Синергетика. Основы методологии. Равновесные состояния транспортно-информационных систем.

Примеры применения результатов Ю. К. Крылова, Б.И. Кудрина и В. П. Маслова о квантовании законов статистических распределений.

Басина Галина Ивановна
Басин Михаил Абрамович
НИЦ «Синергетика» Санкт-Петербургского союза учёных.
E-mail: basin@soft-tronik.spb.ru

В настоящее время сотрудниками Научно-исследовательского центра «Синергетика» Санкт-Петербургского союза учёных выполняется научная программа по созданию синергетической методологии исследования сложных транспортно-информационных систем, основные положения которой изложены в недавно опубликованной монографии [1].

Одним из важнейших пунктов разрабатываемой методологии является существенное использование того не до конца объяснённого экспериментального факта, который, по-видимому, является проявлением фундаментального закона природы: большинство объектов или процессов не существуют в единственном числе, а образуют группы или классы идентичных объектов или процессов.

Именно это свойство является, по нашему мнению, основанием, позволяющим человеку познавать окружающую природу, предсказывать будущее, в некоторой мере управлять будущими событиями и выживать в бурно меняющемся мире.

Структуры или процессы, входящие в совокупности идентичных или почти идентичных объектов, названы нами «квантами» (по аналогии с квантовой механикой), а совокупности идентичных или почти идентичных объектов - обобщёнными волнами.

Любая сложная система, состоящая из большого количества элементов и имеющая в природе некоторое количество аналогов, может одновременно рассматриваться и как квант, и как обобщённая волна. По отношению к своим элементам – квантам - она является обобщённой волной, а по отношению к совокупности систем, аналогичных данной, - квантом. Иерархия обобщённых волн-квантов может быть продолжена как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения масштабов (не только геометрических). При этом каждый уровень иерархии может рассматриваться и как обобщённая волна, и как квант, в зависимости от масштаба рассмотрения.

Такой подход позволил значительно расширить представление о волновых процессах и ввести классификацию волновых движений, структур и систем, опирающуюся на их общие волновые свойства, в рамках которой удалось проследить за характером влияния нелинейности на переход

классических линейных волновых движений в динамические структуры и сложные самоорганизующиеся транспортно-информационные системы.
[2] - [12].

Классификация проводится по трём параметрам

1. Классификация по типу:

    а. Обобщённые волны, представляющие собой классы идентичных объектов (квантов).

    б. Вероятностные волны, характеризующие изменение плотности вероятности отыскания системы или структуры в одном из возможных для неё состояний из континуума возможных состояний системы.

    в. Классические волны в сплошной среде, характеризующие изменение во времени и пространстве плотности какого-либо параметра или связанной между собой совокупности параметров сплошной среды.

2. Классификация по характеру взаимодействия с другими системами, аналогичная классификации конечномерных динамических систем:

    а. Свободные (собственные) волны.

    б. Вынужденные волны.

    в. Автоволны.

3.Классификация по степени нелинейности [1, 10, 12].

а. В качестве первого класса рассматриваются все волны относительно малой амплитуды, математическое описание которых может быть дано в виде совокупности решений линейных волновых уравнений в частных производных.

б. Ко второму классу, названному нами умеренно-нелинейными волнами, отнесены различные формы ударных волн в сплошных средах, солитоны, а также скачки тех или иных параметров в однородной среде и границы раздела сред. В качестве подкласса данного класса могут быть рассмотрены диссипативные континуальные структуры и структуры, формируемые в результате возникновения режимов с обострением [13].

Умеренно-нелинейные волны часто являются границами некоторых объёмов, которые они отделяют от окружающей среды – поля. Такие объемы мы будем называть телами-волнами.

3. К третьему классу, названному нами вихревыми волнами, отнесены вихревые структуры, формируемые вследствие пространственной потери устойчивости фронта и формы умеренно нелинейных волн.

4. К четвёртому классу, названному грибовидными структурами, отнесены структуры мультипольной природы, формирующиеся из вихревых структур и вторичных умеренно-нелинейных волн – вихревых пелён. Различные модификации и комбинации структур такого типа составляют основу практически всех объектов живой и неживой природы.

5. К пятому классу отнесены структуры, названные нами древовидными, геометрия и бифуркационная динамика которых может быть описана

методами математической теории графов, в частности, теории математических деревьев.
6. К шестому классу мы отнесли сложные, в том числе самоорганизующиеся системы, названные нами транспортно - информационными, и являющиеся, в основном, результатом трансформации и взаимодействия грибовидных и древовидных структур и волн более низких классов.

Несмотря на то, что четвёртый, пятый и шестой классы структур и систем встречаются и в неживой природе, наиболее широко они распространены в технических, биологических и социальных системах. Поэтому общие закономерности их динамики оказываются важными не только для физики и химии, но и, главным образом, для технических приложений, наук о Земле, биологии и наук о человеке и обществе.

Предложенная классификация позволила создать основы информационно-волновой теории взаимодействия волн, структур и систем, использование которой привело к открытию нового явления – вихре - волнового и структурного резонанса при взаимодействии волн, структур и систем различной природы.[14-37] Основными необходимыми условиями возникновения открытого явления являются пространственная близость в течение определённого промежутка времени взаимодействующих тел и (или) волновых картин, равенство их масштабов и способность их к взаимодействию с полем, приводящая к изменению некоторых основных свободных параметров взаимодействующих объектов.

Вихре - волновой и структурный резонанс может явиться одним из главных механизмов возникновения и стабилизации структур от нана- масштабов до масштабов Вселенной.- то есть одной из причин структуро- и системо-формирования, в частности, у биологических объектов и в социальных системах.

Транспортно-информационные системы формируют шестой класс предлагаемой нами классификации [1, 10, 12]. Их основным отличием является то, что они состоят из большого количества взаимодействующих между собой элементов, поведение каждого из которых не может считаться строго детерминированным. Внутри шестого класса могут быть выделены подклассы, различающиеся особенностями процессов, в которых участвуют входящие в них элементы (кванты) и подсистемы.

а) Системы квазидетерминированного типа, бифуркационные процессы внутри которых оказывают незначительное влияние на их макропараметры. Основным свойством таких систем является значительная разница между масштабами самой системы как обобщённой волны и отдельных элементов (квантов) её составляющих, а также близость геометрических параметров квантов и широкий спектр их энергетических уровней. Для их изучения существуют глубоко разработанные методы равновесной и неравновесной статистической физики, термодинамики и механики сплошных сред.

При этом квазидетерминированность на системном (волновом) уровне допускает различную степень хаотичности на уровне квантов. Большинство макроскопических объектов неживой природы относится к этому подклассу.

б) Транспортно-информационные системы, у которых реализуется иерархическая материальная и информационная связь между уровнем системы-волны и элемента – кванта.
В таких системах обычно выстраивается масштабная иерархия подсистем, каждая из которых может обладать свойствами волновых структур классов более низкого уровня. Эта масштабная иерархия имеет обычно квазифрактальный характер. При этом общее число квантов, входящих в систему оказывается значительно больше, чем число уровней иерархии. Именно в таких системах экспериментально наблюдается соответствующее их квази - фрактальной структуре степенное статистическое распределение масштабов элементов и подструктур. Отмечая главное свойство таких систем, наличие связей между уровнями иерархии, которое называют целостностью, Ю.К. Крылов назвал такие системы интаэросистемами, и предложил назвать науку, их изучающую, интаэрологией. [38-40]

В нашем нынешнем понимании синергетики интаэрология Ю.К. Крылова может стать одной из базовых составляющих синергетической методологии.

В транспортно - информационных системах второго типа часто существует некоторая величина, например, энергия, расход или объём, передаваемая с одного уровня иерархии на другой без изменения, также обеспечивающая целостность системы. Это условие является основанием для названия данного нами такого рода системам «идеальный трансформер».[42]
3. Транспортно- информационные системы, способные к размножению, то есть к формированию себе подобных систем.
Способность к размножению не является прерогативой только транспортно-информационных систем. Практически в той или иной степени это свойство характерно для любых колебательных и волновых систем, начиная от линейных колебаний и волн. Однако, когда мы переходим к рассмотрению транспортно – информационных систем третьего подкласса, то их размножение может иметь специфический характер, проявляя, особенно у живых систем, такую сложность, которую невозможно даже помыслить у структур более простых типов. Здесь возникают структурно-волновые резонансы и могут появляться логарифмические законы распределения параметров элементов.

4.Транспортно- информационные системы, способные моделировать свою динамику и динамику окружающей среды – поля и выбирать близкие к оптимальным модели бифуркационного поведения.

Именно у таких систем интенсивно развивается , определяя их эволюцию, внутренний контроллер, который назван нами гомеостатическим [1,12].

5.Транспортно- информационные системы, обладающие сознанием и творческими способностями.

Так как транспортно – информационные системы обычно состоят из большого числа элементов, которые могут отличаться как масштабами, так и другими параметрами, то при исследовании этих систем существенную роль играют соответствующие статистические закономерности.

Эти закономерности должны быть различными для транспортно-информационных систем трёх первых типов. Хотя ввиду сложности иерархической структуры систем второго и третьего и более высоких типов в них могут встречаться и распределения параметров, свойственные для систем других более низких типов.

Этой проблеме в настоящее время посвящено значительное количество работ, обзор которых дан в статьях и монографиях (см., например, [38-46]).

При этом, в большинстве работ было показано, что если система находится в состоянии статистического равновесия, то при возрастании количества элементов системы, распределения элементов по их свойствам оказываются со всё более возрастающей точностью удовлетворяющими нескольким достаточно простым законам. Для систем первого типа это закон описываемый показательными функциями, приводящий к основным соотношениям равновесной термодинамики, а для систем второго типа – это гиперболическая или более общая степенная зависимость, имеющая очень много названий, так как открыта она была в различных областях знаний.

Мы будем в дальнейшем придерживаться терминологии [38-42], и называть это распределение распределением Ципфа- Мандельброта. Существование этой зависимости и её универсальность свидетельствовали о том, что системы второго класса, куда относятся и многие самоорганизующиеся системы, обладают некоторым своим универсальным свойством, аналогичным второму закону термодинамики, которое заставляет эти системы стремиться к некоторому состоянию, статистические свойства которого отличаются от термодинамических. Возникал также вопрос о связи закона Ципфа-Мандельброта с экспоненциальными распределениями, характерными для систем первого подкласса. Для решения этих проблем предлагались различные физические модели.

Автор, например, обратил внимание на формальную аналогию между гиперболическим статистическим распределением и параметрами потока от вихрей и источников, в которых сохраняется расход и циркуляция, что позволило искать аналогии в поведении таких систем с вихревыми и грибовидными (дипольными) структурами . Кроме того, гиперболический закон изменения амплитуды колебаний и волн в зависимости от частоты наблюдается при резонансных явлениях, что в некоторых случаях, возможно, свидетельствует о резонансной природе распределения Ципфа-Мандельброта.

Важной проблемой является исследование нестационарных режимов, приводящих асимптотически к гиперболическим и более общим степенным распределениям. Прорывом в этом направлении оказалась теория самоорганизованной критичности, которая вскрыла один из возможных механизмов выхода системы второго класса на статистически равновесное для неё состояние со степенным законом распределения. [44 - 46]

Большой вклад в исследования нетрадиционых, как их ранее называли, распределений внесли Ю.К. Крылов и Б.И. Кудрин, вскрывшие многие математические особенности этих распределений и получившие богатый эмпирический материал [38-41].

Однако, явление казалось настолько всеобщим и возникающим в совершенно различных проблемах, таких как природные катастрофы, лесные пожары и землетрясения, рыночная экономика и распределение числа слов в словаре и тексте, количество книг и учёных, распределение видов в популяции и т.д. и т.п., что казалось, что должен быть некий универсальный закон природы, выражаемый самыми общими математическими формулами, не зависящими от той интерпретации, которая будет ей дана. Попытка отыскания такого закона была сделана Б.И. Кудриным и Ю.К. Крыловым, показавшими, что степенному изакону удовлетворяют распределения простых множителей набора целых чисел, что ещё раз указало на универсальность этого закона распределения, но не полностью решило проблему.[40]

Ещё один, более близкий к динамике систем подход, являющийся обобщением подходов Гиббса и Больцмана, был предложен Ю.К. Крыловым [38]. По его мнению, получение того или иного закона может быть осуществлено на пути, начатом Больцманом, при выводе экспоненциального закона распределения частот встречи состояний молекул в зависимости энергии этих молекул. А именно, отыскание такого распределения, которое даёт максимум числа разбиений множества на классы при некоторых дополнительных ограничениях.[38]. Путь, намеченный Ю. К. Крыловым оказался наиболее плодотворным. На этом пути С. П. Маслову [43] удалось доказать общую математическую теорему о свойствах множества отображений элементов множества целых чисел N_i, обладающих тем свойством, что их сумма постоянна и равна заданному числу N на совокупность n упорядоченных неотрицательных чисел λ_i $i = 1,...,n$ при некотором дополнительном условии относительно заданного числа $E(n)$. Приведём формулировку этой теоремы в несколько упрощённом виде для частного случая, который будет нас интересовать в данной работе.
Пусть

$$\overline{\lambda}(n) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i}{n} \text{ -} \tag{1}$$

среднее арифметическое набора значений λ_i .
Рассматриваются два случая

1. Если

$$\varepsilon \le E(n) \le \overline{\lambda}(n)N, \quad \varepsilon > 0, \tag{2}$$

то

$$\sum_{i=1}^{n} N_i \lambda_i \le E(n) \tag{3}$$

2. Если

$$E(n) \geq \bar{\lambda}(n)N, \tag{4}$$

то

$$\sum_{i=1}^{n} N_i \lambda_i \geq E(n) \tag{5}$$

При больших стремящихся к бесконечности значениях N, n зависимость $N_i(\lambda_i)$ может быть с некоторой точностью аппроксимирована следующим образом.

Введём понятие логарифмической плотности множества целых чисел $N(n)$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\ln N}{\ln n} = s\,. \tag{6}$$

Тогда

1. для $s=1$ имеем:

$$N_i = \frac{1}{\alpha e^{\beta\lambda_i} - 1}, \tag{7}$$

где параметры α, β связаны с $N(n)$ и $E(n)$ условиями

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\alpha e^{\beta\lambda_i} - 1} = N(n) \text{ и } \sum_{i=1}^{n} \frac{\lambda_i}{\alpha e^{\beta\lambda_i} - 1} = E(n)\ , \tag{8}$$

2. для $s>1$ имеем ,

$$N_i = \frac{1}{\beta\lambda_i + \ln\alpha} \tag{9}$$

где параметры α, β связаны с $N(n)$ и $E(n)$ условиями

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\beta\lambda_i + \ln\alpha} = N(n) \text{ и } \sum_{i=1}^{n} \frac{\lambda_i}{\beta\lambda_i + \ln\alpha} = E(n). \tag{10}$$

Из второй формулы получаем уравнение, связывающее α, β

$$\beta = \frac{n - N(n)\ln\alpha}{E(n)}\,. \tag{11}$$

Подставляя значение β в уравнение (10), получаем уравнение для α

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{[n - N(n)\ln\alpha]\lambda_i + E(n)\ln\alpha} = \frac{N(n}{E(n)} \tag{12}$$

Последнее уравнение может быть решено численно.

При больших значениях N, n В.П. Масловым [43] выполнена оценка возможных отклонений реальных распределений от предложенной аппроксимационной формулы. Мощность Множества отображений совокупности целых чисел на область чисел λ_i, не удовлетворяющее равенствам

$$\sum_{i=1}^{n} \left| N_i - \frac{1}{\alpha e^{\beta\lambda_i} - 1} \right| \leq \sqrt{n} \ln^{\frac{1}{2}+\varepsilon} n \text{ при } N \approx n, \quad s=1 \tag{13}$$

и

$$\sum_{i=1}^{n}\left|N_i - \frac{1}{\beta\lambda_i + \ln\alpha}\right| \le \frac{N}{\sqrt{n}} \ln^{\frac{1}{2}+\varepsilon} n \text{ при } N >> n, \quad s > 1 \tag{14}$$

отнесённое к мощности множества всех отображений, удовлетворяющих условиям теоремы, стремится к нулю при больших значениях $N, n,$

Основным новым результатом В.П. Маслова, который мы используем в дальнейшем, является то, что он показал, что оба типа распределений являются решением одной и той же задачи о максимуме числа вариантов разбиения множества элементов N, на n ячеек и нашёл критерий определяющий условия перехода одного распределения в другое. Таким образом, распределение Ципфа- Мандельброта стало теперь таким же каноническим, как и распределение Больцмана, на котором построена вся классическая термодинамика, то есть вся динамика неживых объектов.

Под многочисленные работы, выполненные в этом направлении, подведена общая математическая база. Однако, использование полученного результата и синтез его с уже известными достижениями в этом направлении исследований может дать синергетический эффект, взрыв новых результатов, получение которых было ранее проблематичным.

В настоящей работе мы покажем некоторые новые результаты, которые даёт синтез идей Ю.К. Крылова и Б.И. Кудрина с результатами В.П. Маслова.

В своих рассуждениях мы будем опираться на обозначения и результаты монографии Ю.К. Крылова и Б.И. Кудрина.[40]

Пусть Ω- множество произвольных объектов (квантов), включённых в некоторую транспортно-информационную систему (обобщённую волну). Классификацией Ω будем называть разбиение X данного множества Ω, содержащего в совокупности N элементов $(N = |\Omega| = Card\,\Omega)$ на классы эквивалентности $X_1, X_2, ..., X_r, ..., X_L$ с численностями $N_1, N_2, ...N_r, ..., N_L$, так что

$$\sum_{r=1}^{L} N_r = N \tag{15}$$

а численности классов образуют невозрастающую последовательность. Номер класса r в этой последовательности принято называть рангом этого класса, а само распределение - рангово - номинативным (ранговидовым) распределением. полном виде разбиение X может быть задано матрицей

$$X = \begin{Vmatrix} N_1 & N_2 & N_3 .... N_r ... N_L \\ X_1 & X_2 & X_3 ... \ X_r ... X_L \end{Vmatrix}, \tag{16}$$

Далее каждому классу эквивалентности X_r сопоставим некоторое положительное действительное число λ_r такое, что последовательность $\lambda_1, ..., \lambda_r, ..., \lambda_n$ будет неубывающей

Вычислим степенное среднее

$$\bar{\lambda}(\kappa, n) = \frac{1}{n}\sum_{r=1}^{n} \lambda_r^{\ \kappa}; \kappa > 0 \tag{17}$$

Зададим некоторое число $E(n)$, такое, что разбиение удовлетворяет следующему условию:

1. если

$$\varepsilon \le E(n) \le \bar{\lambda}(\kappa, n)N, \tag{18}$$

то

$$\sum_{r=1}^{n} N_r \lambda_r^{\kappa} \le E(n) \tag{19}$$

Если

$$E(n) \ge \bar{\lambda}(\kappa, n)N, \tag{20}$$

то

$$\sum_{r=1}^{n} N_r \lambda_r^{\kappa} \ge E(n) \tag{21}$$

В этом случае в соответствии с теоремой В.П.Маслова ранговидное распределение может быть при больших значениях N, n аппроксимировано следующими выражениями:

для

1 $s = 1$

имеем

$$N_r = \frac{1}{\alpha \exp(\beta \lambda_r^{\kappa}) - 1}, \tag{22}$$

Где параметры α, β связаны с $N(n)$ и $E(n)$ условиями

$$\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{\alpha \exp\left(\beta \lambda_r^{\kappa}\right) - 1} = N(n) \text{ и } \sum_{r=1}^{n} \frac{\lambda_r^{\kappa}}{\alpha \exp(\beta \lambda_r^{\kappa}) - 1} = E(n) \tag{23}$$

2.для

$$s > 1 \quad N_r = \frac{1}{\beta \lambda_r^{\kappa} + \ln \alpha}, \tag{24)}$$

где параметры α, β связаны с $N(n)$ и $E(n)$ условиями

$$\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{\beta \lambda_r^{\kappa} + \ln \alpha} = N(n) \text{ и } \sum_{r=1}^{n} \frac{\lambda_r^{\kappa}}{\beta \lambda_r^{\kappa} + \ln \alpha} = E(n) \tag{25}$$

Последняя система равенств может быть упрощена и сведена к одному уравнению относительно α,

$$\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{[n - N(n)\ln \alpha]\lambda_r^{\kappa} + E(n)\ln \alpha} = \frac{N(n)}{E(n)}, \tag{26}$$

которое может быть решено численно.

Затем величина β определяется по формуле (11)

Разрешающая способность полученных формул определяется соотношениями

$$\sum_{r=1}^{n}\left|N_r-\frac{1}{\alpha\exp(\beta\lambda_r^{\kappa})-1}\right|\le\sqrt{n}\ln^{\frac{1}{2}+\varepsilon}n \text{ при } N\approx n,\quad s=1 \quad (27)$$

и

$$\sum_{r=1}^{n}\left|N_r-\frac{1}{\beta\lambda_r^{\kappa}+\ln\alpha}\right|\le\frac{N}{\sqrt{n}}\ln^{\frac{1}{2}+\varepsilon}n \text{ при } N>>n,\quad s>1 \quad (28)$$

Эти соотношения получены при достаточно слабых ограничениях на вид разбиений и поэтому становится совершенно естественной их универсальность.

Если явление имеет некоторое общее ограничение, которое может быть названо обобщённой энергией, то разбиение при больших значениях числа элементов и числа классов естественным образом должно быть близко к экспоненциальному или степенному в зависимости от соотношения числа квантов и числа классов, на которые разбиваются кванты. При этом закон Ципфа- Мандельброта возникает тогда, когда число элементов становится значительно больше числа классов разбиения. Именно таковы условия в иерархических системах, в которых наблюдается обозримое число уровней иерархии, но на каждом уровне имеется сопоставимое или намного большее число элементов - квантов. Таковы, например спектры собственных значений линейных операторов. Возможно, что именно поэтому амплитудно-частотные характеристики резонансных процессов около резонансов имеют вид гиперболической зависимости.

Полученные результаты позволяют на новом уровне вернуться к идее идеального трансформера. [41]

Соотношение (24) указывает, что в иерархических системах на каждом уровне иерархии при наличии большого числа элементов приближённо локально должен выполняться ещё один сохранения, а именно

$$N_r(\lambda_r^{\kappa}+\frac{\ln\alpha}{\beta})=\frac{1}{\beta} \quad (29)$$

Величина $\frac{1}{\beta}$ оказывается инвариантом, передаваемым с одного уровня иерархии на другой.

Если положить $\ln\alpha\to 0$ и подобрать соответствующее значение $E(n)$, то мы получим схему идеального трансформера, с соотношением

$$N_r\lambda_r^{\kappa}=\frac{E(n)}{n} \quad (30)$$

Уравнение же для задания $E(n)$, соответствующего идеальному трансформеру, будет иметь вид.

$$E(n)=\frac{nN(n)}{\sum_{r=1}^{n}\frac{1}{\lambda_r^{\kappa}}} \quad (31)$$

Второй проблемой ранговидных распределений является отыскание связей между номером – класса r и основным параметром λ_r, характеризующим данный класс.

Один из простейших вариантов такой связи был указан Ю.К. Крыловым.[38] «Для систем произвольной природы понятие полной энергии часто не имеет прямого аналога. Однако в некоторых конкретных задачах содержательной интерпретацией обладает первый начальный момент $(\lambda_r = r)$

$$E_1 = \sum_{r=1}^{n} rN_r \tag{32}$$

Так, например, если N_r имеет смысл числа различных r - кратных слов в тексте, то N и E_1, соответственно равны объёму словаря (числу различных слов) в тексте и длине текста (в словоупотреблениях). Если же считать, что N_r равно количеству r - буквенных слов, то N приобретает смысл длины текста в словоупотреблениях, а E_1 равно общему числу графем.»

Для идеального трансформера в этом случае можно установить аналитическую связь между $N(n)$ и $E(n)$

$$E(n) = N(n)n\left\{\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{r}\right\}^{-1} \tag{33}$$

Используя [47], получим

$$\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{r} = C + \ln n + \frac{1}{2n} - \sum_{k=2}^{\infty} \frac{A_k}{n(n+1)...(n+k-1)},$$
$$A_k = \frac{1}{k}\int_0^1 x(1-x)(2-x)(3-x)...(k-1-x)dx \tag{34}$$
$$A_2 = \frac{1}{12}; \quad A_3 = \frac{1}{12}; \quad A_4 = \frac{19}{80}; \quad A_5 = \frac{9}{20}$$

При стремлении n к бесконечности для идеального трансформера устанавливается следующая связь между величинами $N(n),\quad E(n)$

$$E(n) \approx \frac{N(n)n}{\ln n} \tag{35}$$

Наряду с ранговой формой представления используется спектральное или видовое распределение .[40]

Чтобы перейти от матрицы рангового распределения к спектральному (видовому) распределению, достаточно:

а) упорядочить строки (16) по убыванию численностей первого столбца;

б) поменять столбцы местами.

в) из каждого элемента второго столбца вновь образуемой матрицы вычесть аналогичный элемент нижерасположенной строки.

В результате получим видовое рапределение (36):

$$V(X)=\left\|\begin{matrix} 1 & m(1) \\ 2 & m(2) \\ \dots & \\ k & m(k) \\ \dots & \\ \dots & \\ n(1) & m(n(1)) \end{matrix}\right\| \qquad (36)$$

В (36) $m(k)$ имеет смысл числа классов эквивалентности (видов) обладающих кратностью (количеством элементов в классе), равной k . В этом случае соотношения, необходимые для применения теоремы В.П. Маслова выполняются автоматически без введения дополнительных параметров типа энергии.

$$\sum_k m(k)=L;$$
$$\sum_k k*(m(k))=N \qquad (37)$$

при этом количество чисел $m(k)$ равно R.

Роль числа классов n будет играть число групп видов, имеющих одинаковые численности - R, роль λ_r-число элементов в классе k , роль числа элементов в классе - N_r- число классов эквивалентности – (видов), обладающих кратностью, числом элементов в классе) равной k - $m(k)$. В этом случае суммарное число различных видов, которое мы ранее называли n, будет называться объёмом словаря L и играть в теореме В.П. Маслова роль числа элементов N. Общее же число элементов N играет роль суммарной энергии E.

Тогда применительно к видовому спектральному распределению получаем следующие формулы.

При больших стремящихся к бесконечности значениях L, R зависимость $m(k_i)$ может быть с некоторой точностью аппроксимирована следующим образом в зависимости от характера стремления L, R к бесконечности.

Введём понятие логарифмической плотности множества целых чисел $L(R)$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\ln L}{\ln R}=s_1. \qquad (38)$$

Тогда

1 для $$s_1=1 \quad m(k_i)=\frac{1}{\alpha_1 e^{\beta_1 k_i}-1} \qquad (39)$$

где параметры α_1, β_1 связаны с $L(R)$ и $N(R)$ условиями

$$\sum_{i=1}^{R}\frac{1}{\alpha_1 e^{\beta_1 k_i}-1}=L(R) \text{ и } \sum_{i=1}^{R}\frac{k_i}{\alpha_1 e^{\beta_1 k_i}-1}=N(R). \qquad (40)$$

2. для $s_1 > 1 \quad m(k_i) = \dfrac{1}{\beta_1 k_i + \ln\alpha_1}$, (41)

где параметры α_1, β_1 связаны с $L(R)$ и $N(R)$ условиями

$$\sum_{i=1}^{R} \frac{1}{\beta_1 k_i + \ln\alpha_1} = L(R) \qquad (42)$$

$$\sum_{i=1}^{R} \frac{k_i}{\beta_1 k_i + \ln\alpha_1} = N(R) \qquad (43).$$

Преобразуя формулу (43) уравнение, связывающее α_1, β_1

$$\beta_1 = \frac{R - L(R)\ln\alpha_1}{N(R)} \qquad (44)$$

Подставляя значение β_1 в уравнение (42), получаем единственное уравнение для α_1

$$\sum_{i=1}^{R} \frac{1}{[R - L(R)\ln\alpha_1]k_i + N(R)\ln\alpha_1} = \frac{L(R)}{N(R)}. \qquad (45)$$

Если учесть, что величина L в спектральном распределении равна числу n в ранговом распределении, то можно установить закон рангового распределения, соответствующий тому или иному спектральному распределению. Эта задача требует специального рассмотрения и её решение может привести к получению новых качественных результатов. Если применение теоремы В.П. Маслова к ранговому распределению позволяет анализировать внешние свойства системы, вводя дополнительный параметр типа энергии, то применение той же теоремы к спектральному распределению позволяет ввести некоторый внутренний параметр изменение которого даёт возможность варьировать тип распределения квантов в обобщённой волне, не прибегая к введению дополнительных внешних ограничений.

«С другой стороны, каждое разбиение X порождает так называемое сопряжённое распределение Y.

По определению разбиение $Y = \{Y_1, Y_2, ..., Y_k, ..., Y_3\}$ с численностями $l_1, l_2, ..., l_k, ..., l_s$ называется сопряжённым по отношению к X, если

1. Любое пересечение $X_r \cap Y_k$ содержит не более одного элемента.
2. Из условия $X_r \cap Y_k \neq \phi$ следует $X_j \cap Y_k \neq \phi$ для всех классов X_j разбиения X таких, что $n_j \geq n_r$

$$R(Y)=\left\|\begin{matrix} y(R) & x(R) \\ \dots & \\ y(i) & x(i) \\ \dots & \\ y(2) & x(2) \\ y(1) & x(1) \end{matrix}\right\|» \ [40](46)$$

Если мы обратим внимание на оценку погрешности, задаваемой распределением Ципфа - Мандельброта, то при очень больших N по сравнению с n разрешающая способность аппроксимации становится очень низкой. Возникает сомнение в адекватности аппроксимации в этом случае. И действительно теорема В. П. Маслова позволяет получить более адекватную оценку предпочтительного распределения в случае, когда число элементов в классе, имеющем максимальное число элементов, становится соизмеримым с общим числом элементов. Косвенно это свидетельствует о том, что число n не просто мало, но очень мало по сравнению с N.

Получить конкретный результат здесь можно, рассматривая возможность применения теоремы В.П. Маслова к распределению, сопряжённому к данному. Число элементов класса наибольшей мощности первичного разбиения $l(1)$ равно словарю сопряжённого разбиения. Каждому номеру j сопоставим в общем случае неубывающую последовательность величин ν_j.

Кроме того, каждому j соответствует некоторое значение $i(j)$. Числа i меняются от 1 до n. В этом случае к сопряжённому разбиению может быть применена теорема В.П. Маслова.

Её формулировка может выглядеть следующим образом.

Каждому классу эквивалентности Y_j сопоставим некоторое положительное действительное число ν_j такое, что последовательность $\nu_1,...,\nu_j,...,\nu_{l(1)}$ будет неубывающей.

Вычислим некоторое степенное среднее

$$\nu(\kappa,l(1))=\frac{1}{l(1)}\sum_{j=1}^{l(1)}\nu_j{}^{\kappa};\kappa>0. \qquad (47)$$

Зададим некоторое число $E(l(1))$, такое, что разбиение удовлетворяет следующему условию

1 Если

$$\varepsilon\le E(l(1))\le\bar{\nu}(\kappa,l(1))N, \qquad (48)$$

то

$$\sum_{j=1}^{l(1)}i(j)\nu_j{}^{\kappa}\le E(l(1)) \qquad (49)$$

2.Если

$$E\big(l(1)\big) \geq \bar{\nu}(\kappa, l(1))N, \tag{50}$$

то

$$\sum_{r=1}^{n} i(j)\nu_j^{\ \kappa} \geq E(l(1)) \tag{51}$$

В этом случае ранговое распределение может быть при больших значениях $N,\ \ l(1)$ аппроксимировано следующими выражениями

Введём понятие логарифмической плотности множества целых чисел $N(l(1))$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\ln N(l(1))}{\ln l(1)} = s\,. \tag{52}$$

Тогда для

$$1\ \ s=1 \quad i(j) = \frac{1}{\alpha_2 \exp(\beta_2 \nu_j^{\ \kappa}) - 1} \tag{53}$$

Где параметры α_2, β_2 связаны с $N(l(1))$ и $E(l(1))$ условиями

$$\sum_{j=1}^{l(1)} \frac{1}{\alpha_2 \exp\big(\beta_2 \nu_r^{\ \kappa}\big) - 1} = N(l(1)) \text{ и } \sum_{j=1}^{l(1)} \frac{\nu_j^{\ \kappa}}{\alpha_2 \exp(\beta_2 \nu_j^{\ \kappa}) - 1} = E(l(1)) \tag{54}$$

$$2.\ \ s>1 \quad i(j) = \frac{1}{\beta_2 \nu_j^{\ \kappa} + \ln \alpha_2} \tag{55}$$

Где параметры α_2, β_2 связаны с $N(l(1))$ и $E(l(1))$ условиями

$$\sum_{j=1}^{l(1)} \frac{1}{\beta_2 \nu_j^{\ \kappa} + \ln \alpha_2} = N(l(1)) \text{ и } \sum_{r=1}^{n} \frac{\nu_j^{\ \kappa}}{\beta_2 \nu_j^{\ \kappa} + \ln \alpha_2} = E(l(1))\,. \tag{56}$$

Последняя система равенств может быть упрощена и сведена к одному уравнению относительно α_2

$$\sum_{j=1}^{l(1)} \frac{1}{[l(1) - N(l(1)) \ln \alpha_2] \nu_j^{\ \kappa} + E(l(1)) \ln \alpha_2} = \frac{N(l(1))}{E(l(1))},, \tag{57}$$

которое может быть решено численно.

Затем величина β_2 определяется по формуле

$$\beta_2 = \frac{n = N(n) \ln \alpha_2}{E(n)} \tag{58}$$

Разрешающая способность полученных формул определяется соотношениями

$$\sum_{j=1}^{l(1)} \left| i(j) - \frac{1}{\alpha_2 \exp(\beta_2 \nu_j^{\ \kappa}) - 1} \right| \leq \sqrt{l(1)} \ln^{\frac{1}{2}+\varepsilon} l(1) \text{ при } N \approx l(1), \quad s=1 \tag{59}$$

и

$$\sum_{j=1}^{l(1)} \left| i(j) - \frac{1}{\beta \nu_j^{\ \kappa} + \ln \alpha} \right| \leq \frac{N}{\sqrt{l(1)}} \ln^{\frac{1}{2}+\varepsilon} l(1) \text{ при } N >> n, \quad s>1\ N >> l(1), \quad s>1 \tag{60}$$

Полученные результаты позволяют на новом уровне вернуться к идее идеального трансформера. [42]
Соотношение

$$i(j)=\frac{1}{\beta_2 \nu_j{}^{\kappa}+\ln\alpha_2} \tag{61}$$

указывает, что в иерархических системах на каждом уровне ранжирования приближённо локально может выполняться ещё один закон сохранения, а именно

$$i(j)[\nu_j{}^{\kappa}+\frac{\ln\alpha_2}{\beta_2}]=\frac{1}{\beta_2} \tag{62}$$

Если положить $\ln\alpha_2 \to 0$ и подобрать соответствующее значение $E(l(1))$, то мы получим схему идеального трансформера второго рода, с соотношением

$$i(j)\nu_j{}^{\kappa}=\frac{1}{\beta_2}\ , \tag{63}$$

но

$$\beta_2=\frac{l(1)}{E(l(1))} \tag{64}$$

И тогда

$$i(j)\nu_j{}^{\kappa}=\frac{E(l(1))}{l(1)} \tag{65}$$

Таково основное условие существования идеального трансформера второго рода.
Обратим полученные формулы.
Тогда для

$$s=1 \quad i(j)=\frac{1}{\alpha_2\exp(\beta_2\nu_j{}^{\kappa})-1}$$

$$i(j)\alpha_2\exp(\beta_2\nu_j{}^{k})=i(j)+1$$

$$1 \quad \beta_2\nu_j{}^{k}=\ln\frac{i(j)+1}{\alpha_2\ i(j)} \tag{66}$$

$$\nu_j=\beta_2{}^{-\frac{1}{\kappa}}\left[\ln\frac{i(j)+1}{\alpha_2\ i(j)}\right]^{\frac{1}{\kappa}}$$

Если положить $\nu_j=j$, тогда распределение примет вид

$$j=\beta_2{}^{-\frac{1}{\kappa}}\left[\ln\frac{r+1}{\alpha_2\ r}\right]^{\frac{1}{\kappa}} \tag{67}$$

$$s>1 \quad i(j)=\frac{1}{\beta_2 \nu_j^{\kappa}+\ln\alpha_2}$$

$$.\ i(j)\beta_2\nu_j^{\kappa}+i(j)\ln\alpha_2=1 \tag{68}$$

$$\nu_j^{\kappa}=\frac{1-i(j)\ln\alpha_2}{\beta_2\, i(j)}$$

Окончательно получаем

$$\nu_j=\left[\frac{1-i(j)\ln\alpha_2}{\beta_2\, i(j)}\right]^{\frac{1}{\kappa}} \tag{69}$$

Если принять

$\nu_j=j$, то получим

$$j=\left[\frac{1-r\,\ln\alpha_2}{\beta_2 r}\right]^{\frac{1}{\kappa}} \tag{70}$$

Для идеального трансформера второго рода $\ln\alpha_2=0$

$$j=\left[\frac{1}{\beta_2 r}\right]^{\frac{1}{\kappa}}=\tilde{\beta}_2 r^{-\frac{1}{\kappa}},\ \text{где}\ \tilde{\beta}_2=\beta_2^{-\frac{1}{k}} \tag{71}$$

Если $\kappa=1$, то получаем гиперболический закон распределения.

$$j=\frac{\tilde{\beta}_2}{r},(r-1,2,...,n) \tag{72}$$

Остановимся более подробно на формуле (67), которой можно придать следующий вид:

$$j=\tilde{\beta}_2\left[\ln(1+\frac{1}{r})-\ln\alpha_2\right]^{\frac{1}{\kappa}} \tag{73}$$

Предположим, что $\kappa=1$; Тогда имеем

$$j=\beta_2^{-1}\left[\ln(1+\frac{1}{r})-\ln\alpha\right] \quad r=1,2,...,n; \tag{74}$$

Коэффициенты аппроксимации могут быть приближённо определены следующим образом

В случае $r=1$,

$$j=\beta_2^{-1}\left[\ln(2)-\ln\alpha\right]=l(1) \tag{75}$$

С другой стороны при $r=n$, приближённо полагая $j=1$, получаем

$$\beta_2\approx\frac{1-n\ln\alpha_2}{n} \tag{76}$$

Подставляя (76) в (75) , получаем

$$\frac{n\left[\ln(2)-\ln\alpha_2\right]}{1-n\ln\alpha_2}=l(1); \quad n\ln 2-n\ln\alpha_2=l(1)-l(1)n\ln\alpha_2;$$

$$n\ln\alpha_2(l(1)-1)=l(1)-n\ln 2$$

Окончательно получаем

$$\ln\alpha_2=\frac{l(1)-n\ln 2}{n(l(1)-1)}\approx\frac{1}{n} \tag{77}$$

$$; \quad \beta_2=\frac{1-\dfrac{l(1)-n\ln 2}{l(1)-1}}{n}=\frac{n\ln 2-1}{n(l(1)-1)} \tag{78}$$

Приближённо получаем следующую аппроксимацию:

$$j=\frac{l(1)}{\ln 2}\left[\ln(1+\frac{1}{r})-\frac{1}{n}\right] \quad r=1,2,...,n; \tag{79}$$

Это соотношение характеризет логарифмический закон распределения элементов в системе. Для появления такого закона распределения необходимо, чтобы первый ранг содержал большое число элементов, соизмеримое с их общим числом.

Если рассматривать гуманитарные приложения, то это диктаторские, монополистские режимы, когда хозяин забирает почти всё: власть, деньги, товары, а слугам достаются крохи. Эти режимы должны возникать при ограниченных ресурсах и их стабильность зависит только от «хозяина», получающего львиную долю ресурсов.

Рождение таких режимов предположительно может осуществляться в следующих случаях. В рамках старой иерархии, вследствие резонансных процессов, связанных с взаимодействием с внешней средой (полем), (в частности, вихре-волнового или структурного резонанса) возникает резкий рост числа квантов одного типа (например, за счёт размножения). Рядом с ним близкие по классу ранги либо вымирают, либо стремятся за этим рангом, но сильно отстают от него. Возникает логарифмический закон распределения с очень слабым хвостом, но с резким пиком параметров.

Такие системы могут возникать в некоторых резонансных условиях и существовать не очень долго, так как они исчезают и превращаются в системы со степенными законами как при увеличении ресурса, так и при гибели ранга, соответствующего вершине. Здесь, по-видимому, причина того, почему не могут существовать долго быстро сформированные диктаторские империи.

Однако, распределения такого рода должны играть существеннейшую роль при рождении новых структур и систем, так как быстрый выход на новую систему со степенным законом распределения из экспоненциального закона, по-видимому, маловероятен. То есть, переход от термодинамического экспоненциального распределения к степенному, по-видимому, возможен в некоторых критических условиях через обнаруженный нами теоретически логарифмический закон. А рост числа квантов одного ранга возможен лишь, если они за счёт каких-либо причин способны интенсивно размножаться. Таким образом, выход на логарифмический закон возможен через обращение экспоненциального распределения за счёт создания внешних условий для размножения популяции определённого ранга, находящейся на периферии предыдущей обобщённой волны.

Качественным аналогом такого режима может служить перестройка, когда на фоне всеобщего равенства во время полного изменения законодательства, за счёт новых условий родился новый класс олигархов, людей имеющих гигантские капиталы при ограниченности денег в стране. Для них, по-видимому, реализовывался логарифмический закон. Однако, с увеличением производства и с борьбой между ними стало увеличиваться суммарное число денег, а рост доходов первых олигархов замедлился. Некоторые из нх исчезли. Система переходит в новое состояние, характеризуемое степенным законом распределения богатства и власти.

Итак синергетическое объединение двух напрквлений исследований позволило предсказать существование нового закона распределения элементов в транспорно-информационных системах – логарифмического, появления которого следует ожидать в транпортно-информацонных системах третьего типа.

Задача теперь состоит в экспериментальном обнаружении логарифмических законов распределения и определении условий их возникновения.

Литература

1. Басина Г.И., Басин М. А. Синергетика. Основы методологии. СПб.: Норма. 2006. 56с.

2. Басин М. А. , Завадовский Н.Ю. Модель двойного спирального вихря как предельная форма свободной поверхности для нестационарного потока идеальной несжимаемой жидкости . Труды семинара по обратным краевым задачам . Выпуск 22. Казань. КГУ.1985.

3. Basin M. A. Wave Formation by the Motion of Surface Ship Hydrodynamic Complex near the Free Boundary. Classification of Nonlinear Waves. Vortex-wave Resonance. Papers of IMAM 93 Congress. Edited by P.A. Bogdanov. Vol.II. Varna . Bulgaria. November 15-20. 1993. P.51-58.

4. Басин М.А. Волновой подход к исследованию структур и систем . Реальность и субъект . Т.2.№№2-3 СПб 1998. С. 57-72

5. Басин М.А. Основы классификации нелинейных волновых движений, вихрей и транспортных систем. Синергетика и методы науки. (Под редакцией М.А. Басина) СПб.: Наука. 1998. С.95-131

6. Басин М.А., Шилович И.И. Синергетика и Internet. Путь к Synergonet. СПб.: Наука. 1999. 72с.

7. Басин М.А. Волны. Кванты. События. Волновая теория взаимодействия структур и систем. Ч.1.СПб.: Норма. 2000. 168с

8. Басин М.А. Спиральные числа. Степенные особенности. Волны. Вихри. Грибовидные структуры. Транспортно-информационные системы. Международная междисциплинарная научно-практическая конференция: «Современные проблемы науки и образования». Керчь, 27.06-4.07.2001. Ч.1. Харьков. 2001. С.12-13.
9. Басин М.А. Информационно-волновая теория структур и систем. Материалы Второй научной конференции Санкт-Петербургского союза учёных: «Проблемы и перспективы междисциплинарных фундаментальных исследований. 10-12 апреля 2002 года СПб. 2002 С.8-9.
10. Басин М.А. Компьютеры. Вихри. Резонансы. Волновая теория взаимодействия структур и систем. Ч.2.СПб.: Норма. 2002. 144с.
11. Басин М.А. , Шилович И.И. Путь в Synergonet. СПб.: Норма. 2004.128с.
12. Басина Г.И., Басин М.А. Синергетика. Эволюция и ритмы человечества. СПб.: Норма. 2003. 260с.
13. Режимы с обострением. Эволюция идеи. Законы коэволюции сложных структур. М.: Наука. 1998. 255с.(Кибернетика: неограниченные возможности и возможные ограничения). .
14. Басин М. А., Егоров И. Т., Садовников Ю. М., Шалларь А.В. Нестационарные явления при обтекании установившимся потоком кавитирующих подводных крыльев с длиной каверны, близкой к хорде. // Труды НТО СП. Вып. 143. Л.: Судостроение. 1970. С.68-71.
15. Егоров И. Т., Садовников Ю. М., Исаев И. И., Басин М.А. Искусственная кавитация.- Л.: Судостроение. 1971, 284с.
16. Егоров И. Т., Басин М. А., Садовников Ю. М., Шалларь А. В. Методика экспериментального исследования в кавитационных трубах и на гидродинамических стендах физических явлений и гидродинамических характеристик подводных крыльев при различных режимах кавитационного обтекания. // Экспериментальная гидродинамика судна. Матер. По обмену опытом. Вып. 190. Л.: 1972. Сс.94-100.
17. Басин М. А., Шалларь А. В. Нестационарная схема обтекания кавитирующего крыла установившимся потоком// Труды НТО СП. Вып.192. Л.: 1973 .
18. Басин М. А., Косов Б. В., Шалларь А. В. Способ уменьшения сопротивления и вибрации крыльевого гидродинамического профиля. АС №477879 от 29.03.75. Заявка №1938937 с приоритетом от 2.07.73.
19. Басин М. А. Шадрин В. П. Гидро- аэродинамика крыла вблизи границы раздела сред.- Л.: Судостроение. 1980, 304с.
20 Басин М. А. О силах, действующих на крыло, движущееся вблизи свободной поверхности весомой жидкости. Доклад на конференции: «Гидродинамика крыла, движущегося вблизи свободной поверхности жидкости, и глиссирующих поверхностей». Л.:1982
21. Басин М. А. Зилист Л. П. Теория и расчет гидродинамических характеристик кавитирующих крыльев. Гидродинамика высоких скоростей. Матер. по обмену опытом. Труды НТО СП. Вып. 3 Л.: Судостроение, 1983. Сс.15-30

22. Басин М. А. Об изменении вектора суммарной завихрённости сплошной среды при движении в ней твердого тела и при движении её внутри твердого сосуда// ИАН СССР. Механика жидкости и газа №1. М.: 1984.
23. Басин М. А. Изменение моментов поля завихрённости жидкости при движении в ней твердого тела// Совершенствование ходовых, мореходных и маневренных качеств судов. Материалы по обмену опытом. Вып. 400. Л.: Судостроение. 1984. Сс.49-54.
24. Басин М. А., Лордкипанидзе А. Н., Ткач А. Я. Явление вихре-волнового резонанса при исследовании гидродинамических характеристик подводного крыла, движущегося вблизи свободной поверхности весомой жидкости.// Труды НТО СП. Вып. 414. Л.: Судостроение. 1985. Сс.23-31.
25. Басин М. А. Учет влияния кавитации на характеристики подводного крыла// Справочник по теории корабля под редакцией Я. И. Войткунского. Том 3. Л.: Судостроение. 1985. Сс.314-319.
26. Басин М. А., Бочагов В. И., Мизина М. Я., Охрименко Г. Г., Пономарёв А. В., Сидоров В. П., Титов В. Г. Результаты теоретико-экспериментальных исследований несущих поверхностей с интерцепторами.// Доклад на всесоюзном семинаре. Новосибирск: 1988.
27. Амромин Э. Л., Басин М. А. Бушковский В. А. Два решения пространственной задачи о предельных волнах на поверхности весомой жидкости.//Изв. АН СССР. Прикладная математика и механика т.54. №1. 1990.
28. Басин М. А., Лордкипанидзе А. Н., Ткач А. Я. Решение задачи о стационарном движении несущей поверхности вблизи границы раздела сред. Вихре - волновой резонанс.// Труды НТО СП. Вып.1. Л.: 1990.С.115-127.
29. Басин М. А. Основные уравнения вихревого движения жидкости. Вихре - волновой резонанс.// Материалы по обмену опытом. Труды НТО СП. Л:.Судостроение. 1990.
30. Basin M.A. Basic Equations of Vortex Fluid Motion. Vortex-Wave Resonance. //IUTAM Symposium on Separated Flows and Jets. Novosibirsk: USSR 1990. Pp. 39-41 Springer - Verlag. Berlin -Heidelberg 1990. V. V. Kozlov, A.V. Dulov (Editors). Pp.113-116.
31.Басин М. А. Вихре-волновой резонанс в гидродинамике подводного крыла // Международный симпозиум, по гидродинамике судна, посвящённый 85 летию со дня рождения А.М. Басина. Л.: 1995 Сс.399-407.
32. Basin M.A., Borisov R.V., Greengoltz A.L., Guseev A. S. Kagan L.S. Theoretical and Experimental Determination of the Forces of Viscous Nature by the Vibration of the Bodies at the Fluid. //Proceedings of the XV Ubileum Seminar on the Ship Hydrodynamics. Varna. Bulgaria. 1986.
33.Basin M.A., Lordkipanidze A.N., Tkach A. Ja.
Vortex-Wave Resonance in the Hydrodynamics of Foil, moving near the Interface of the Different Density Media.// Waves and Vortices in the Ocean and their Laboratory Analogues. The Fifth Annual Workshop of the Commission on the Problems of the World Ocean. Vladivostok, September 23-29 1991, p.15-16.

34. Basin M. A., Shaposhnikov I.G., Zilist L.P. Problems, Methods and Results in Hydrofoil Cavitation. //Proceedings of the Second International Symposium on Cavitation. April 1994. Tokyo.P.99-105.
35. Basin M.A. Vortex-Wave Resonance//Proceedings of the First International Conference on Vortex Methods. November 4-5, 1999 Kobe Japan
36. Basin M.A. Vortex-Wave Resonance// The Paper, presented on the Conference INSC 2006 Greece.
37.Басин М.А. Вихре - волновой и структурный резонанс. Возникновение и особенности. Международная междисциплинарная научная конференция : «Идеи синергетики в естественных науках. Курдюмовские чтения». Тверь. 20-23 апреля 2006 года.
38. Крылов Ю.К. Интаэрология и синергетика. Синергетика и методы науки. (Под ред. М.А. Басина) СПб .: Наука 1998 С.77-94.
39. Крылов Ю.К. Интаэрология : принципы построения целостных систем. Ценологические исследования. Вып.3 М.:1997; Становление философии технетики: техническая реальность и технетика. М.: 1997.
40. Крылов Ю.К., Кудрин Б.И. Целочисленное аппроксимирование ранговых распределений и идентификация техноценозов. Цитологические исследования. Одиннадцатый выпуск. Москва 1999 Центр системных исследований.
41.Кудрин Б. И. Техногенная самоорганизация. Материалы к конфереціям 2004 г. вып. 25. «Ценологические исследования»- М.: Центр системных исследований.2004. 248 с.
42.Басин М.А. К теории идеального трансформера. Синергетика и методы науки. (Под редакцией М.А. Басина) СПб.: Наука. 1998. С. 356-375
43. Маслов В. П. Квантовая экономика. М.: Наука 2005. 68 с.
44. Управление риском: Риск. Устойчивое развитие. Синергетика М. Наука.2000 431 с. (Серия «Кибернетика: неограниченные возможности и возможные ограничения»)
45.Bak P., Tang C. Wiesenfeld K. Self-organized criticality //Phys. Rev. A.1988.V.38.N ! P.364-374.
46. Bak P. How nature works: the science of self-organized criticality. Springer Verlag. New-York , Inc.1996 205p.
47. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений . М.: Наука 1971.1108с.