* - городов, государств, империй, геополитических и экономических сообществ и т.д.

Описать механизмы эволюции, приводящие к формированию и развитию структур разной сложности на разных пространственных масштабах, возможно только с использованием пространственно распределенных моделей. С.П.Курдюмовым была впервые выдвинута идея применения для моделирования эволюции человеческого сообщества квазилинейного уравнения теплопроводности с источником. Он увидел глубокую аналогию между процессами горения нелинейной среды, ведущими к образованию и распаду сложных пространственных структур, и историческими процессами, сопровождающимися образованием и распадом империй. С.П. Курдюмовым с соавторами [12, 13] было показано, что основные тенденции мирового развития обуславливаются нестационарной динамикой режимов с обострением.

Итак, в основе модели С.П. Курдюмова лежит квазилинейное уравнение теплопроводности с источником относительно изменения плотности населения $u(M, t)$ (где M – точка на плоскости с координатами (x, y) , а t – время):

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div}(\chi_0 u^\sigma \operatorname{grad} u) + q_0 u^\beta, \quad t > 0, \quad (4)$$

где $\chi_0, q_0 > 0$, $\sigma > 0$, $\beta > \sigma + 1$ – параметры модели. Здесь первое слагаемое в правой части представляет собой оператор диффузии и описывает диссипативные процессы в системе, распространение информации и миграцию населения. Второе слагаемое представляет собой нелинейный, объемный источник и описывает кумулятивные процессы, умножение информации и рост плотности населения. Положительные обратные связи между численностью населения и уровнями технологического и культурного развития в результате кооперативных взаимодействий в модели учитываются опосредованно и отражаются в нелинейном коэффициенте диффузии $\chi_0 u^\sigma$ и нелинейном источнике $q_0 u^\beta$.

Определяющими параметрами модели, от которых качественно зависит динамика развития процессов, являются параметры β и σ . Они подбирались так, чтобы выбранный режим эволюции описывал бы наблюдаемые глобальные процессы в Мир-Системе [14,15]. Среди них главными являются: образование простых и сложных структур, усиление с развитием пространственной неоднородности и концентрации в отдельных местах, и рост общего интеграла

$$N(t) = \int u(M, t) dM, \quad (5)$$

по гиперболическому закону (2), где интегрирование ведется по всем районам обитания. В результате исследований было показано, что параметры σ и β должны удовлетворять следующим соотношениям:

$$\begin{aligned} 0 < \sigma < 1, \quad \beta > \sigma + 1, \\ 2\beta = \sigma + 3, \text{ или } 3\beta = \sigma + 5, \end{aligned} \quad (6)$$

в зависимости от геометрии рассматриваемой области.

Математическая модель глобальных эволюционных процессов С.П. Курдюмова является иерархическим расширением модели С.П. Капицы, описывающим усредненное пространственное распределение народонаселения. Она дает общую картину видения различных периодов в социальной эволюции человечества, существенно дополняет и расширяет представления, вытекающие из макро модели С.П. Капицы. С помощью этой модели в работах [14,15,16] было проведено исследование основных этапов исторического развития общества, выявлены объективные законы эволюции человеческого общества и даны прогнозы будущего развития.

Модель не претендует на описание конкретных исторических эпох, конкретных событий и географии Земли. Она описывает некоторые *главные свойства пространственно-временного развития человеческой цивилизации.*

Если из анализа точечной модели Капицы (1) можно сделать вывод об ускорении течения времени и сокращении временных масштабов, то модель Курдюмова отражает тенденцию к сокращению с течением времени пространственных масштабов, резкое усиление неустойчивости развития в период демографического взрыва (мировые войны, глобальные конфликты и т.п.), сопровождающееся распадом сложных структур, и многое другое. Поскольку модель выявляет только некоторые главные вектора развития, то во многих случаях достаточно рассматривать *одномерные* или *радиально-симметричные* решения уравнения (4).

Исторические и социально-экономические циклы.

Изучение истории показывает, что развитие человеческой цивилизации в режиме с обострением описывает лишь основной тренд, тогда как более детальное рассмотрение обнаруживает существование социально-экономических и социокультурных циклов. Обычно под социокультурной цикличностью понимают просто чередование этапов взлета и падений, расцвета и упадка, ускорения и замедления, при этом сам процесс делят на два-четыре этапа. Длительность известных исторических и экономических циклов занимает от нескольких лет до нескольких столетий и тысячелетий [17].

Докапиталистическая эпоха, начиная с неолита, представляла собой культуру, основанную на экстенсивном земледелии. Тогда численность населения строго регулировалась потолком несущей способности земли при данном уровне развития технологий («мальтусианская ловушка»), и возникали циклы, вызванные периодическими кризисами из-за относительной перенаселенности и перепроизводстве элит. Эти кризисы сопровождались бунтами, крестьянскими и религиозными войнами, раннебуржуазными революциями. В эпоху классического капитализма кризисы перенаселенности и связанные с ними циклы исчезли. Но возникли другие циклы, определяемые периодическими кризисами перепроизводства, величиной запасов, инвестиций, занятости, инфляции и др. Причины возникновения этих кризисов начали изучать Д. Юм, Д. Рикардо, К. Маркс и др. Например, К. Маркс выделял четыре фазы цикла, последовательно сменяющие друг друга: кризис, депрессию, оживление и подъем. В прошлом столетии были открыты так называемые циклы Китчина (2-4 года), Жюгляра (7-11 лет), Кузнеца (16-25 лет), Кондратьева (40-60 лет) и др.

Выдающийся австро-американский ученый Шумпетер, развивший инновационную теорию предпринимательства еще в 30-е годы, одним из первых разработал теорию экономических циклов. Центральную роль в теории Шумпетера сыграла *инновация*, то есть нововведение, качественно меняющее объект управления с целью получения экономического, социального, научно-технического, или другого эффекта [18]. Он утверждал, что все циклы генерируются инновациями. Так при экономическом спаде, или кризисе, разрушаются устаревшие технологии и соответствующие экономические уклады, что «расчищает место» для бурного распространения

новых технологий и укладов в дальнейшем. В теории Шумпетера не раскрывается причина цикличности инноваций. Одно из любопытных объяснений этого связано с теорией пассионарных толчков Гумилева, возникновения периодов высокой активности этносов, что выражается в подъеме экономики, значительном повышении темпа общественно-политической жизни, в том числе и количества социальных потрясений: войн и революций.

За рамками большинства теорий, описывающих мегатренды и те или иные циклы, остается пространственное развитие, и основной упор делается на анализе изменений некоторых макро-показателей. Однако ученым хорошо известно, что развитие человеческой цивилизации сопряжено с увеличением неоднородности и неравномерности распределения людей и продуктов их деятельности по пространству, *усилением процессов концентрации антропогенных явлений в немногих центральных местах* [19, 20]. Центральные места человеческой деятельности, представляющие собой культурные, научные, технологические и другие центры, различаются по размерам, мощности, и значению, и имеют ярко выраженное иерархическое строение. Главных центров, где концентрируется население, зарождаются новые технологии, новые социальные, экономические, политические, культурные и другие стандарты и эталоны, не так уж много. Центростремительные процессы, приводящие к усилению процессов концентрации и неравномерности пространственного развития, преобладают на восходящей фазе эволюции, за которой следует нисходящая фаза, на которой преобладают центробежные процессы. Таким образом, пространственная концентрация сопровождается особым рода рассеиванием, известным как *диффузия нововведений*. Передовая техника, новые идеи, стандарты и люди, возникнув первоначально в одном центре, затем расходятся по большей или меньшей территории и постепенно осваиваются все меньшими центрами. Говорят, что центральные места человеческой деятельности являются генераторами *зонно-волновой диффузии инноваций* и излучают *импульсы развития*. Причем, чем сильнее пространственная концентрация, тем быстрее исчезают породившие ее различия между центром и периферией, тем скорее выравниваются уровни их развития. В главных центрах зарождаются новые импульсы развития, а с ними новые различия и контрасты».

Как отмечалось выше, в глобальной эволюции человеческого сообщества выделяют 11 главных исторических циклов. Как видно из Таблицы 1, смена эпох имеет *инновационную* природу и происходит, когда начинают распространяться новые социально-экономические технологии, стандарты или культурные образцы, качественно влияющие на эволюцию и переводящие Мир-Систему на другой, более высокий уровень развития.

Цель настоящей работы

В данной работе ставится задача моделирования *исторических циклов*, изучения причин развития «по спирали» человеческого общества. Почему на фоне гиперболического тренда возникают циклы, содержащие в себе периоды подъема и спада, периоды бурного развития и периоды кризисов, интеграции и дезинтеграции? Какова роль циклов в процессе эволюции и почему при этом остается устойчивым гиперболический тренд?

Исследовать поставленную задачу будем с помощью модели глобальной эволюции С.П. Курдюмова, которая позволяет описать не только динамику усредненного монотонного роста в режиме с обострением, но и циклическое развитие. Если макроскопическая модель С.П. Капицы дает количественное описание исторических циклов, распределенная модель С.П. Курдюмова позволяет понять механизм их образования.

Итак, для моделирования главных циклов исторического развития рассматривается краевая задача (7), (8) для одномерного уравнения (4) на отрезке достаточно большой длины, согласованной с размерами земного шара. Область считается однородной, коэффициенты χ_0 и q_0 не зависят от пространственной координаты. На концах отрезка задаются периодические условия:

$$u(-L, t) = u(L, t), \quad \frac{\partial u}{\partial r}(-L, t) = \frac{\partial u}{\partial r}(L, t) \quad (7)$$

Процесс эволюции инициируется заданием начального финитного распределения плотности с одним максимумом:

$$u(r, 0) = u_0(r) \leq M < \infty, \quad (8)$$

описывающее начальное распределение первобытных людей в Африке, от которых пошел род «Номо». Считается, что начальная численность первобытных людей составляет около 10^5 .

Задача решалась на достаточно густой равномерной сетке разностным методом со вторым порядком аппроксимации. Использовалась чисто неявная схема для уравнения теплопроводности [21], и переменный шаг по времени, согласованный с ростом решения в режиме с обострением.

При моделировании исторических циклов будем опираться на данные Таблицы 1 (см. выше). В ней показана хронология истории человечества, которая структурирована на основании смены культур в 11 циклов в соответствии с данными антропологии и истории [11], а также добавлен столбец, показывающий среднюю оценку численности населения.

В настоящей работе проведено уточнение параметров χ_0 , q_0 , σ , β таким образом, чтобы удовлетворить следующим требованиям: 1) общий интеграл по пространству, имеющий смысл общей численности населения, должен расти по гиперболическому закону; 2) эволюция системы должна иметь циклический характер и включать в себя 11 этапов, соответствующих по реальным количественным показателям основным историческим эпохам (см. Таблицу 1).

Автомодельные решения как аттракторы исторического развития.

Остановимся на некоторых свойствах решений рассматриваемого уравнения. Уравнение (4) изучалось ранее во многих работах, в которых были во многом решены проблемы, касающиеся определения условий существования различных типов режимов с обострением, возникновения явления локализации в пространстве, образования простых и сложных структур и др. (см., например, [22]-[24]).

При заданных значениях параметров уравнение (4) имеет бесконечно много решений, зависящих от начального распределения плотности (8). Однако всего несколько из них определяют эволюцию всей системы. Это так называемые *автомодельные*, или самоподобные решения, которые играют роль *аттракторов для всех прочих решений* этого уравнения. Автомодельные решения отражают внутренние свойства нелинейной системы, поэтому их называют *собственными функциями (СФ) нелинейной среды*. «Забывание» деталей начальных данных у произвольных решений и выход их на автомодельный режим означает существование *объективных законов развития*, или *векторов развития*, которые указывают возможные направления развития эволюционных процессов.

В зависимости от значений параметров σ и β существуют разные типы автомодельных решений, развивающихся в режиме с обострением. Остановимся подробнее на случае $\sigma > 0$, $\beta > \sigma + 1$. В этом случае имеет место так называемый *LS-режим*, при котором на развитой стадии решение развивается в режиме с обострением, и возникает явление *локализации*. Явление локализации означает, что рост в режиме с обострением происходит внутри некоторой ограниченной области пространства, тогда как вне этой области функция u остается равной нулю, несмотря на наличие диссипации в нелинейной среде и больших градиентов плотности. Феномен локализации процессов приводит к тому, что непрерывная среда распадается на отдельные локализованные структуры. При определенных условиях возникают не только простые структуры с одним максимумом, но и сложные структуры, имеющие сложное пространственное строение [25,26].

В результате проведенных исследований было установлено, что возникающие в *LS-режиме* структуры описываются автомодельными решениями вида [23]:

$$u(r, \varphi, t) = g(t)\Theta(\xi, \varphi), \quad \xi = \frac{r}{\psi(t)}, \quad (9)$$

$$g(t) = \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)^m, \quad \varphi(t) = \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)^n, \quad m = -\frac{1}{\beta - 1}, \quad n = \frac{\beta - \sigma - 1}{2(\beta - 1)}, \quad (10)$$

где ξ – автомодельная переменная, τ – произвольный параметр обобщенного разделения переменных (9). При $\beta > 1$ и $\tau > 0$ автомодельные решения развиваются в режиме с обострением; тогда τ имеет смысл времени обострения. Функция $\Theta(\xi, \varphi)$ удовлетворяет автомодельному уравнению

$$\frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial r} \left(\xi \Theta^\sigma \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{\xi^2 (\sigma + 1)} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \Theta^{\sigma+1} = -\frac{m}{l} \Theta + \frac{n}{l} \xi \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} - \Theta^\beta \quad (11)$$

и обычным для этих задач граничным условиям.

Краевая задача для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка (11) является задачей на собственные значения τ и собственные функции (СФ) $\Theta(\xi, \tau)$. Если собственные значения и СФ автомодельной задачи найдены, то распределение плотности в каждый момент времени задается формулами (9).

Из формул (9), (10) следует, что амплитуда автомодельного решения растет в режиме с обострением ($g(t) \rightarrow \infty$ при $t \rightarrow l$), а все точки структуры движутся к центру симметрии, так что область интенсивного роста сокращается со временем; и в момент обострения функция u обращается в бесконечность только в одной точке – центре симметрии.

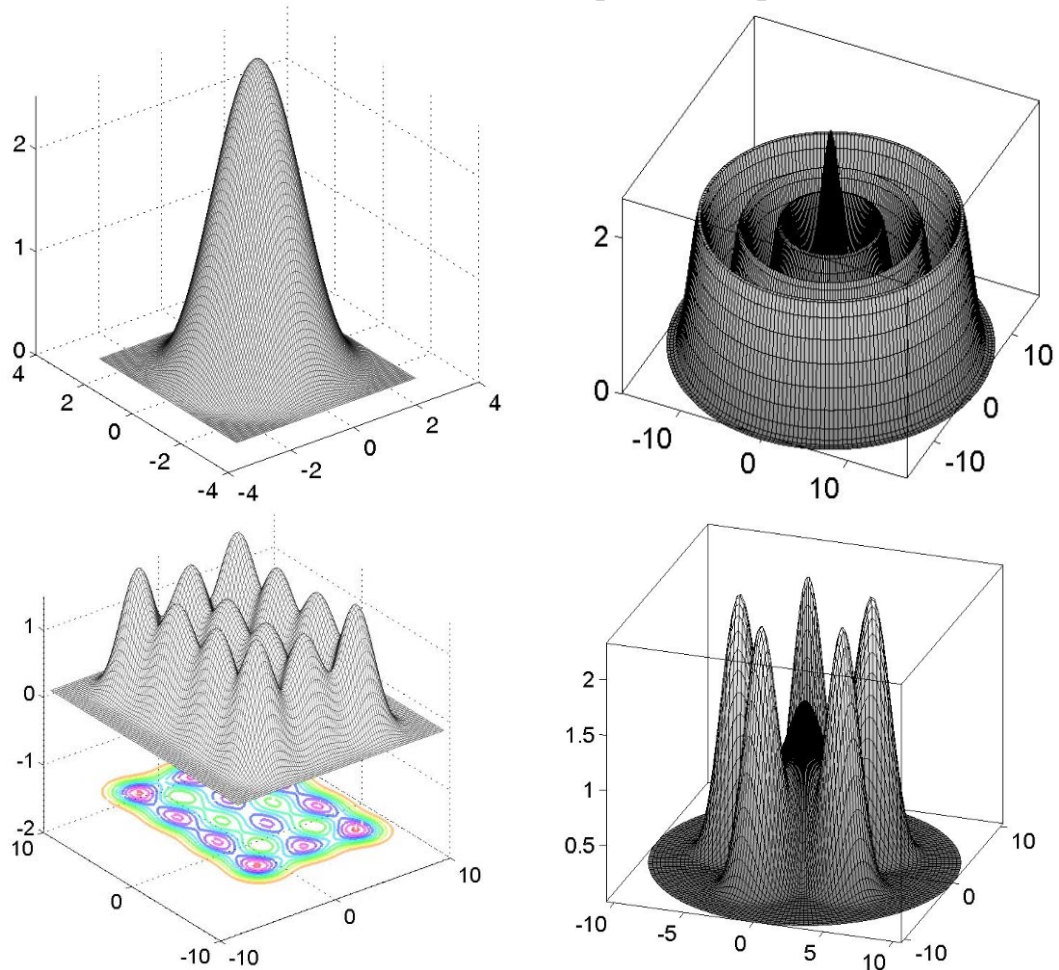


Рис. 1. Примеры структур на плоскости

Таким образом, *автомодельные решения описывают сходящиеся к центру волны, заканчивающиеся коллапсом в момент обострения*. Причем развитие процессов происходит самоподобно, и решение в момент времени t_j получается преобразованием подобия того же решения, взятого в момент t_i . Это свойство позволяет не рассматривать все значения $\tau > 0$, а выбрать

одно произвольное, и найти ему соответствующий спектр функций. Автомодельные решения в LS -режиме имеют предельное асимптотическое распределение:

$$u(r, \varphi, t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} C(\varphi) r^{-p}, \quad p = -2(\beta - \sigma - 1) \quad (12)$$

где $C(\varphi)$ – является константой для радиально-симметричных структур, и функцией угла для двумерных СФ. Чем ближе время к моменту обострения, тем ближе прижимается СФ к предельному асимптотическому распределению (12).

Все решения уравнения (4), развивающиеся в режиме с обострением, в том числе автомодельные, неустойчивы в смысле классического определения. Малому возмущению начальных данных соответствует малое изменение момента обострения, которое приводит к сколь угодно большому расхождению между исходным и возмущенным решением вблизи момента обострения. Однако, как показали исследования, автомодельные решения обладают структурной или метастабильной устойчивостью [24,25], то есть устойчивостью в смысле следования автомодельным законам развития (9) (10) и сохранения своей пространственной структуры. Они «притягивают» к себе все другие решения, каждое из которых стремится выйти на автомодельный режим развития.

Разные СФ обладают разной степенью устойчивости и разной областью притяжения. В целом можно утверждать, что любое решение, инициированное начальным возмущением, стремится выйти на автомодельный закон роста и развиваться в соответствии с той или иной СФ. Структурно устойчивой СФ с наиболее широкой областью притяжения является простая структура с одним максимумом. Другой устойчивой структурой, но с существенно меньшей областью притяжения, является радиально-симметричная структура в виде бублика с «дыркой» в центре. Все остальные СФ являются метастабильно устойчивыми структурами: они теряют свою пространственную структуру при приближении к моменту обострения; при этом процесс вырождается в рост одной, двух или более простых структур, следующих автомодельному закону и имеющих каждая свой момент обострения. Однако, в отличие от произвольных немонотонных профилей, сложные СФ достаточно долго, почти все время обострения, сохраняют свою пространственную структуру, следуя автомодельному закону. Развал сложных структур происходит из-за резкого сокращения пространственно-временных масштабов вблизи момента обострения, и усиления влияния мелких возмущений. Чем сложнее СФ, чем более сложную архитектуру она имеет, чем больше максимумов в себе объединяет, тем меньше время ее существования, тем быстрее она разваливается. Тем не менее, сложные метастабильные СФ играют большую роль в эволюции, они могут формироваться из простых структур и произвольных неавтомодельных профилей и определять развитие всей системы на достаточно длительном

отрезке времени, то есть они являются промежуточными асимптотиками развития.

Множество простых и сложных собственных функций, развивающихся с одним моментом обострения, образует сложную иерархическую *нелинейную организацию*, представляющую собой «структуру структур». Рассматривая эволюцию этой организации, мы будем интересоваться самым верхним уровнем этой системы, представляющим объединение всех структур (империй, государств) в единую Мир-Систему. Изучение истории показало [20], что Мир-Система на разных этапах эволюции человеческой цивилизации имела один центр, где происходило наиболее бурное развитие и концентрация населения. В настоящее время мы наблюдаем постепенный «закат» западной цивилизации и смещение центра Мир-Системы на Восток.

Итак, единую Мир-Систему будем рассматривать как *простую структуру с одним максимумом* (центром цивилизации в нашей интерпретации) и исследовать изменение ее амплитуды и полуширины со временем. Также будем следить за главной интегральной характеристикой Мир-Системы – общей численностью людей.

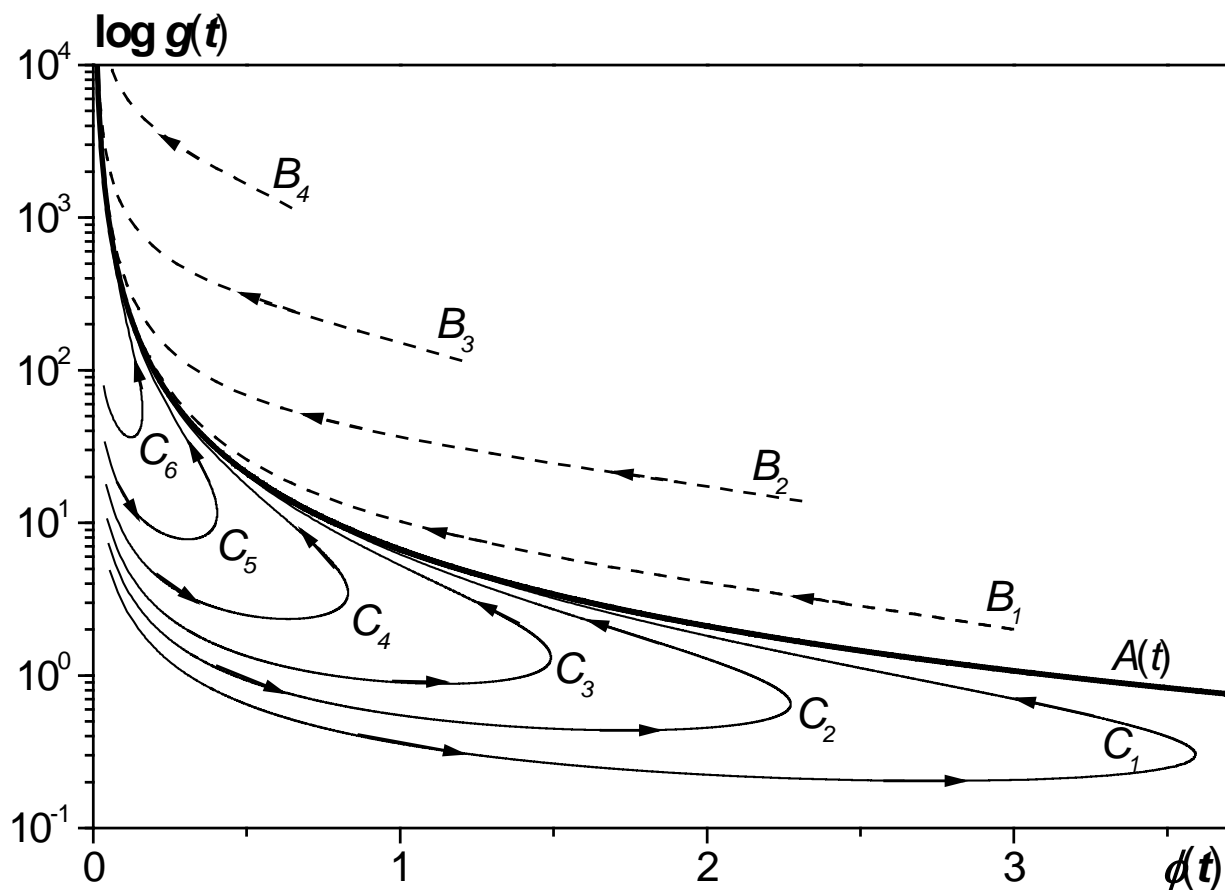


Рис.2. Выход различных начальных распределений на автомодельный режим. Формирование циклов.

Наглядное представление о возможных путях развития дает фазовая плоскость системы, где любое решение характеризуется всего двумя

числами (координатами): амплитудой $g(t)$ – значением функции $u(M, t)$ в максимуме и значением ее полуширины $\phi(t)$.

На Рис.2 показано, как происходит выход простых начальных распределений с одним максимумом на автомоделный режим – первую СФ [27]. Решения, соответствующие разным начальным данным, представляют собой траектории на фазовой плоскости $(\phi(t), g(t))$. Стрелки указывают направление движения точки вдоль траекторий с течением времени. Траектория, отвечающая автомоделному решению $A(t)$, изображена жирной линией; она описывает рост амплитуды и сокращение полуширины в соответствии с формулами (9), (10). Видно, что все траектории со временем приближаются к автомоделной траектории, то есть стремятся выйти на автомоделный закон развития.

Обратим внимание, что эволюция начальных распределений, взятых ниже автомоделной кривой (*подкритические возмущения*) включает в себя две стадии, то есть траектория, прежде чем выйти на автомоделный закон развития, описывает *цикл* (см. траектории C_i):

Стадия 1: сначала происходит «растекание» начального возмущения по пространству, которое сопровождается сначала уменьшением, а затем постепенным ростом амплитуды (см. нижние ветви траекторий C_i). Завершением первой стадии можно считать точку поворота траектории на фазовой плоскости: растекание останавливается, и распределение локализуется в некоторой области. При этом, как видно из рисунка, чем меньше амплитуда начального распределения, тем шире область растекания. Это стадия медленного развития; здесь преобладают диффузионные и центробежные процессы. На этой стадии может произойти формирование новых сложных структур из фрагментов ранее «развалившихся» структур или немонокотонных начальных распределений, а также объединение простых структур в сложную [27,28].

Стадия 2: это стадия быстрого роста; здесь происходит выход решения на автомоделный режим, для которого характерен опережающий рост амплитуды в центре распределения и сокращение полуширины (см. верхние ветви траекторий C_i). На этой стадии преобладают кумулятивные и центростремительные процессы, периферия все больше «отстает» от центра. На фоне взрывного роста происходит накопление ошибок, что ведет к усилению неустойчивости. В конце концов, рост возмущений приводит к разрушению сложных структур.

Если же амплитуда и полуширина начального распределения таковы, что точка находится выше автомоделной траектории (*сверхкритическое возмущение*), то развитие происходит по закону, близкому к автомоделному: полуширина сокращается, а амплитуда растет, и решение медленно приближается к автомоделной кривой (см. траектории B_i).

Выбор параметров модели Мир-Системы.

1. Параметры σ и β .

В работе [12] были выбраны значения параметров для моделирования эволюции Мир-Системы с помощью уравнения (4). Было показано, что параметры σ и β должны удовлетворять соотношениям (6). Поясним этот выбор для рассматриваемого одномерного случая.

Как уже было сказано, для описания наблюдаемой динамики развития человеческого общества наиболее адекватным представляется случай LS-режима, соответствующий $\beta > \sigma + 1$. Именно в случае LS-режима эволюция любого подкритического начального возмущения (см., например, [27]) включает в себя как стадию «растекания» профиля по пространству, так и стадию постепенного роста плотности в уменьшающейся со временем области пространства, которая переходит в стадию взрывного роста. Эволюция системы по такому сценарию имеет в данном случае важную смысловую нагрузку: описанные стадии соответствуют процессам расселения людей по планете, распространения информации и пр., и, наоборот, интеграционным процессам в обществе, быстрому прогрессу в местах высокой концентрации людей. Таким образом, первым условием является

$$\text{а) } \beta > \sigma + 1$$

Кроме того, будем исходить из того, что интеграл по пространству от решения (5), имеющий смысл общей численности населения, должен расходиться при $t \rightarrow \tau$ и расти по гиперболическому закону (2). Учтем, что решение на развитой стадии описывается автомодельным решением (9), (10), где $g(t)$ имеет смысл амплитуды, а $\varphi(t)$ - полуширины функции распределения. Отсюда, учитывая, что интеграл $N(r,t) \approx g(t)\varphi(t)$, получим соотношения для параметров:

$$\text{б) } \sigma + 1 < \beta < \sigma + 3, \\ 3\beta = \sigma + 5.$$

В результате имеем следующие ограничения на область изменения параметров σ и β :

$$0 < \sigma < 1, \quad \beta = \frac{\sigma + 5}{3} \tag{13}$$

В работе [12] для моделирования Мир-Системы в качестве оптимальных параметров было предложено использовать значения

$$\sigma \sim 0.1, \quad \beta = 1.7. \tag{14}$$

Проведенные нами расчеты показали, что наилучшее соответствие указанным требованиям дает другая пара σ и β (см. ниже).

2. Параметры χ_0 и q_0 .

Рассмотрим теперь вопрос о выборе значений параметров χ_0 и q_0 . Как следует из анализа исходного уравнения (4), изменение коэффициентов

$(\chi_0, q_0) \rightarrow (\tilde{\chi}_0, \tilde{q}_0)$ эквивалентно преобразованию масштабов времени и пространственной переменной:

$$\tilde{r} = \sqrt{\frac{q_0}{\tilde{q}_0} * \frac{\tilde{\chi}_0}{\chi_0}} r, \quad \tilde{t} = \frac{q_0}{\tilde{q}_0} t. \quad (15)$$

Таким образом, эти параметры определяют пространственно-временные масштабы Мир-Системы.

Учитывая размеры земного шара и время существования человечества с момента зарождения, в работе [12] были подобраны следующие значения параметров:

$$\chi_0 \sim 10^4, \quad q_0 \sim 10^{-6} \quad (16)$$

которые не менялись на протяжении всей эволюции.

В данной работе мы будем исходить из несколько других соображений. Значение коэффициента q_0 будем также выбирать, исходя из времени существования человечества, и считать неизменным. В свою очередь, значение χ_0 будем скачкообразно изменять в ходе решения для получения циклического характера эволюции системы. Заметим, этот выбор носит условный характер. В работе [27] подробно описано, к каким изменениям в динамике системы приводит изменение каждого из рассматриваемых коэффициентов. Так, для получения циклов необходимо или определенным образом увеличивать коэффициент диффузии χ_0 , или уменьшать значение q_0 . Однако в нашем случае имеет смысл именно увеличение со временем коэффициента диффузии, которое мы трактуем как ускорение обменных, коммуникативных и миграционных процессов в Мир-Системе в ходе развития.

Предположение о том, что циклы развития в рассматриваемой модели связаны с изменением констант χ_0 и q_0 , было ранее высказано С.П.Курдюмовым. В работах [12]-[14] показано, что скачкообразное изменение значений χ_0 и q_0 теоретически эквивалентно «перескоку» системы на фазовой плоскости с одной траектории на другую, в результате чего может произойти переход на начало нового цикла. Однако расчетов с изменяющимися параметрами χ_0 и q_0 в этих работах не проводилось.

Кратко остановимся на том, к чему приводит увеличение параметра χ_0 в ходе решения. Для наглядной демонстрации рассмотрим фазовую плоскость системы с координатами $(\varphi(t), g(t))$, где $\varphi(t)$ – это полуширина получаемого решения, а $g(t)$ – его амплитуда. На Рис.3 изображены траектории, обозначенные C_1 и C_2 , отвечающие решениям системы при двух фиксированных значениях χ_0 и $\tilde{\chi}_0$ соответственно ($\tilde{\chi}_0 > \chi_0$). Здесь же приведены траектории A_1 и A_2 соответствующие автомодельным решениям уравнения для тех же значений χ_0 и $\tilde{\chi}_0$. Автомодельные кривые, как нетрудно вывести из формул (9), (10), описываются функцией вида

$g = a\phi^{-2/(\beta-\sigma-1)}$, где константа a определяется параметрами системы χ_0 и q_0 .

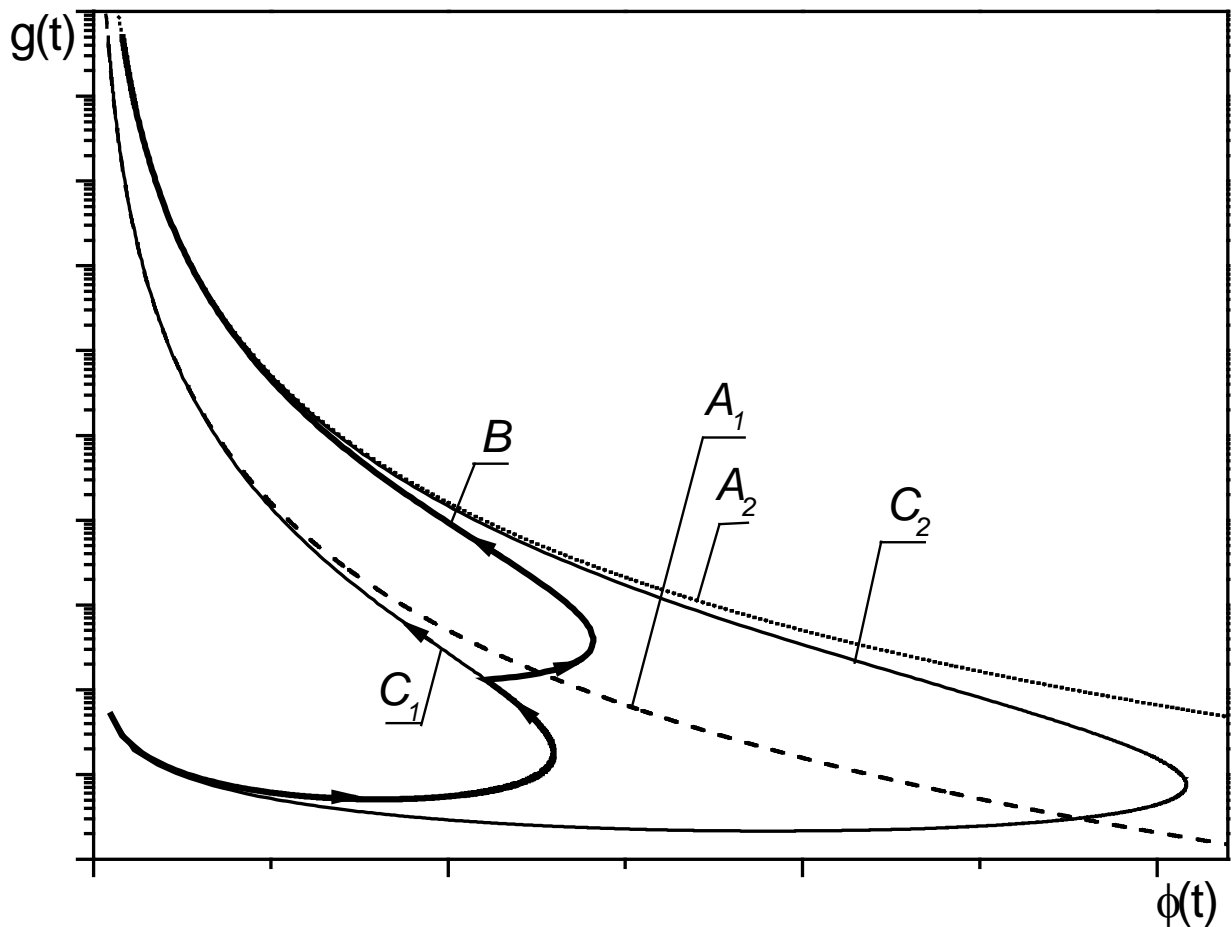


Рис. 3. Выход решения на автомодельный режим при скачкообразном изменении параметра χ_0 .

При неизменных значениях параметров можно получить только один цикл, включающий в себя стадию растекания решения и стадию быстрого роста и выхода на автомодельный режим (см. выше). Пусть система находится на стадии быстрого роста амплитуды и сокращения полуширины профиля (верхняя ветвь траектории C_1); тогда резкое увеличение параметра χ_0 до значения $\tilde{\chi}_0$ может вновь «переключить» систему на стадию растекания профиля по пространству (нижняя ветвь траектории B), то есть началу нового цикла, поскольку для новых значений параметров соотношение амплитуды и полуширины становится подкритическим. Спустя некоторое время стадия растекания заканчивается, и решение локализуется в области с новым характерным размером. Затем опять начинается стадия быстрого роста решения в сокращающейся области (верхняя ветвь траектории B); система стремится выйти на автомодельный режим, соответствующий новому значению параметра $\tilde{\chi}_0$.

Ниже именно этот сценарий будет использоваться для моделирования смены исторических эпох в процессе эволюции, поскольку, по нашему мнению, он адекватно отражает наблюдаемые стадии развития человеческого общества.

Теперь исследуем, как при скачкообразном увеличении параметра изменении параметра χ_0 ведет себя общий интеграл $N(t)$, описывающий численность человечества.

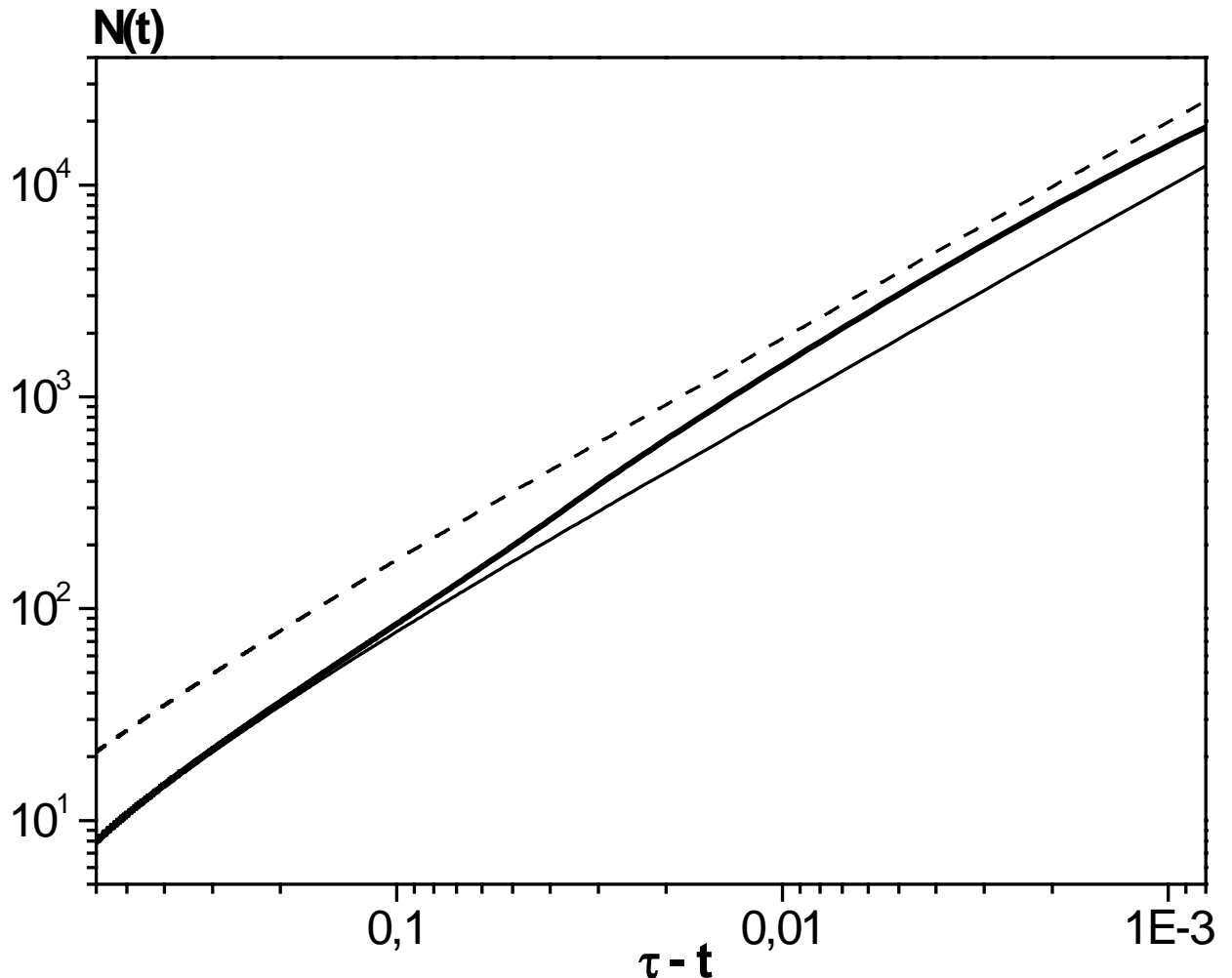


Рис.4. Интеграл системы в двойном логарифмическом масштабе для значений двух значений χ_0 (тонкая и пунктирная линии) и при скачкообразном изменении χ_0 (жирная линия).

Расчеты показали, что, несмотря на переход решения при изменении параметра к стадии растекания, а затем снова к стадии быстрого роста, интеграл $N(t)$ не претерпевает изломов и остается гладкой монотонно растущей функцией. На Рис.4 показаны графики роста интеграла $N(t)$ в двойном логарифмическом масштабе для значений χ_0 , $\tilde{\chi}_0$ (тонкая и пунктирная линии, соответственно) и при скачкообразном изменении χ_0 (жирная линия). Видно, что интегральные кривые для случаев χ_0 , $\tilde{\chi}_0$ имеют почти один и тот же наклон и только параллельно сдвинуты друг

относительно друга. В случае, когда значение параметра изменяется в ходе решения, кривая остается гладкой, однако ее наклон отличается от предыдущих случаев, и только вблизи момента обострения становится таким же. Такое поведение общей численности объясняет устойчивость и монотонность гиперболического роста, несмотря на наличие циклов.

Моделирование исторических циклов

Итак, рассчитывалась краевая задача для уравнения (5) на отрезке. Отрезок брался достаточно большой по сравнению с размером области локализации для рассматриваемой области изменения параметров и начальных распределений.

Значения параметров σ и β выбирались в соответствии с соотношениями (11). Коэффициент q_0 фиксировался.

Таблица 2

	χ_0
1.	3.86208
2.	5.79312
3.	10.29888
4.	15.44832
5.	24.88896
6.	37.97712
7.	54.06912
8.	70.80480
9.	84.96576
10.	88.82784
11.	90.75888
12.	94.83552

Как было сказано выше, переход к следующему витку эволюции моделировался с помощью скачкообразного увеличения коэффициента χ_0 . С точки зрения глобальной демографии это можно интерпретировать как усиление обменных процессов в обществе, в том числе скорости миграции людей, обмена информацией, технологическими и культурными достижениями, и т.д. Параметры подбирались так, чтобы длительность эпох и общая численность людей совпадали с данными, приведенными в Таблице 1.

В результате были подобраны следующие значения параметров:

$$\sigma = 0.4, \beta = 1.8;$$

$$q_0 = 2.3484 \times 10^{-10}.$$

Значения коэффициента χ_0 приведены в Таблице 2. Как видно из таблицы, значение χ_0 изменяется в течение всей эволюции меньше чем на 2 порядка.

Заметим, что подобранные значения параметров существенно отличаются от значений (14),(16), предложенных ранее в работе [] и полученных без учета наличия циклов.

Кроме того, отметим, что подобранные значения основных системных параметров σ и β соответствуют наличию единственной устойчивой собственной функции автомодельной задачи, представляющей собой простую структуру с одним максимумом [24]. В нашей интерпретации это означает, что Мир-Система имеет единственный «центр цивилизации». Однако сколь угодно малое изменение параметров может привести к появлению второй СФ с двумя максимумами, поскольку выбранные значения

лежат на границе диапазонов существования одной и двух СФ. Это также укладывается в рамки представлений об эволюции человечества в «двухполюсном» мире, имеющем центры развития, которые можно условно обозначить как Восток и Запад.

Сценарий эволюции

Циклический ход эволюции системы наиболее наглядно представлен на Рис. 5. На нем отображена траектория решения на фазовой плоскости ($\varphi(t)$, $N(t)$), где $\varphi(t)$ – это полуширина получаемого профиля, а $N(t)$ – интеграл от решения по пространству, имеющий смысл общей численности населения. Каждое последующее увеличение χ_0 приводит к тому, что структура, находящаяся на этапе роста амплитуды и сокращения полуширины, опять начинает «растекаться» по пространству; затем фронт достигает нового размера области локализации, и начинается стадия быстрого роста амплитуды и сокращения области роста; на фазовой плоскости формируется новый виток траектории. Таким образом, в ходе последовательного увеличения χ_0 несколько раз происходит чередование стадий растекания и, наоборот, сокращения структуры, характеризующегося быстрым ростом амплитуды и интеграла.

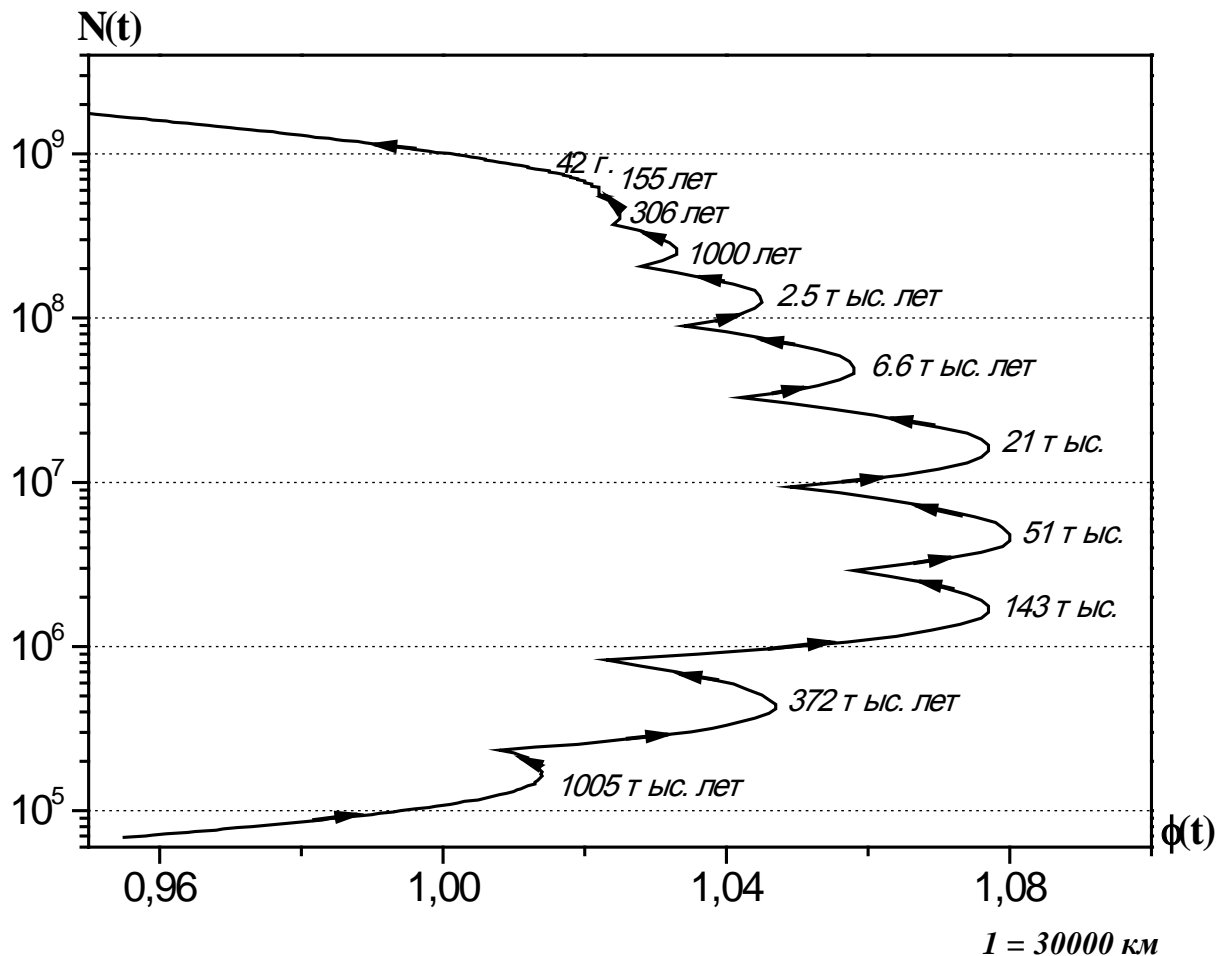


Рис.5. Глобальные исторические циклы на фазовой плоскости. $N(t)$ – общая численность населения, $\varphi(t)$ – полуширина пространственного распределения.

С точки зрения глобальной демографии этот сценарий развития можно проинтерпретировать следующим образом. Увеличение параметра χ_0 соответствует качественному скачку в характере и скорости обменных процессов в человеческом сообществе. Это приводит к тому, что в динамике глобальной демографической системы начинает превалировать тенденция к миграции, дальнейшему расселению людей, распространению технологических достижений, информации и т.д. Этот этап отвечает стадии «растекания» профиля системы по пространству, то есть на фазовой плоскости происходит движение по нижней ветви соответствующего витка траектории. Затем на смену этой стадии приходит следующая: постепенно начинает проявляться стремление к централизации, к «конденсации» людей в местах наибольшей концентрации населения, где, в свою очередь, происходит самое интенсивное технологическое и культурное развитие. На фазовой плоскости при этом происходит поворот траектории и движение в сторону уменьшения полуширины, то есть по верхней ветви витка.

Продолжительность каждого витка траектории согласуется с длительностью основных исторических эпох (см. Таблицу 1). Как видно из рисунка, интеграл $N(t)$ достигает значений 10^k в рамках указанных в таблице эпох.

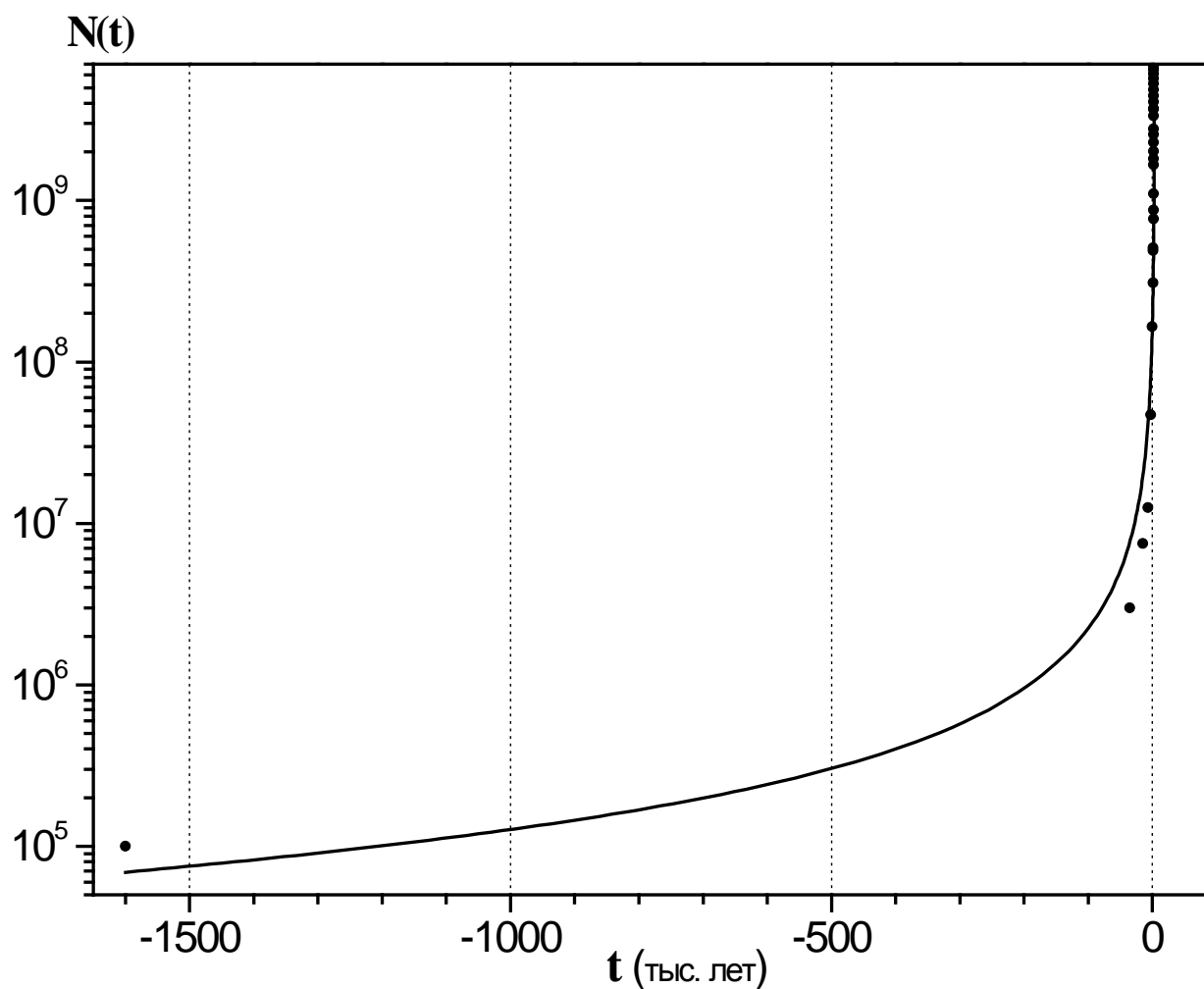


Рис.6. Рост общей численности населения: сплошная линия – расчетная кривая, точки – демографические данные.

На Рис.6 показан рост общего интеграла $N(t)$. Точками обозначены демографические данные для населения Земли в разные моменты времени [11]. Видно, что расчетная кривая вполне соответствует количественным показателям.

Посмотрим на фазовый портрет (см. Рис.5) с более глобальной точки зрения. Как видно из рисунка, он имеет иерархическую структуру. Все исторические циклы ложатся на глобальный цикл: сначала происходит смещение петель вправо, то есть идет глобальное растекание, затем, в районе Неолита, растекание завершается и начинается рост интеграла, сопровождающийся уменьшением полуширины. Проинтерпретируем это следующим образом.

Как известно, в истории человечества выделяют четыре основных этапа расселения людей [29]: пионерский, экстенсивный, интенсивный и постинтенсивный. *Пионерское* расселение первобытного человека характерно для эпохи доклассового общества – эпохи «охотников и собирателей», когда человек был органичной частью экосистемы и потреблял, по существу, только то, что было произведено в природе без его участия. Расселение людей, соответственно, было вызвано элементарным истощением природных ресурсов в данной местности. Численность популяции людей на этом этапе определялась внешними условиями, повлиять на которые они были не в состоянии. Этим обусловлена относительная стабильность численности населения Земли на протяжении всего каменного века до эпохи неолита. В модели заселение человеком Земли соответствует глобальному растеканию начального возмущения, которое происходит за счет сильного преобладания диффузионных процессов над процессами роста, и охватывает несколько самых длинных эпох.

Поворотным событием в истории человечества становится так называемая «неолитическая революция», когда древний человек из охотника и собирателя превращается в скотовода и земледельца и начинает вести более оседлый образ жизни. Этот период развития режима с обострением в модели охватывает несколько эпох в истории человечества, от неолита до эпохи средних веков, до появления капиталистического общества, и описывает процессы формирования структур (княжеств, городов, государств, империй и т.д.) на разных пространственных масштабах. На этом этапе начинают возникать устойчивые системные взаимосвязи и формируются иерархические уровни. В модели наступление *экстенсивного* периода расселения соответствует постепенному глобальному сокращению полуширины области распределения и опережающему росту плотности в центральной части структуры.

Интенсивный период расселения – это последний, завершающий этап эволюции человечества вплоть до демографического перехода. Характерные размеры структур расселения уменьшаются, а скорость развития увеличивается. Развитая стадия режима с обострением сопровождается быстрым сокращением пространственных и временных масштабов и сильной неустойчивостью. Усиливается неравномерность пространственного

распределения, происходит все большее скопление людей в городах. Сокращение масштабов приводит к быстрому росту малых возмущений; в результате сложные структуры распадаются. Отдельные части (республики, регионы, национальные образования и т.д.) распавшейся сложной структуры начинают развиваться самостоятельно или включаются как составная часть в другую близлежащую структуру. В модели происходит все большее сжатие циклов и по времени, и по пространству, они практически сливаются в ходе общего взрывного роста.

По мере приближения к моменту обострения развитие мировой системы становится все более неустойчивым и сопровождается целым рядом негативных процессов, ведущих к разрушению целостности системы. Одновременно внутри системы вырабатываются силы, препятствующие ее саморазрушению и стремящиеся перевести ее в качественно другое состояние. В настоящее время происходит бифуркация смены режимов цивилизационного развития, или *демографический переход*.

Устойчивость гиперболического роста

Обратим внимание на следующий факт. Демографические данные говорят о том, что, несмотря на многочисленные внешние и внутренние воздействия – стихийные бедствия, войны, пандемии, и т.д. – человечество на протяжении всей истории своего существования демонстрировало устойчивый гиперболический рост [11]. Процессы расселения людей по планете, а затем их постоянной миграции в ходе социальной эволюции, смены исторических эпох, сопровождающиеся перераспределением народонаселения, не изменяли глобального закона роста общей численности населения. С точки зрения моделирования это означает, что, несмотря на циклическую эволюцию системы, ее общий интеграл должен неизменно расти по гиперболическому закону. Предложенная модель циклического развития полностью удовлетворяет данному свойству. Как видно из Рис.6, интеграл возрастает в режиме с обострением, не претерпевая никаких переломов.

Гиперболический рост интеграла также хорошо виден на Рис.7 (жирная линия): в логарифмической шкале времени он представляет собой прямую. Отметим, что при фиксированных значениях параметров наклон этой прямой определялся бы значениями σ и β . На Рис.7 приведены примеры расчетов при фиксированном значении χ_0 для двух разных пар σ и β . Пунктирная линия соответствует значениям $\sigma = 0.22$, $\beta = 1.74$, мелкий пунктир – значениям $\sigma = 0.7$, $\beta = 1.9$. Однако динамическое увеличение коэффициента диффузии χ_0 приводит к изменению наклона графика. Поэтому даже подбор основных системных параметров σ и β требовал серий расчетов «циклической» задачи, для достижения количественного соответствия роста интеграла с демографическими данными.

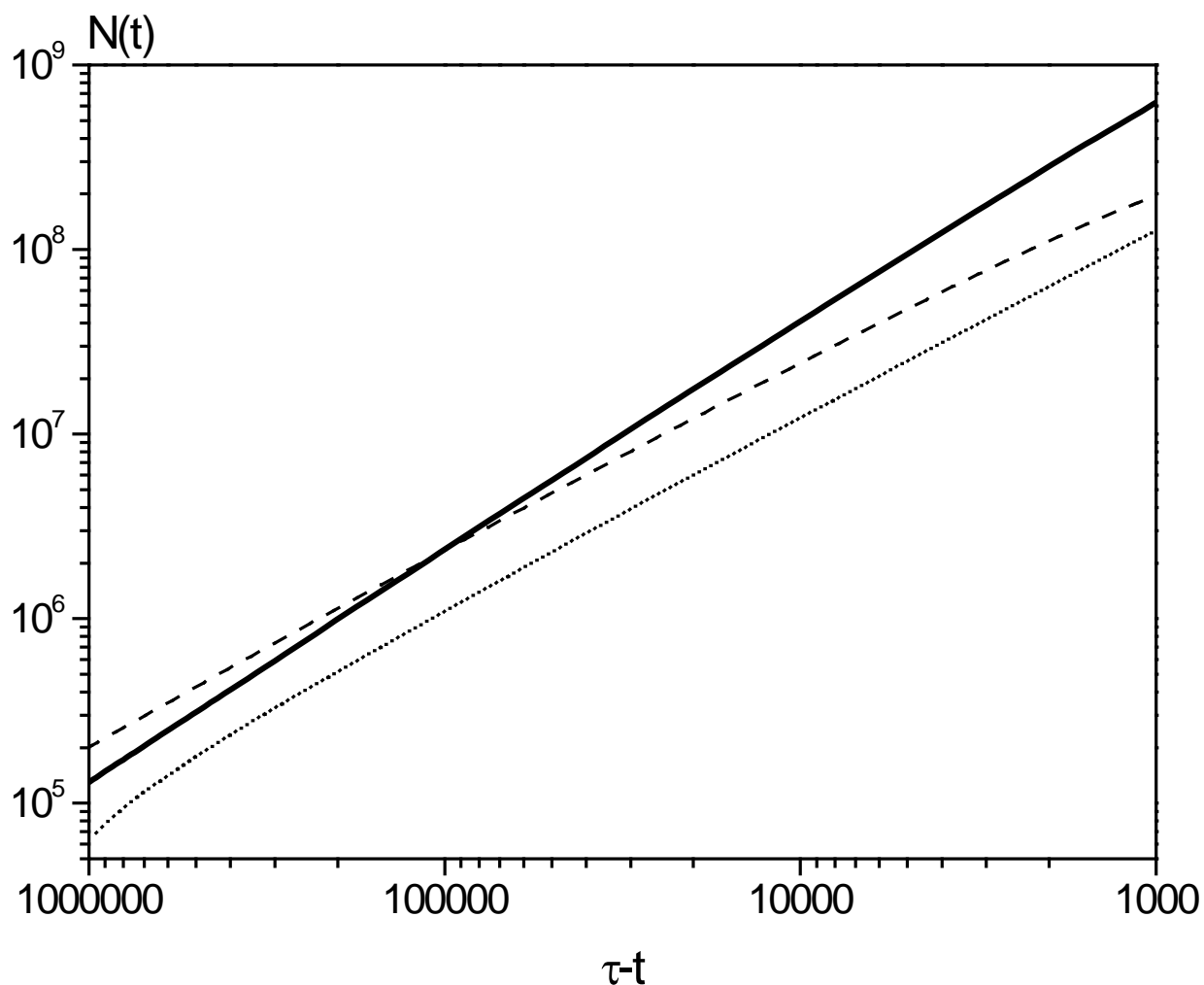


Рис.7. Рост общего интеграла в двойном логарифмическом масштабе системы при наличии циклов.

Сингулярность Дьяконова

Ускорение исторического времени, сокращение длительности исторических эпох – факт, хорошо известный историкам и философам [30]. На существование сокращающихся по закону прогрессии периодов исторического развития впервые указывает историк И.М. Дьяконов в своей книге «Пути истории». Он вводит 8 фаз исторического развития и замечает, что их длительность сокращается по определенному закону, имеющему точку сгущения. Таким образом, сингулярность Дьяконова выступает как предельная точка сокращающихся по закону прогрессии исторических циклов. По его расчетам это 2022г. В модели, построенной С.П.Капицей, также появляется дата, близкая к этой – это 2025г., точка обострения гиперболического закона роста населения Земли [11]. Периодизация, приведенная в Таблице1, является более точной, и позволяет установить связь между общей численностью населения и сменой исторических эпох. Как видно из Таблицы 1, смена эпох происходила, когда численность населения примерно утраивалась, и при этом длительность исторических эпох сокращалась также примерно в три раза. Если рассмотреть продолжительность основных эпох как последовательность временных

интервалов, мы также получим зависимость типа геометрической прогрессии, со знаменателем, близким к 3.

Посмотрим теперь, как соотносятся между собой длительности исторических циклов в предложенной распределенной модели. Поскольку при подборе параметров авторы опирались на периодизацию С.П.Капицы (см. Табл.1), полученные циклы также связаны между собой прогрессией со знаменателем около 3. Это наглядно видно на Рис.8, на котором изображен рост интеграла в логарифмической шкале времени. Точками на графике обозначены те моменты, которые соответствуют началу нового витка фазовой траектории, то есть нового исторического цикла. Видно, что все исторические циклы вплоть до начала демографического перехода имеют в этой шкале одинаковую длительность. Расчеты показывают, что точкой сгущения в нашем случае является 2026 - 2027г., что отвечает приведенным выше результатам других исследований.

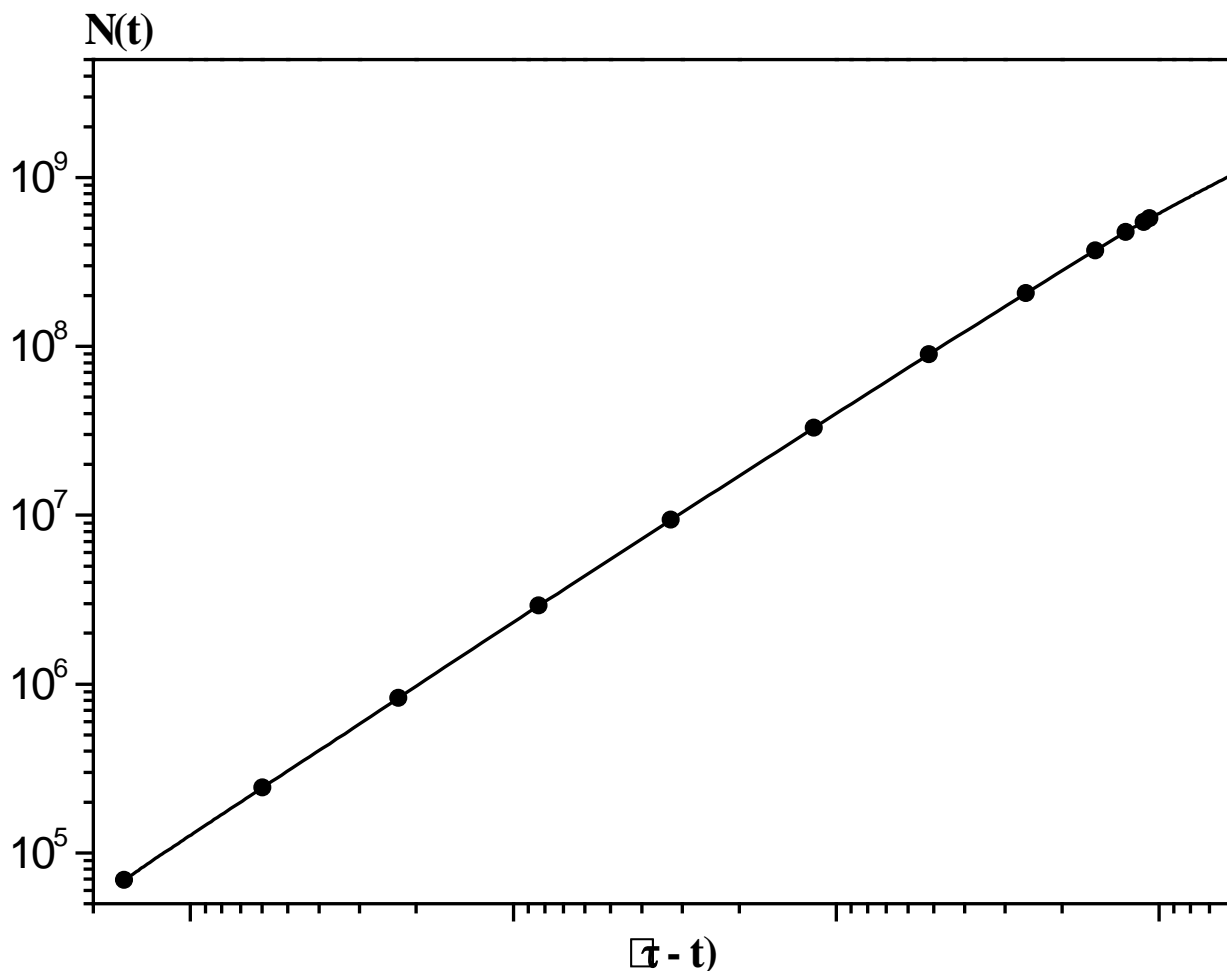


Рис. 8. Рост интеграла $N(t)$ в двойной логарифмической шкале. Точками обозначены моменты, соответствующие началу каждого следующего цикла.

Заключение

В работе рассмотрена модель глобальной демографической системы, основанная на нелинейном уравнении теплопроводности с объемным

источником тепла и нелинейным коэффициентом теплопроводности. Модель учитывает как диффузионные процессы (миграцию населения, распространение информации, технологий и т.п.), так и кумулятивные процессы (умножение информации и рост плотности населения).

Предложен способ описания *циклического* характера эволюции человечества. Параметры модели подобраны так, чтобы 1) имел место устойчивый гиперболический рост общей численности населения, количественно соответствующий демографическим данным; 2) динамическое развитие системы имело циклический характер, что, в соответствии с предложенной интерпретацией, отражает чередование разных стадий эволюции человечества и смену основных исторических эпох.

Список литературы

1. *Пригожин И., Гленсдорф П.* Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций. М.: УРСС, 2008;
2. *Пригожин И., Николис Г.* Познание сложного. Введение. М.: УРСС, 2008.
3. *Хакен Г.* Синергетика. М.: Мир, 1981;
4. *Князева Е.Н., Курдюмов С.П.* Основания синергетики. Режимы с обострением, самоорганизация, темпомиры. СПб.: Алетейя, 2002.
5. *Князева Е.Н., Курдюмов С.П.* Синергетика: нелинейность времени ландшафты коэволюции. М.: КомКнига, 2007
6. См. серию «Синергетика от прошлого к будущему» под редакцией Г.Г. Малинецкого. М.: УРСС.
7. *А.С. Малков, А.В. Кортаев, Д.А. Халтурина* Математическая модель роста населения Земли, экономики, технологии и образования // Новое в синергетике: Новая реальность, новые проблемы, новое поколение. Часть I. М., Радиотехника, 2006.
8. *Капица С.П., С.П. Курдюмов, Г.Г. Малинецкий* Синергетика и прогнозы будущего. 2-2 изд. – М.: Эдиториал УРСС, 2001.
9. *Капица С.П.* Общая теория роста человечества: сколько людей жило, живет и будет жить на Земле. Опыт теории человечества. // М.: Международная программа образования, 1999.
10. *Foerster H. von, Mora P., Amiot L.* Doomsday: Friday, 13 November, A.D. 2026 // Science 132, 1960, PP.1291-1295.
11. *Капица С.П.* Очерки теории роста человечества. Демографическая революция и информационное общество. М.: ЗАО ММВБ, 2008.
12. *В.А. Белавин, С.П. Капица, С.П. Курдюмов* Математическая модель демографических процессов с учетом пространственного распределения // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 1998. Т.38. №6. – С.885-902.
13. *В.А. Белавин, С.П. Курдюмов.* Режимы с обострением в демографической системе. Сценарий усиления нелинейности. // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2000. Т.40. №2. – С.238-251.

14. *В.А. Белавин, Е.Н. Князева, Е.С. Куркина* «Математическое моделирование глобальной динамики мирового сообщества» // *Нелинейность в современном естествознании*. Под ред. Г.Г. Малинецкого и В.П. Маслова. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009, С. 384-408.
15. *Е.Н. Князева, Е.С. Куркина* «Пути истории и образы будущего человечества: синергетика глобальных процессов в истории» // *Журнал Философия и Культура*, № 10, 11. 2009.
16. *Князева Е.Н., Куркина Е.С.* Глобальная динамика мирового сообщества // *Историческая психология и социология истории*. 2009. № 1. С.129-153.
17. *Коротаев А.В., Малков А.С., Халтурина Д.А.* Законы истории. Математическое моделирование исторических макропроцессов. Демография, экономика, войны. М.: КомКнига, 2005.
18. *Шумпетер Й.* Теория экономического развития. // М.: Прогресс, 1982г., 454 с.
19. *Родоман Б.Б.* Территориальные ареалы и сети. Смоленск: Ойкумена, 1999г.
20. *Гринин Л.Е., Коротаев А.В.* Социальная макроэволюция: генезис и трансформации Мир-Системы // *Либроком, URSS*, 2009, 568 с.
21. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. – М.: Наука, ФИЗМАТЛИТ, 1983.
22. *Режимы с обострением: эволюция идеи / Под ред. Г.Г. Малинецкого.* – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 312 с.
23. *Самарский А.А., Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П.* Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений // М.: Наука, 1987. 480 с.
24. *Курдюмов С.П., Куркина Е.С.* «Спектр собственных функций автомодельной задачи для нелинейного уравнения теплопроводности с источником» // *ЖВМиМФ*, 2004 г. Т. 44. № 9. С. 1619-1637.
25. *Еленин Г. Г., Курдюмов С. П., Самарский А.А.* Нестационарные диссипативные структуры в нелинейной теплопроводной среде // *Жур. вычислит. Матем. и матем. Физ.* 1983, т. 23, № 2, с. 380-390.
26. *Курдюмов С. П., Куркина Е. С., А.Б. Потапов, А.А. Самарский* Сложные многомерные структуры горения нелинейной среды. // *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.* 1986. Т. 26. № 8. С. 1189-1205.
27. *Е.Д. Куретова, Е.С. Куркина.* Режимы с обострением в задаче для нелинейного уравнения теплопроводности на отрезке малой длины. // *Прикладная математика и информатика №29*, М.: Изд-во факультета ВМК МГУ, 2008, с. 37-61.
28. *Куркина Е.С., Никольский И.М.* Устойчивость и локализация неограниченных решений нелинейного уравнения теплопроводности на плоскости // *Прикладная математика и информатика №31*, М.: Изд-во факультета ВМК МГУ, 2009, с. 14-37.
29. *Важенин А.А.* Эволюция пространственных структур расселения: смена закономерностей // *Изв. РАН. Сер. Геогр.* 2006, № 3. С. 29-38.

30. *И.М.Савельева, А.В.Поляев*. История и время. В поисках утраченного.// М.:Языки русской культуры, 1997г.
31. *Cohen J*. How many People can the World Support? - «Norton», New York, 1995
32. *Г.Хакен*. Самоорганизующееся общество. //Будущее России в зеркале синергетики. - М.: КомКнига/ URSS, 2006.

АННОТАЦИЯ

УДК 517.946:536.24

Е.Д. Куретова, Е.С. Куркина. Математическая модель глобальной демографической системы // Прикладная математика и информатика № 32, М.: Изд-во факультета ВМК МГУ, 2009, С. 67-96.

В работе исследуется распределенная модель глобальной эволюции человеческого сообщества С.П. Курдюмова. В основе модели лежит одномерное квазилинейное уравнение теплопроводности с объемным источником тепла и нелинейным коэффициентом теплопроводности.

С помощью рассматриваемой модели проводится описание циклических процессов, имеющих место на протяжении всего времени развития человечества, и происходящих на фоне общего роста численности населения в режиме с обострением. Параметры модели подобраны таким образом, чтобы удовлетворить следующим требованиям: интеграл по пространству, имеющий смысл общей численности населения, должен расти по гиперболическому закону; эволюция системы должна включать в себя 11 этапов, соответствующих основным историческим эпохам по общепринятой классификации, и соответствовать реальным количественным показателям.

Ил.: 8, Библиогр.: 32 назв.

Ключевые слова: нелинейное уравнение теплопроводности, режимы с обострением, циклы развития.