Основной безразмерный параметр, определяющий возможность возникновения вихре - волнового и структурного резонанса при движении тел в сплошной среде.

Проф. Басин М. А.

Санкт-Петербургский союз учёных .
Научно-исследовательский центр «Синергетика».
Россия. 199034. г. Санкт – Петербург.
Университетская наб. д. 5. оф. 300.
Тел.: (812) 328-41-24. Факс: (812) 328-41-24.
E-mail: basin@soft-tronik.spb.ru

Работа выполнена при поддержке Российских Фондов:
РФФИ (гранты №№95-01-1582а, 96-06-80418а, 00-06-80077а);
РГНФ(гранты №№00-03-36003а/Б, 03-03-00247а/Б, 07-03-90309 а/Б).

Чернеющие воды, налетая
На затонувший камень, разбивались
И вспять бежали белою волной.
Так белая на чёрных мчалась вечно,
Не наступая и не отступая…

Волна та отражается от камня
С тех пор, как реки по земле текут.
Мы все перечим. Белою волной
Ручей течёт наперекор себе.

Вот это устремленье вспять, к истоку,
Наперекор теченью, что несёт нас,
Есть дань теченья своему истоку.

Стихотворение «Ручей, текущий к западу» Роберт Фрост (Перевод А. Сергеева из книги: Роберт Фрост. Из девяти книг. – М.: ИЛ. 1963)

«Двадцать лет спустя весь предмет может казаться настолько очевидным и настолько ясным, что удивляются, почему овладение происходило так долго и столько труда потребовалось для понимания чего – то, что теперь можно объяснить на нескольких страницах».

О.Филлипс. Взаимодействие волн - эволюция идеи. Стр.297-314 Современная гидродинамика. Успехи и проблемы. М.: Мир 1984.

«Множество фактов, относящихся к размерам животных ещё не нашли рационального объяснения.»

К. Шмидт – Ниельсен. Размеры животных. Почему они так важны? М.: Мир.1987 С.8

Во второй половине XX века рядом учёных было открыто и широко исследовано нелинейное резонансное взаимодействие между поверхностными и внутренними гравитационными волнами в стратифицированной жидкости или газе [1]. Более двадцати лет тому назад автор высказал гипотезу о возможности возникновения подобных резонансных явлений также при взаимодействии между основным потоком, возникающим при движении тел в неоднородной среде, и диспергирующими внутренними волнами, а также другими типами волновых и вихревых движений [2, 3].

Для обоснования предложенной гипотезы была создана единая классификация волновых движений, вихрей, грибовидных (дипольных) структур и транспортно - информационных систем, основанная на их волновой природе [4], что позволило определить необходимые условия резонанса нового типа, названного вихре – волновым и структурным резонансом. Решён ряд модельных задач взаимодействия тела с вихрями и волнами в резонансном режиме, проведены экспериментальные исследования, подтвердившие существование аномальных явлений, возникающих при резонансном взаимодействии движущихся тел с окружающей средой. Результаты этих исследований были опубликованы в ряде статей и монографий [2-38]. В настоящее

время разрабатываются математические модели, позволяющие определить общие условия возникновения вихре - волнового и структурного резонанса при движении твёрдых тел и деформируемых объектов в сплошной среде.

Их анализ позволил создать классификацию резонансов подобного типа, включающую:

1. резонансное возбуждение движущимся и (или) колеблющимся телом или системой особенностей определённой волновой картины, включающей лишь один набор волн из возможного спектра волн в окружающей сплошной среде - резонанс по скорости и частоте;
2. структурно-волновой резонанс по скорости и размерам, когда размеры тела соизмеримы с размерами присоединённой волновой системы;
3. вихре - волновой резонанс, по скорости, размерам тела и параметрам вихревых структур, формируемых около движущегося несимметричного тела в среде, в которой возможно появление диспергирующих волн, границ раздела и вихревых структур, возникновение которого определяется дополнительным условием плавного обтекания кормовой части тела (постулатом Жуковского - Чаплыгина – Кутта) [12, 31, 53], приводящий к резкому изменению циркуляции потока около тела, а следовательно, сил взаимодействия между телом и сплошной средой.
4. резонансное взаимодействие через среду нескольких несимметричных тел, движущихся в сплошной среде или тел с границами раздела сред (структурный резонанс) .

Два первых типа явлений были известны ранее и исследовались при решении различных прикладных задач. Однако не был достаточно чётко прояснён их резонансный характер. Третий и четвёртый типы вихре - волнового и структурного резонанса либо не изучались вовсе, либо не рассматривались ранее как резонансные явления.

Указанные типы резонансов могут возникать при движении тел в средах, в которых формируются диспергирующие волны, автоволны, границы раздела сред и фаз, а также вихревые и грибовидные структуры различной природы. Однако для всех возможных разнообразных форм вихре - волнового и структурного резонанса могут быть определены общие необходимые условия его возникновения и существования, знание которых позволяет

предсказывать, находить и изучать различные формы этого необычного феномена.

В соответствии с концепцией вихре - волнового и структурного резонанса, предложенной автором для объяснения аномальных явлений, теоретически и экспериментально обнаруженных при движении тел в неоднородной сплошной среде и при взаимодействии несущих поверхностей, твёрдое или деформируемое тело, движущееся в сплошной среде, отождествляется с эквивалентной уединённой волной (телом – волной) [4], [26], [31], [32], [34], создающей в окружающей среде волновые и вихревые возмущения. При этом скорость волны, эквивалентной телу, C_b принимается равной скорости движущегося тела V_0:

$$C_b = V_0 , \tag{1}$$

а длина эквивалентной волны λ_b определяется по приближённой формуле:

$$\lambda_b = m_b b_b , \tag{2}$$

где b_b - размер тела в направлении движения.

Коэффициент m_b зависит от формы обтекаемого тела, и может определяться до полного теоретического решения конкретной задачи взаимодействия эмпирически. Теоретические расчеты обтекания симметричных и несимметричных тел и крыльев дают основания предварительно определить наиболее вероятный диапазон изменения этого параметра $1 < m_b < 2$, хотя в некоторых случаях его значение может лежать и вне этого диапазона. Основанием для принятой гипотезы могут служить рассуждения, приведённые Дж. Лайтхиллом при анализе волновой картины около препятствия на дне потока весомой жидкости [39]. Другим теоретическим основанием может служить анализ результатов замены симметрично обтекаемого тонкого тела системой источников с суммарной интенсивностью, равной нулю. Если считать, что эти источники расположены на линии, совпадающей с направлением движения тела, и имеют в первом приближении линейно изменяющуюся интенсивность, то разложение распределения источников в интеграл Фурье вдоль направления движения даст некоторую функцию от волновых чисел, максимум которой окажется в зоне длин волн, близких к длине обтекаемого тела.

Волновое число эквивалентной волны определяется по формуле:

$$k_b = \frac{2\pi}{m_b b_b}, \qquad (3)$$

а частота эквивалентной волны –

$$\omega_b = \frac{2\pi V_0}{m_b b_b}. \qquad (4)$$

Свободные волны в безграничной сплошной среде, каждая из которых может быть описана формулой $\bar{u}(\bar{x},t) = \bar{a}\exp(i\bar{k}\bar{x} - i\omega t)$, могут рассматриваться как решения линейного дифференциального уравнения в частных производных $L(\bar{u}) = 0$. Здесь $\bar{u}(\bar{x},t)$ - векторная функция, характеризующая параметры сплошной среды; $L(\bar{u})$ - линейный дифференциальный оператор, действующий на $\bar{u}$. Дисперсионное соотношение для волн в сплошной среде в направлении движения тела, определяемое свойствами среды и заданным дифференциальным уравнением, в общем случае имеет вид:

$$k_w = F(\omega_w), \qquad (5)$$

где k_w - волновые числа проекции диспергирующих волн в сплошной среде на направление движения тела, ω_w - волновая частота этих волн. При этом функция $F(\omega_w)$ может быть как однозначной, так и многозначной. Соотношение (5) может быть обращено и записано в виде:

$$\omega_w = G(k_w) = G(\frac{2\pi}{\lambda_w}). \qquad (6)$$

Из уравнения (6) определяется скорость присоединённой волновой картины, формирующейся в сплошной среде в направлении движения тела:

$$C_w = \frac{\omega_w}{k_w} = \frac{G(k_w)}{k_w}. \qquad (7)$$

Отсюда следует обратное соотношение

$$k_w = f(C_w);$$
$$\lambda_w = \frac{2\pi}{f(C_w)}. \qquad (8)$$

Если динамика сплошной среды описывается некоторым нелинейным дифференциальным уравнением, в ряде случаев также удаётся придать физический смысл волновой частоте и волновому числу [40], что позволяет использовать разрабатываемый качественный подход и при исследовании динамики взаимодействия движущихся тел и сплошной среды, динамика которой описывается нелинейными дифференциальными уравнениями.

При формировании в сплошной среде концентрированных вихревых структур и границ раздела сред, эквивалентные им нелинейные волны могут определяться по тому же принципу, что и волны, эквивалентные движущемуся телу.

Рассмотрим более подробно необходимые условия существования указанных ранее типов вихре - волнового и структурного резонанса.

1. Резонанс по скорости, когда тело захватывает с собой волны, формируя в системе координат, связанной с движущимся телом, стационарную волновую картину, перемещающуюся со скоростью, равной скорости тела:

$$C_b = C_w \qquad (9).$$

Этот вид структурно-волнового резонанса был известен ранее как формирование стационарной волновой картины при движении тела в сплошной среде. Такая картина наблюдается при околозвуковом и сверхзвуковом движении тел в жидкостях и газах [41-44], при движении заряженной частицы в среде со скоростями, близкими к скорости света (излучение Черенкова, переходное излучение при равномерном движении заряженной частицы в пространственно неоднородной среде) [45], при движении надводных судов и аппаратов [46-54], при движении тел вблизи свободной поверхности воды и в стратифицированной жидкости

и газе [55, 56], при движении тел в плазме [45] и т.д. Структурно-волновой резонанс такого типа, условия возникновения которого неявно используются при решении стационарных задач обтекания препятствий или установившегося движения тел в сплошной среде, мы будем в дальнейшем называть резонансом по скорости движения тела.

При формировании стационарной в системе координат, связанной с телом, волновой картины «выживают» за счёт резонанса не все волновые движения, которые могут существовать в сплошной среде, а лишь из те из них, проекция скорости перемещения которых на направление движения тела совпадает со скоростью движения тела. Это может быть одна волна, например, при двумерном движении тела вблизи свободной поверхности, это могут быть ударные волны, присоединённые к движущемуся в околозвуковом или сверхзвуковом потоке телу, образующие около тела конус Маха, это может быть сложная волновая картина на поверхности воды при движении надводного судна. Именно структурно - волновым резонансом по скорости движения объясняется тот удивительный факт, что поступательно движущееся тело создаёт около себя волновую картину, принимающую в простейших случаях форму синусоидальной волны. Вот что пишет Дж. Лайтхилл, описывая обтекание препятствие потоком весомой жидкости [39. стр. 319]:

«Мы опишем очевидно парадоксальный (***в нашем понимании, резонансный***) случай волн, которые образуют совершенно стационарное течение. Во всех точках потока, (включая и те, в которых находятся волны) течение является стационарным: скорость жидкости не меняется со временем. Хотя подъём поверхности и может локально обнаруживать правильное, почти синусоидальное изменение в пространстве, он не обнаруживает никакого изменения во времени: гребни волн всегда остаются на тех же местах при движении потока. Стационарная картина волн порождается совершенно неподвижным препятствием в потоке. Это препятствие может быть просто местной особенностью дна. В своём стихотворении «Ручей, текущий к западу»[57] Роберт Фрост писал:

«Чернеющие воды, налетая
На затонувший камень, разбивались
И вспять бежали белою волной
Так белая на чёрных мчалась вечно,
Не наступая и не отступая…»
Постоянство потока поразило его воображение
«Волна та отражается от камня
С тех пор, как реки по земле текут»

Он увидел, что распространение гребня вверх по потоку может в точности сводиться на нет течением вниз по потоку.
«Мы все перечим. Белою волной
Ручей течёт наперекор себе»
Он образно объяснил происхождение явления:
«Вот это устремленье вспять, к истоку,
Наперекор теченью, что несёт нас,
Есть дань теченья своему истоку.»»

В этих стихах отражён универсальный, Вселенский смысл этой и других форм вихре - волнового резонанса, преобразующих энергию поступательного движения тела в стационарную в системе координат, связанной с телом, систему волн, формирующих присоединённую к телу волновую картину, отбираемую телом из множества разрешённых свойствами среды волн. В этом случае основное соотношение между скоростью движущегося тела или скоростью обтекания препятствия и волновой частотой присоединённой волны имеет вид:

$$V_{\text{o}} = \frac{\omega_w}{k_w} = \frac{G(k_W)}{k_w} \tag{10}$$

или

$$k_w = f(V_{\text{o}}). \tag{11}$$

Таким образом, в стационарном потоке за препятствием или впереди него формируется волновая картина, определяемая скоростным резонансом, в простейшем случае представляющая синусоидальную волну, волновое число которой определяется скоростью движения тела или скоростью набегающего на препятствие потока и спектральными характеристиками среды. В случае сложных форм зависимости волнового числа от скорости потока, когда функция f многозначна или бесконечнозначна, резонансная картина волн, присоединённых к движущемуся телу, может стать достаточно сложной [58].

Характерным является пример присоединённых ударных волн при трансзвуковом и сверхзвуковом движении тел в жидкости или газе. Дисперсия волн в этом случае практически отсутствует. Поэтому при скоростях, меньших скорости звука, резонансный режим по скорости не наступает. Присоединённых к движущемуся телу волн нет. Если скорость движения тела равна скорости звука, то функция

f становится бесконечнозначной и наступает скоростной резонанс практически со всеми волнами звукового спектра. Потенциальная возможность резонансного роста амплитуд волн различной длины порождает присоединённую к движущемуся телу нелинейную ударную волну. В действительности, при скоростях, близких к скорости звука, за счёт нелинейных эффектов, наблюдается некоторая дисперсия, что значительно усложняет волновую картину около тела, но основная закономерность сохраняется. При скоростях движения тел, больших скорости звука, скоростной резонанс обусловливает существование угла Маха при формировании присоединённых волн [41-44].

В некотором смысле противоположная картина наблюдается при движении судна на мелководье. В этом случае в жидкости существует предельная скорость диспергирующих волн, определяемая соотношением

$$C_{w\max} = \sqrt{gH}\ , \qquad (12)$$

где $g = 9.81 m/c^2$ - ускорение силы тяжести, H - глубина водоёма или толщина слоя воды. При приближении скорости волны к $C_{w\max}$ дисперсионное соотношение для поверхностных волн вырождается, и волны всех длин имеют скорость, близкую к предельной. Скоростной резонанс проявляется в формировании в носовой части движущегося судна мощной поперечной волны [59]. Но стоит только скорости движения судна несколько превысить предельную скорость волны, как волновая картина практически полностью исчезает. Этот эффект был открыт в Англии в XIX веке. Вот что пишут по этому поводу Дж. Лайтхилл и цитируемый им Скотт-Рассел [39]:

« Некоторые интересные следствия вытекают из того факта, что скорость волн на воде глубины H не может превышать $(gH)^{1/2}$. Это означает, что если скорость потока $V > (gH)^{1/2}$, то не существует решения (***уравнения для дисперсионного соотношения***), описывающего волны с перпендикулярными направлению распространения гребнями. Препятствия общей формы ещё могут создавать волны с наклонными к направлению движения гребнями… С другой стороны, препятствие, близкое по форме к перекрывающему поток цилиндру и создающее значительные волны с гребнями под прямым углом к потоку, когда $V < (gH)^{1/2}$, не может породить такие

волны, когда $V > (gH)^{1/2}$, и обычно создаёт слабые наклонные волны.

Аналогично, широкая баржа, почти перекрывающая канал, по которому она движется, испытывает внезапное понижение сопротивления, когда её скорость превышает $(gH)^{1/2}$. Главный член в волнообразующем сопротивлении … исчезает, и сохраняется только намного меньший член, обусловленный возникновением наклонных волн по бокам баржи.

Скотт Рассел писал в 1844 г.: «Насколько мне известно, это явление было случайно открыто на канале малых размеров Глазго - Ардроссан. Горячая лошадь, впряжённая в лодку Уильяма Хаустона, эсквайра, одного из владельцев предприятия, испугалась и понесла, волоча лодку за собой, и к своему удивлению, м-р Хаустон увидел, что пенящаяся кормовая волна, которая обычно опустошала берега, исчезла, и судно шло по воде сравнительно плавно с очень сильно уменьшенным сопротивлением. М-р Хаустон обладал практичностью и осознал коммерческое значение этого факта для компании канала, с которой он был связан». Он посвятил себя внедрению на этом канале судов, движущихся с такими высокими скоростями, как 9 миль в час, что влекло за собой «большое увеличение доходов владельцев канала».

Этот же эффект был использован проф. А. М. Басиным при решении ряда задач об оптимизации форм судов, движущихся на мелководье [59-64] а также А. М. Басиным И. О. Веледницким, А. Г. Ляховицким и Е. И. Степанюком, предложившими принципиально новые типы судов, движущихся со сверхкритическим скоростями на мелководье [65-72].

Подробный теоретический анализ изменения нелинейной волновой картины при переходе через критическую скорость движения на мелководье выполнен Д. В Маклаковым [73]. Он показал, когда и при каких условиях нелинейность приводит к формированию за обтекаемым препятствием различных типов волновых движений: волн Стокса, кноидальных волн, солитонов.

2. Другой волновой параметр, который может определять резонансное взаимодействие, это длина волны. Если длина волны, эквивалентной движущемуся телу, становится близкой к размерам присоединённой к движущемуся телу волновой картины, то амплитуды волновых и вихревых возмущений сплошной среды достигают максимального значения. Необходимым условием этой второй формы структурно- волнового резонанса является приближённое равенство в

направлении движения тела длин волн, эквивалентных телу, и длин волн, захваченных движущимся телом или формируемыми им вихревыми или дипольными структурами.

$$\lambda_b = \lambda_w . \qquad (13)$$

Используя соотношения

$$\lambda_b = m_b b_b , \qquad (14)$$

и условие скоростного резонанса

$$\lambda_w = \frac{2\pi}{k_w} = \frac{2\pi}{f(C_w)} = \frac{2\pi}{f(V_0)} , \qquad (15)$$

получаем необходимое условие структурно- волнового резонанса по скорости и размерам:

$$m_b b_b f(V_0) = 2\pi ; \qquad (16)$$

или

$$b_b = \frac{2\pi}{m_b f(V_0)} . \qquad (17)$$

Отсюда получаем зависимость скорости движения тела, соответствующей режиму структурно-волнового резонанса, от длины тела в направлении его движения и дисперсионных характеристик среды.

$$C_{wb} = \frac{m_b b_b G(\frac{2\pi}{m_b b_b})}{2\pi} \qquad (18)$$

Здесь C_{wb}- скорость, при которой длина присоединённой к движущемуся телу волны равна длине волны, эквивалентной движущемуся телу.

Количество значений резонансной скорости при резонансах второго, третьего и четвёртого типов для данной длины тела

определяется числом значений функции $\omega_w = G(k_w) = G(\frac{2\pi}{\lambda_w})$ при заданном значении длины волны.

Проведённые рассуждения позволяют ввести в рассмотрение безразмерный параметр вихре - волнового и структурного резонанса по скорости и размерам:

$$WB = \frac{V_0}{C_{wb}} = \frac{2\pi V_0}{m_b b_b G(\frac{2\pi}{m_b b_b})}. \qquad (19)$$

В случае, если в среде движутся два тела или тело взаимодействует с вихревыми структурами, возникающими в сплошной среде и движущимися вместе с телом, например, с паровой или воздушной каверной при движении тела в жидкости, величина WB определяется по более простой формуле

$$WB = \frac{m_s b_s}{m_b b_b}. \qquad (20)$$

Здесь:

b_s - длина вихревой структуры или каверны в направлении движения тела;

m_s - поправочный коэффициент, который может быть, так же, как и для тела, принят лежащим в диапазоне $1 < m_s < 2$.

Если форма движущегося тела и сопутствующей ему вихревой структуры близки или исследуется резонансное взаимодействие двух близких по форме тел, то величина резонансного параметра определяется по простой формуле

$$WB = \frac{b_s}{b_b}. \qquad (21)$$

Необходимым условием существования вихре - волнового и структурного резонанса является равенство скорости движущегося тела V_0 и C_{wb} - скорости, при которой длина присоединённой к движущемуся телу волны равна длине волны, эквивалентной движущемуся телу. Резонанс может наступить, когда безразмерный параметр вихре - волнового и структурного резонанса WB станет равным единице

$$WB_R = 1. \qquad (22)$$

Пусть в некоторой сплошной среде имеются две взаимодействующие с ней волны или структуры и пусть в течение некоторого промежутка времени они оказались на незначительном расстоянии друг от друга. Тогда, если их размеры близки, то мы вправе ожидать при их взаимодействии через среду (поле) проявления аномальных явлений, связанных с вихре - волновым и структурным резонансом. Тем самым, область поиска возможных проявлений этого явления существенно расширяется.

Концепция вихре - волнового и структурного резонанса подтверждается теорией и практикой проектирования судов и кораблей, движущихся как в глубокой жидкости, так и в условиях мелководья. В этом случае дисперсионное соотношение для гравитационных волн в жидкости может быть записано в виде:

$$\omega_w = \sqrt{g k_w \tanh k_w H} \ . \qquad (23)$$

Подставляя это соотношение в формулу (19), получаем:

$$WB = \frac{V_0}{C_{wb}} = \frac{2\pi V_0}{m_b b_b G(\frac{2\pi}{m_b b_b})} = \frac{2\pi V_0}{m_b b_b \sqrt{\frac{2\pi g}{m_b b_b} \tanh \frac{2\pi H}{m_b b_b}}} = V_0 \sqrt{\frac{2\pi}{m_b b_b g \tanh \frac{2\pi H}{m_b b_b}}} \ . \qquad (24)$$

Введём, как это принято при исследовании движения тел в весомой жидкости, безразмерное число Фруда по длине тела:

$$Fr_b = \frac{V_0}{\sqrt{g b_b}} \qquad (25)$$

и относительную глубину жидкости

$$\overline{H} = \frac{H}{b_b} \ . \qquad (26)$$

Тогда параметр структурно - волнового резонанса запишется в виде

$$WB = \frac{V_0}{C_{wb}} = Fr_b \sqrt{\frac{2\pi}{m_b \tanh \frac{2\pi \overline{H}}{m_b}}} \ . \qquad (27)$$

В этом частном случае резонансный параметр зависит от трёх безразмерных величин: числа Фруда по длине тела в направлении

движения Fr_b, поправочного коэффициента для эквивалентной волны m_b и относительной глубины водоёма (или потока) $\overline{H} = \frac{H}{b_b}$. Если относительная глубина потока стремится к бесконечности, то $\tanh\frac{2\pi\overline{H}}{m_b} = 1.$. Соотношение (27) перестаёт зависеть от относительного заглубления и существенно упрощается:

$$WB = \frac{V_0}{C_{wb}} = Fr_b\sqrt{\frac{2\pi}{m_b}}. \qquad (28)$$

В случае малой относительной глубины фарватера имеем:

$$\overline{H} = \frac{H}{b_b} \to 0 \;\; \tanh\frac{2\pi\overline{H}}{m_b} \to \frac{2\pi\overline{H}}{m_b}. \qquad (29)$$

Формула для WB также существенно упростится и примет вид:

$$WB = \frac{Fr_b}{\sqrt{H}} = Fr_H = \frac{V_0}{\sqrt{gH}}. \qquad (30)$$

Резонансный параметр перестаёт зависеть от длины движущегося тела .

Воспользовавшись условием резонанса $WB_R = 1$, получим следующее соотношение:

$$WB_R = \frac{V_0}{C_{wb}} = Fr_{bR}\sqrt{\frac{2\pi}{m_b \tanh\frac{2\pi\overline{H}}{m_b}}} = 1 \qquad (31)$$

или резонансное число Фруда по длине движущегося тела определяется формулой:

$$Fr_{bR} = \sqrt{\frac{m_b \tanh\frac{2\pi\overline{H}}{m_b}}{2\pi}} \qquad (32)$$

С уменьшением относительной глубины бассейна значение резонансного числа Фруда уменьшается, одновременно сужается и диапазон резонансных значений этой величины. Однако, увеличивается величина другого безразмерного резонансного параметра, числа Фруда по глубине водоёма, $Fr_H = \frac{V_0}{\sqrt{gH}}$, формула для определения которого принимает вид:

$$Fr_{HR} = \sqrt{\frac{m_b \tanh \frac{2\pi \overline{H}}{m_b}}{2\pi \overline{H}}}\,. \qquad (33)$$

При $\overline{H} \to 0$, значение резонансного числа Фруда по длине тела определяется формулой $Fr_{bR} = \sqrt{H}$ и стремится к нулю. При этом резонансное значение числа Фруда по глубине водоёма Fr_{HR} стремится к своему критическому значению $Fr_{Hcr} = 1$, не зависящему от длины тела. Все длины волн становятся резонансными по скорости и резонансный эффект должен существенно усиливаться. Эти выводы качественно подтверждаются результатами расчётов волнового сопротивления речных судов, выполненных А. Г. Ляховицким под руководством А. М. Басина [59]. Положение горба волнового сопротивления судов, для которых проводились расчёты и выполнялись модельные эксперименты для глубокой воды лежит в предсказанном исходя из концепции структурно-волнового резонанса диапазоне чисел Фруда по длине судна, что свидетельствует о существовании резонансного режима. С уменьшением глубины погружения зона резонансных значений, соответствующих горбу волнового сопротивления сужается, тогда как сам горб, являющийся результатом резонансного взаимодействия всё большего числа компонент Фурье разложения формы тела с диспегирующими волнами сплошной среды, растёт по интенсивности. В пределе, когда резонансные значения числа Фруда по глубине стремятся к критическому значению, горб оказыватся максимальным, и характер зависимости его положения от скорости не зависит от длины судна.

Существование резонансных скоростей движения судов оказывает существенное влияние на их форму и конструктивные особенности.

3. Резонансные значения чисел Фруда являются важными не только для исследования волнового сопротивления судов, но и для сил, перпендикулярных направлению движения, и моментов, действующих на суда различных типов. Тела и крылья, на которых возникает гидродинамическая подъёмная или боковая сила, резонансно взаимодействуют с окружающей жидкостью. При этом такой тройной резонанс принципиально меняет характер и величину сил, действующих на движущееся тело.

У несимметрично обтекаемых тел – крыльев имеется одна существенная особенность, отличающая их от симметрично

обтекаемых тел. Благодаря условию плавного обтекания задней кромки таких тел (постулат Жуковского-Чаплыгина-Кутта) вокруг контура их продольного сечения формируется присоединённая вихревая структура с зависящей от геометрии тела и условий обтекания циркуляцией. Эта присоединённая к движущемуся телу вихревая структура, имеющая размеры, близкие к размерам тела и являющаяся головной частью нейтральной грибовидной структуры [30-34], в свою очередь способна резонансно взаимодействовать как с самим телом, так и с диспергирующими волнами окружающей среды. При движении несимметричных тел в среде может возникнуть тройной резонанс, приводящий к аномальным изменениям не только волновой картины около движущегося тела, но и циркуляции вокруг несущих систем, а следовательно , к резкому изменению сил, действующих на тело.

Критериями, определяющими возможность появления такого резонанса, как и в случае резонанса второго типа, является равенство единице числа вихре - волнового и структурного резонанса, а также асимметрия движущегося тела по отношению к направлению скорости его движения.

Подробное описание явления вихре -волнового резонанса - резонанса третьего типа при движении крыла вблизи свободной поверхности воды, открытого группой исследователей под руководством автора дано в монографии [31] и в работе [38].

Вихре-волновой резонанс был предсказан теоретически и исследован экспериментально при движении несимметричного тела (крыла) вблизи свободной поверхности воды. В этом случае имеются два типа вихре - волновых структур: вихревой пограничный слой на поверхности крыла и вихревой след за ним, а также диспергирующие поверхностные волны.

Эксперименты, проведённые с крыльями, движущимися вблизи свободной поверхности воды, показали, что в резонансном режиме на свободной поверхности возникают интенсивные возмущения, которые приводят к разрушению поверхностной волны, а силы, действующие на крыло, изменяются аномальным образом.

Основным безразмерным управляющим параметром, определяющим условия возникновения вихре - волнового резонанса в случае движения крыла вблизи свободной поверхности весомой жидкости неограниченной глубины является число Фруда по хорде крыла $Fr = \frac{V_0}{\sqrt{gb}}$, где V_0 - скорость движения, b - длина тела в

направлении движения (максимальная хорда крыла), $g = 9.81\frac{m}{c^2}$ ускорение силы тяжести. Если этот параметр лежит в диапазоне 0.4 < Fr < 0.565, $(1 < m_b < 2)$ возникают условия, способствующие дополнительному резонансному взаимодействия между вихревым и волновым движениями жидкости. В резонансном режиме обтекания несимметричного тела вблизи поверхности весомой жидкости происходят аномальные изменения подъёмной силы, действующей на тело. При этом существенным оказалось влияние на эти изменения угла атаки крыла, относительной кривизны и толщины профиля сечения крыла в направлении его движения. Около крыла в резонансном режиме формируется специфическая нелинейная волновая картина [31].

Другой характерный пример из той же области знания: симметричное и несимметричное движение тела в стратифицированной жидкости. Пусть неподвижная среда (жидкость или газ) имеет внутреннюю границу раздела, и плотность нижней жидкости ρ_2., а верхней - ρ_1. В этом случае дисперсионное соотношение для внутренних волн записывается в виде:

$$\omega_w = \sqrt{gk_w \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}}$$

или

$$\omega_w = \sqrt{gk_w \frac{1 - \overline{\rho}}{1 + \overline{\rho}}}\ , \qquad (34)$$

где $\overline{\rho} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$. Частоты и скорости волн, соответствующих одним и тем же волновым числам, оказываются тем меньше, чем больше отношение $\overline{\rho} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$ и в случае, когда отношение плотностей стремится к единице, частоты и скорости перемещения внутренних волн стремятся к нулю. Воспользовавшись общим необходимым условием возникновения вихре – волнового и структурного резонанса и введя обобщённое денситометрическое число Фруда:

$$Fr_{b\overline{\rho}} = \frac{V_0}{\sqrt{gb}}\sqrt{\frac{1+\overline{\rho}}{1-\overline{\rho}}}\,, \qquad (35)$$

можно показать, что при $1 < m_b < 2$ условию возникновения вихре-волнового и структурного резонанса соответствует соотношение:

$$0.4 < Fr_{b\,\bar{\rho}R} = Fr_{bR}\sqrt{\frac{1+\bar{\rho}}{1-\bar{\rho}}} < 0.565 \qquad (36)$$

или

$$0.4\sqrt{\frac{1-\bar{\rho}}{1+\bar{\rho}}} < Fr_{bR} < 0.565\sqrt{\frac{1-\bar{\rho}}{1+\bar{\rho}}}\,. \qquad (37)$$

Если $(1-\bar{\rho}) \to 0$, то число Фруда Fr_b, при котором возникает резонанс, также стремится к нулю. Этот теоретический результат, хотя ему может быть найдено разумное объяснение, является удивительным и имеет фундаментальное значение. Малые скачки плотности и малые изменения скорости движения тела могут привести, вследствие вихре - волнового и структурного резонанса, к значительным возмущениям и появлению новых вихре - волновых структур в стратифицированной среде.

Так как зона параметров движения, при которой возникает вихре - волновой резонанс в стратифицированной среде, очень узка, явление резонанса явно проявляется в природных явлениях редко. Однако, возмущения, связанные с возникновением этого явления, столь велики, что могут стать причиной аномальных природных явлений и аварий подводных аппаратов и самолётов.

Автором совместно с Ю.В. Кафтанниковым теоретически исследована и третья форма вихре - волнового резонанса при движении крыла в стратифицированной весомой сплошной среде [31]. Как следует из результатов расчётов, резонансные значения коэффициентов подъёмной силы слабо меняются с уменьшением скачка плотности сплошной среды, тогда как относительная скорость, при которой возникает вихре -волновой резонанс, стремится к нулю.

Малые скорости движения в слабо-стратифицированной среде вызывают существенные резонансные возмущения коэффициентов нормальных к направлению движения сил, действующих на движущиеся тела.

Полученный теоретический результат имеет такое же принципиальное значение, как и само явление вихре - волнового и структурного резонанса, и требует экспериментального подтверждения.

В случае получения соответствующих экспериментальных данных обнаруженный эффект может найти широкое применение при измерении с помощью использования эффектов, связанных с вихре - волновым и структурным резонансом, малых неоднородностей в сплошной среде, в том числе и вредных примесей, плотность которых отличается от плотности основной части среды. На принципе вихре - волнового и структурного резонанса может быть построен новый класс приборов, являющихся индикаторами слабых неоднородностей плотности и полевых потенциалов в сплошных средах.

В последние годы большое внимание уделяется изучению волновых явлений в атмосфере и океане, где неоднородность по плотности и скорости течений вызывает широкий спектр диспергирующих волн, движущихся в различных направлениях. Кроме того, в неоднородной сплошной среде вследствие гидродинамической неустойчивости формируются нелинейные волны, а также вихревые и грибовидные структуры [74]. Взаимодействие этих волн и структур с движущимися телами должно вызвать широкий спектр вихре - волновых резонансных явлений трёх рассмотренных выше типов, условия возникновения которых определяются на основании построения в каждом конкретном случае частной модификации резонансного параметра WB.

В связи с этим приведём ещё один пример, который может служить основанием для развития нового направления исследований резонансного взаимодействия движущихся тел с неоднородностями сплошной среды. При горизонтальном движении тел в непрерывно стратифицированной сжимаемой жидкости или газе (океане или в атмосфере) в плоскости x, y, где ось x совпадает с направлением движения тела, а ось y направлена вертикально вверх, приближённое дисперсионное соотношение для продольных волн, направление движения которых совпадает с направлением движения тела, имеет следующий вид:[31, 38, 39]

$$\omega = C_0 k \sqrt{\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{N^2}{C_0^2 k^2}}}\ , \tag{38}$$

где

$$N(y) = \sqrt{[g\rho_0'(y)/\rho_0(y)] + g^2/C_0(y)^2}\ ; \tag{39}$$

$\rho_0(y)$- равновесное распределение плотности по высоте, являющееся непрерывно убывающей функцией высоты y,

$C_0(y)$-скорость звука невозмущённого течения при давлении $p_0(y)$ и распределении плотностей $\rho_0(y)$- равна отношению приращения давления к приращению плотности при постоянной энтропии.

При больших значениях $C_0(y)$ имеют место две сильно отличающиеся друг от друга частоты волн

$$\omega_1 = C_0 k. \tag{40}$$

$$\omega_2 = N. \tag{41}$$

В первом случае скорость звуковой волны не зависит от её длины и резонанс по длине совпадает с резонансом по скорости, что резко сужает зону резонансных скоростей и расширяет зону резонансных длин волн. Этот случай вкратце был описан нами ранее при анализе резонанса по скорости для трансзвуковых течений около тел.

Второй случай характеризует независимость волновой частоты от волнового числа, тогда как скорость волны обратно пропорциональна волновому числу и прямо пропорциональна её длине.

Подставляя общее выражение для дисперсионного соотношения (38) в формулу для резонансного числа, получим

$$WB_{1,2} = \frac{V_0}{C_{wb1,2}} = \frac{V_0}{C_0\sqrt{\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{N^2 m^2 b^2}{4\pi^2 C_0^2}}}} \tag{42}$$

или после преобразований

$$WB_{1,2} = \frac{V_0}{C_{wb1,2}} = \frac{V_0\sqrt{2}}{C_0\sqrt{1 \pm \sqrt{1 - \frac{N^2 m_b{}^2 b^2}{\pi^2 C_0^2}}}} \tag{43}$$

Рассмотрим отдельно значения WB_1, WB_2.

$$WB_1 = \frac{V_0}{C_{wb1}} = \frac{V_0\sqrt{2}}{C_0\sqrt{1+\sqrt{1-\frac{N^2 m_b{}^2 b_b{}^2}{\pi^2 C_0^2}}}} = \frac{V_0\sqrt{2}}{C_0\sqrt{2-\frac{N^2 m^2{}_b b_b^2}{2\pi^2 C_0^2}}} \approx \frac{V_0}{C_0}(1+\frac{N^2 m_b^2 b_b^2}{8\pi C_0^2}). \qquad (44)$$

Необходимое условие наступления структурного и вихре - волнового резонанса примет вид

$$WB_1 = \frac{V_0}{C_0}(1+\frac{N^2 m_b^2 b_b^2}{8\pi C_0^2}) = 1. \qquad (45)$$

Если ввести, как это обычно принято в аэродинамике, число Маха

$$M = \frac{V_0}{C_0} \qquad (46)$$

То резонансное число Маха, определяется по приближённой формуле

$$M_R \approx 1 - \frac{N^2 m_b{}^2 b_b{}^2}{8\pi C_0{}^2} \qquad (47)$$

Формула (47) показывает, что значительные градиенты плотности в атмосфере могут привести к возникновению вихре - волнового и структурного резонанса и сопутствующих ему неблагоприятных воздействий на динамику летательных аппаратов не только при трансзвуковых, но и при околозвуковых скоростях движения. Это явление, если оно возникнет, может явиться причиной аварии летательного аппарата и поэтому требует специального изучения.

Второй вариант резонансного числа в первом приближении может быть представлен в виде

$$WB_2 = \frac{V_0}{C_{wb2}} = \frac{2\pi V_0}{N m_b b}. \qquad (48)$$

Исходя из условия вихре - волнового резонанса

$$\frac{2\pi V_0}{N m_b b} = 1, \qquad (49)$$

определяем величину резонансной скорости движения тела.

$$V_{0R} = \frac{N m_b b}{2\pi} \qquad (50)$$

Этот результат качественно согласуется с формулой (37), полученной для случая скачкообразного изменения плотности, что ещё раз свидетельствует о возможности появления аномальных явлений при движении тел в неоднородной среде с малыми скоростями.

4. Вихре - волновой и структурный резонанс может возникнуть и при взаимодействии несущих тел между собой и с границами среды. Наиболее известным примером аномального изменения несущей способности несимметрично обтекаемого тела является движение крыла вблизи экрана. Как показано в большом количестве теоретических и экспериментальных исследований, обобщённых в ряде статей, монографий и в справочных материалах (смотри, например, [12], [51], [53]), движение несущего тела (крыла) вблизи твёрдой границы сопровождается аномальным ростом подъёмной силы крыла и резким падением индуктивного сопротивления. Этот эффект похож по своим проявлениям на явление вихре - волнового и структурного резонанса. И действительно, эффект твёрдой стенки (экрана) эквивалентен с гидродинамической точки зрения влиянию на поле скоростей потока крыла, расположенного симметрично относительно реального.

В случае двух крыльев, поступательно движущихся с одинаковыми скоростями на незначительном расстоянии друг от друга условие возможности появления вихре - волнового и структурного резонанса соответствует формуле (21)

$$WB = \frac{b_{f1}}{b_{f2}} = 1, \qquad (51)$$

где b_{fi} - хорда $i-$того крыла. Теоретические расчёты показывают, что резонансное взаимодействие, приводящее к росту аэродинамического качества, максимально, когда крылья расположены симметрично друг другу относительно плоскости, параллельной направлению их движения и расстояние между крыльями стремится к нулю. Именно этот резонансный случай и эквивалентен с аэродинамической точки зрения движению крыла вблизи экрана. Следует обратить внимание ещё на одну особенность указанного резонансного режима. Подъёмная сила крыла при приближении к экрану растёт обратно пропорционально расстоянию до экрана или, что аналогично, расстоянию между крыльями. А подъёмная сила приближённо пропорциональна циркуляции крыла. Таким образом, два движущихся симметрично друг относительно друга крыла за счёт вире - волнового и структурного резонанса формируют дипольную структуру,

интенсивность которой при малых расстояниях между крыльями не зависит от величины этого расстояния. Отсюда можно сделать вывод о том, что хотя бы в некоторых случаях формирование дипольных (грибовидных) структур может явиться результатом вихре - волнового и структурного резонанса.

К широкому спектру приложений влияния экранного эффекта на несущую способность крыльев следует добавить ещё одно направление использование этого типа резонанса, а именно применение эффекта резонансного взаимодействия несущих систем к созданию принципиально нового компьютерного метода распознавания образов, который позволит осуществить распознавание одновременно как по глобальным, так и по локальным масштабам.

«Экранный резонанс» может значительно усилиться вихре-волновым резонансом крыла с поверхностными волнами при установке несущих конструкций в потоке малой глубины. Такие конструкции могут служить мощными волнопродукторами либо волногасителями, а также основными элементами волновых электростанций.

Ещё более необычный резонансный эффект был подробно исследован нами при кавитационном обтекании подводных крыльев и лопастей гребных винтов быстроходных судов В данном случае параметр вихре-волнового и структурного резонанса имеет вид:

$$WB = \frac{l_{cav}}{b_f} \tag{52}$$

Здесь l_{cav}- длина паровой или воздушной присоединённой каверны, развивающейся на засасывающей поверхности крыла или лопасти, b_f - хорда крыла.

Условие вихре - волнового и структурного резонанса, соответствующего т.н. переходному режиму кавитационного обтекания, имеют вид:

$$l_{cav} = b_f \tag{53}$$

Многочисленные теоретические и экспериментальные исследования [5]-[20], [31], [36] показали, что именно в этом режиме кавитационного обтекания крыльев наблюдаются аномальные явления, связанные со значительным ростом подъёмной силы крыла и толщины каверны, приводящие к потере устойчивости и интенсивным колебаниям каверны с формированием вихревого следа, обладающего

универсальными частотными характеристиками, не зависящими от формы профиля и угла атаки крыла. Теоретические исследования кавитирующих крыльев с длиной каверны, равной хорде крыла позволили определить связь параметров резонансного режима кавитационного обтекания с формой профилей крыльев, предназначенных для бескавитационного и околозвукового обтекания, а также профилей, обладающих максимальным коэффициентом подъёмной силы. Построена универсальная диаграмма, охватывающая широкий класс профилей такого типа.[12].

Вихре - волновой и структурный резонанс может проявиться и иметь свои специфические формы при любых относительных перемещениях произвольных тел и неоднородной сплошной среды, что дает возможность применять основные теоретические положения, позволяющие изучать это и другие нелинейные явления к судостроению и авиации, техническим производствам, химии, биологии, океанологии и метеорологии, физике и магнитной гидродинамике

Предсказанное теоретически и обнаруженное экспериментально явление вихре- волнового и структурного резонанса вносит коренные изменения в существующие представления о взаимодействии различных объектов и окружающей их среды. Знание его природы и основных критериев возникновения позволяет теоретически предсказать, экспериментально обнаружить и объяснить не исследованные ранее аномальные режимы при движении тел в жидкости, газе и других сплошных средах.

Обнаруженное явление вихре - волнового и структурного резонанса может найти аналогии не только в гидродинамике тел, движущихся в неоднородной жидкости и газе, но и во всех тех случаях,. когда какая-либо жесткая или деформируемая система перемещается в неоднородной среде. концепция вихре-волнового и структурного резонанса позволяет предсказывать условия, при которых следует искать аналогичные явления.

Особого внимания заслуживает тот обнаруженный при изучении обтекания несущих тел теоретический результат, что при уменьшении степени неоднородности среды резонансные явления, почти не затухая, перемещаются в зону очень малых скоростей относительного движения тела и сплошной среды. Это позволяет использовать открытое явление как эффективный индикатор малых неоднородностей в среде и устройство управления, так как в этом случае при резонансе

значительный эффект может быть достигнут без существенных затрат энергии.

Значение полученных результатов состоит не только в обнаружении и изучении нового неизвестного ранее класса резонансных процессов и вихре-волновых структур, но также и в том , что разработанная концепция и классификация волновых и вихревых движений позволяет предсказывать и обнаруживать неизвестные ранее формы вихре-волнового взаимодействия, создавать искусственно условия для возникновения этих явлений и разрабатывать способы их предотвращения применительно к практическим задачам, а также создавать новые способы и разрабатывать новые конструкции, которые могут найти применение также в различных областях техники и научных исследований. Широкое поле деятельности открывается также для изучения физических явлений и вихре - волновых структур, которые могут сформироваться при взаимодействии резонансного потока с другими типами волновых и колебательных движений.

Так как при исследовании биологических и социальных явлений наблюдается широкий спектр колебательных процессов и волновых структур, то концепция вихре-волнового и структурного резонанса может оказаться полезной при исследовании этих процессов, происходящих в различных масштабах, от клетки – до биосферы [65]. Автоволны, ревербераторы, диссипативные структуры, повсеместно возникающие в биологических объектах и во многих химических процессах, могут резонансно взаимодействовать с движущимися относительно них деформируемыми телами , что должно привести к новым, не известным ранее, или известным, но не объяснённым, особенностям аномального поведения. Именно в биологии, экологии и социальных науках могут быть найдены новые формы проявлений вихре- волнового и структурного резонанса. Предложенная концепция может явиться основой для объяснения не решённых ещё проблем, связанных с необходимостью объяснения размеров биологических объектов [75].

Литература

1. Филлипс О. Взаимодействие волн - эволюция идеи. - Современная гидродинамика. Успехи и проблемы. М.: Мир. 1984. С. 297 - 314.
2. Басин М.А. О силах, действующих на крыло, движущееся вблизи свободной поверхности весомой жидкости.- Доклад на конференции:

«Гидродинамика крыла, движущегося вблизи свободной поверхности жидкости и глиссирующих поверхностей». Л.: 1983.
3. Басин М. А., Лордкипанидзе А. Н., Ткач А. Я. Явление вихре - волнового резонанса при исследовании гидродинамических характеристик подводного крыла, движущегося вблизи свободной поверхности весомой жидкости. - Труды НТО СП. Вып. 414. Л.: Судостроение. 1985. С. 23-31.
4. Басин М. А. Основы классификации нелинейных волновых движений, вихрей и транспортных систем. - Синергетика и методы науки. (Под ред. М. А. Басина) СПб.: Наука. 1998. С. 95-131.
5. Басин М. А. Смешанная линейная задача теории струйных течений и её использование при расчёте и проектировании кавитирующих и вентилируемых профилей подводных крыльев. - Гидродинамика быстроходных судов. НТО Судпрома. Материалы по обмену опытом. Вып. 124. Л.: 1969.
6. Басин М. А., Егоров И. Т., Садовников Ю. М., Шалларь А. В. Нестационарные явления при обтекании установившимся потоком кавитирующих подводных крыльев с длиной каверны, близкой к хорде. - Труды НТО СП. Вып. 143. Л.: Судостроение. 1970. С. 68-71.
7. Басин М. А. Смешанная краевая задача теории кавитирующего или вентилируемого контура, движущегося вблизи свободной поверхности идеальной невесомой жидкости. - Материалы конференции по краевым задачам. Казань: КГУ. 1970. С. 18 - 23.
8. Егоров И. Т., Садовников Ю. М., Исаев И. И., Басин М. А. Искусственная кавитация. Л.: Судостроение. 1971. 284 с.
9. Егоров И. Т., Басин М. А., Садовников Ю. М., Шалларь А. В. Методика экспериментального исследования в кавитационных трубах и на гидродинамических стендах физических явлений и гидродинамических характеристик подводных крыльев при различных режимах кавитационного обтекания. - Экспериментальная гидродинамика судна. Матер. по обмену опытом. Вып. 190. Л.: 1972. С. 94 - 100.
10. Басин М. А., Шалларь А. В. Нестационарная схема обтекания кавитирующего крыла установившимся потоком - Труды НТО СП. Вып. 192. Л.: 1973 .
11. Басин М. А., Косов Б. В., Шалларь А. В. Способ уменьшения сопротивления и вибрации крыльевого гидродинамического профиля.- АС №477879 от 29.03.75. Заявка №1938937 с приоритетом от 2.07.73.
12. Басин М. А., Шадрин В. П. Гидро - аэродинамика крыла вблизи границы раздела сред.- Л.: Судостроение. 1980. 304с.

13. Басин М. А. Зилист Л. П. Теория и расчет гидродинамических характеристик кавитирующих крыльев. - Гидродинамика высоких скоростей. Матер. по обмену опытом. Труды НТО СП. Вып. 3. Л.: Судостроение. 1983. С. 15 – 30.
14. Басин М. А. Об изменении вектора суммарной завихрённости сплошной среды при движении в ней твердого тела и при движении её внутри твердого сосуда. - ИАН СССР. Механика жидкости и газа. №1. М.: 1984.
15. Басин М. А. Изменение моментов поля завихрённости жидкости при движении в ней твердого тела. - Совершенствование ходовых, мореходных и маневренных качеств судов. Материалы по обмену опытом. Вып. 400. Л.: Судостроение. 1984. С. 49 - 54.
16. Басин М. А. Учет влияния кавитации на характеристики подводного крыла - Справочник по теории корабля под редакцией Я. И. Войткунского. Том 3. Л.: Судостроение. 1985. С. 314-319.
17. Басин М. А., Завадовский Н. Ю. Модель двойного спирального вихря как предельная форма свободной поверхности нестационарного течения идеальной несжимаемой жидкости. - Труды семинара по краевым задачам. Вып. 22. Казань: КГУ. 1985.
18. Басин М. А., Бочагов В. И., Мизина М. Я., Охрименко Г. Г., Пономарёв А. В., Сидоров В. П., Титов В. Г. Результаты теоретико-экспериментальных исследований несущих поверхностей с интерцепторами.- Доклад на всесоюзном семинаре по гидро-аэродинамике. Новосибирск: 1988.
19. Басин М. А., Шапошников И. Г. Новая модель нестационарного течения около крыла в невязкой жидкости. - Математическое и физическое моделирование в гидродинамике судна. Труды НТО СП. Выпуск 18. Л.: Судостроение. 1989. С. 27-38.
20. Амромин Э. Л., Басин М. А., Бушковский В. А. Два решения пространственной задачи о предельных волнах на поверхности весомой жидкости. - Изв. АН СССР. Прикладная математика и механика. Т. 54. №1. 1990.
21. Басин М. А., Лордкипанидзе А. Н., Ткач А. Я. Решение задачи о стационарном движении несущей поверхности вблизи границы раздела сред. Вихре - волновой резонанс. - Труды НТО СП. Вып. 1. Л.: 1990. С. 115-127.
22. Басин М. А. Основные уравнения вихревого движения жидкости. Вихре - волновой резонанс. - Материалы по обмену опытом. Труды НТО СП. Л: Судостроение. 1990.

23. Басин М. А., Корнев Н. В., Захаров А. Б. Аппроксимация трехмерных вихревых полей. - Труды Центрального научно-исследовательского института морского флота. СПб.: 1993. С. 184-196.
24. Басин М. А., Корнев Н. В. Аппроксимация поля завихренности в неограниченной среде. - ЖТФ РАН. Ноябрь 1994. СПб.: С. 179 - 185.
25. Басин М. А., Корнев Н. В. Вихревые методы в гидродинамике. - Международный симпозиум по гидродинамике судна, посвящённый 85-летию со дня рождения А. М. Басина. Л.: 1995. С. 431 - 450.
26. Басин М. А. Вихре-волновой резонанс в гидродинамике подводного крыла. - Международный семинар, по гидродинамике судна, посвящённый 85 - летию со дня рождения А. М. Басина. Л.: 1995 С. 399 - 407.
27. Басин М. А. Волновой подход к исследованию структур и систем - Реальность и субъект. Т.2. № 2-3. СПб.: 1998. С. 57 - 72.
28. Басин М. А. Волны. Кванты. События. Волновая теория взаимодействия структур и систем. Ч.1.- СПб.: Норма. 2000. 168с.
29. Басин М. А., Шилович И. И. Синергетика и Internet. Путь к Synergonet.- СПб: Наука. 2000. 72 с.
30. Басин М. А. Спиральные числа. Степенные особенности. Волны. Вихри. Грибовидные структуры. Транспортно-информационные системы. - Международная междисциплинарная научно-практическая конференция: «Современные проблемы науки и образования». Керчь. 27.06-4.07.2001 г. Ч. 1. Харьков: 2001. С. 12-13
31. Басин М. А. Компьютеры. Вихри. Резонансы. Волновая теория взаимодействия структур и систем. Часть 2. - СПб.: Норма. 2002. 144 с. (Подробное изложение результатов исследования вихре – волнового и структурного резонанса)
32. Басина Г. И., Басин М. А. Синергетика. Эволюция и ритмы человечества.- СПб.: Норма. 2003. 260 с.
33. Басин М. А., Шилович И. И. Путь в Synergonet.- СПб.: Норма. 2004. 128 с.
34. Басина Г.И. , Басин М.А. Синергетика. Основы методологии.- СПб.: Норма. 2006. 56с.
35. Basin M. Vortex-wave Resonance. Paper, Presented on the 2 International Nonlinear Science Conference . Heraklion. Crete. Greece. March 11-12-2006.
36. Басин М.А. Вихре-волновой и структурный резонанс. Возникновение и особенности. С. 108-114. – Вторые Курдюмовские чтения. Материалы конференции: Международная междисциплинарная научная конференция:

«Идеи синергетики в естественных науках» (Ответственные за выпуск: Г.П. Лапина, Н.А. Смирнова) – Тверь: Твер. гос. ун - т. 2006. 404с.
37. Басина Г. И. Басин М. А. Синергетика. Основы методологии. Стационарные состояния динамических систем. Доклад на Конференции . СПб. Балтийский ГТУ. 8-10 декабря 2006. Опубликован в сети Internet на сайтах
38. Басин М.А. Синергетика. Вихре - волновой и структурный резонанс при движении тел в сплошной среде. Публикация в Internet на сайте В.С. и С.П. Курдюмовых. Файл «Basin 17.zip» на странице «http://spkurdyumov.narod.ru/Mat100.htm#Ma331»
39. Лайтхилл Дж. Волны в жидкостях. М.: Мир. 1981. 600с.
40. Бхатнагар П. Нелинейные волны в одномерных дисперсных системах. М.: Мир.1983. 136 с.
41. Карман Т. Сверхзвуковая аэродинамика. Принципы и приложения. М. Государственное издательство иностранной литературы. 1948. 100с.
42. Франкль Ф.И. Карпович Е.А. Газодинамика тонких тел. М.-Л.: ОГИЗ - Гостехиздат. 1948. 176с.
43. Рахматуллин Х. А., Сагомонян А. Я., Бунимович А. И., Зверев И. Н. Газовая динамика. М.: Высшая школа. 1965. 724 с.
44. Ван Дайк М. Альбом течений жидкости и газа.М.: Мир. 1986. 184с.
45.Ландау Л.Д, , Лифшиц Е.М. Теоретическая физика Том VIII. Электродинамика сплошных сред. Изд.2. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы. 1982. 634 с.
46. Басин А.М. Анфимов В. Н. Гидродинамика судна. Л.: Речной транспорт. 1961.
47 Басин А. М. Ходкость и управляемость судна. Ч. 1 .М.: Транспорт 1968.
48. Басин А.М. Ходкость и управляемость судов. М.: Транспорт.1977.
49. Войткунский Я.И., Першиц Р.Я,, Титов И. А, Справочник по теории корабля. Л.: 1960. 688 с.
50. Войткунский Я. И. Сопротивление воды движению судов. Л.: Судостроение. 1964.
51.Справочник по теории корабля. В трёх томах. Под редакцией Я.И. Войткунского. Л.: Судостроение. 1985.
52. Павленко Г. Е. Сопротивление воды движению судна. М.: Морской транспорт. 1956.
53. Егоров И. Т., Соколов В. Т. Гидродинамика быстроходных судов. Л.: Судостроение. 1971. 424с.(П. 12 написан по материалам М.А. Басина).

54.Костюков А. А. Теория корабельных волн и волнового сопротивления. Л.: Судпромгиз.1959.
55 Сретенский Л. Н. Теория волновых движений жидкости.М.: Наука. Главная редакция физико - математической литературы .1977. 816 с.
56. Габов С. А., Свешников А. Г.Линейные задачи нестационарных внутренних волн. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы. 1990 . 344 с.
57. Фрост Р. Из девяти книг. – М.: ИЛ. 1963 (Перевод А. Сергеева)
58. Эпштейн Л. А. Методы теории размерностей и подобия в задачах гидромеханики судов. Л.: Судостроение 1970.
59. Басин А.М., Веледицкий И.О., Ляховицкий А. Г. Гидродинамика судов на мелководье. Л.: Судостроение. 19
60. Басин А. М. Судно наименьшего волнового сопротивления на мелководье.Труды ЛКИ. 1940 Вып.V.
61. Басин А. М. Исследование движения судна в канале. Труды ЦНИИРФ, 1956. Вып.XXIII.
62. Басин А. М. Приближёное исследование волнового сопротивления судна, движущегося со сверхкритическими скоростями. Труды ЦНИИРФ, Л.: 1959. Вып.XXXIX.
63. Басин А. М. О форме судна наименьшего сопротивления , движущегося со сверхкритическими скоростями. Труды ЛИВТ. 1962 Вып. 33.
64. Басин А. М. Тонкие суда наименьшего сопротивления , движущиеся со сверхкритическими скоростями. Труды ЛИВТ. 1974. Вып. 147.
65. Басин А. М., Веледницкий И. О., Ляховицкий А. Г., Степанюк Е. И. Сверхкритические режимы движения судов на мелководье. Сборник «Сопротивление воды движению судов», Материалы по обмену опытом. НТО СП им акад. А.Н. Крылова. Л.: «Судостроение» 1969. Вып.127.
66. Басин А.М. Ляховицкий А.Г. Со сверхкритической скоростью «Водный транспорт» 1969. № 135 (5574)
67. Басин А.М., Ляховицкий А. Г. Особенности гидродинамики мелкосидящих судов со сверхкритическими скоростями. «Речной транспорт» 1972. № 12.
68. Басин А.М., Ляховицкий А. Г. Перспективы развития быстроходных водоизмещающих судов. «Речной транспорт» 1972. № 6.
69. Басин А.М., Ляховицкий А. Г. Речные водоизмещающие суда со сверхкритическими скоростями. «Судостроение» 1972. № 7.

70. Веледницкий И.О., Ляховицкий А.Г. Влияние характеристик теоретического чертежа на остаточное сопротивление быстроходных водоизмещающих судов в условиях мелководья. Труды ЛИВТ. 1968.
71. Веледницкий И.О., Ляховицкий А.Г., Степанюк Е.И. Некоторые вопросы ходкости и мореходности судов со сверхкритическими скоростями хода. Теория корабля. Материалы к XXIII научно-технической конференции ЛИВТ . 1969.
72. Ляховицкий А. Г. Сравнительная оценка сопротивления воды движению однокорпусных и двухкорпусных судов со сверхкритическими скоростями. Труды ЛИВТ. 1972. Вып. 133.
73. Маклаков Д. В. Нелинейные задачи гидродинамики потенциальных течений с неизвестными границами. М.: «Янус-К». 1997. 280с.
74. Миндлин И.М. Интегродифференциальные уравнения в динамике тяжёлой слоистой жидкости. –М. Наука. Физматлит 1996 304 с.
75. Шмидт – Ниельсен К. Размеры животных. Почему они так важны? М.: Мир.1987 С.8