Лекция 1 (15.02.2007г.)

СООТНОШЕНИЕ ОПРЕДЕЛЕННОСТИ И СЛУЧАЙНОСТИ В ФИЗИЧЕСКИХ ЗАКОНАХ.

Стремление понять, как устроен окружающий мир, является одним из главных мотивов активной деятельности homo sapiens (человека разумного). Приведу цитату из недавно вышедшей в свет книги известного физика- теоретика Дэвида Дойча, специалиста по квантовым компьютерам и квантовым вычислениям:

«Если мы хотим понять мир не поверхностно, а более глубоко, нам помогут не наши предрассудки, приобретенные мнения и даже не здравый смысл, а современные физические теории, которые не только более истинны, чем здравый смысл, в них гораздо больше смысла, чем в здравом смысле» (David Deutsch “The Fabric of Reality”).

Конечно, далеко не все разделяют мысль о том, что именно физические теории должны быть универсальным ключом для познания мира. Мы являемся свидетелями расцвета самых разнообразных оккультных учений, возрождения религий и теологии. Некоторые пируэты этих так называемых наук бывают столь оригинальны, что вызывают восхищение. Так, например, согласно Библии, бог создал Землю примерно 6000 лет назад, а физики утверждают, что возраст Земли 4,7 млрд. лет. Однако теологи не видят в этом никакого противоречия, потому что, по их мнению, бог создал Землю 6000 лет назад, но таким образом все обустроил, чтобы физикам с их могучими приборами казалось, что это произошло 4,7 млрд. лет назад. Многие у нас верят в судьбу, астрологические прогнозы, предсказания ясновидящих, знахарей и целителей, сверхъестественные силы и многое другое.

С другой стороны, нужно признать, что и физика не располагает в настоящее время единой законченной теорией, которую можно положить в основу мироздания. По большому счету, есть три несвязанные между собой фундаментальные теории взаимодействий – это квантовая теория электромагнетизма (или квантовая электродинамика), теория гравитации, т.е. общая теория относительности, и теория ядерных сил. Кроме того, мы располагаем гипотезой Большого Взрыва, т.е. гипотезой происхождения Мира. Дальнейшие перспективные планы физики связывают с созданием единой теории взаимодействий, которая в совокупности с теорией начального состояния, возможно, позволит предсказать в принципе все. Действительно ли так безграничны возможности точной физической науки?

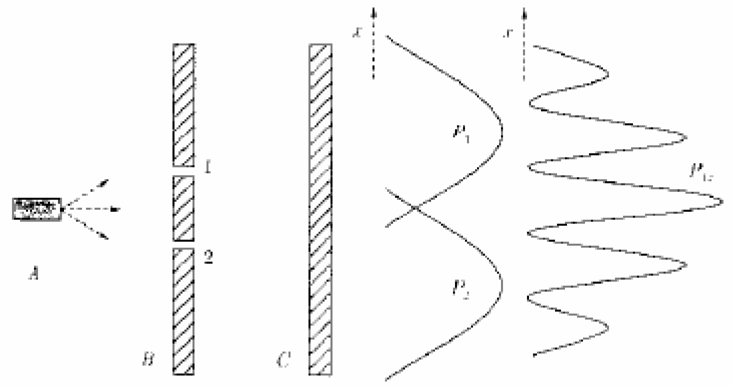
Мы не будем далее углубляться в рассуждения о перспективах создания единой теории взаимодействий и о прочих связанных с этим вещах, а поговорим о другом – о характере физических теорий, об их главных отличительных особенностях, которые позволяют так высоко оценивать их значение. Бытует ошибочное мнение, что главная цель физической теории – это точное предсказание определенного результата, того или иного события, исхода, явления. Совсем нет. Несмотря на то, что физическая теория имеет стройную математическую форму, позволяющую что-то вычислить, все-таки ее главной отличительной чертой является то, что она дает объяснение, почему в данном конкретном случае наблюдается то или иное явление.

Одна из самых фундаментальных физических теорий – общая теория относительности – важна не потому, что она может чуть более точнее вычислить траекторию движения планет, чем классическая динамика Ньютона, а потому, что дает принципиально новое объяснение природы гравитации, и при этом привлекает совершенно новые, необычные с точки зрения нашего здравого смысла, категории, такие, например, как искривление пространства и времени. Эти категории не являются каким-то экстравагантным пируэтом мысли, а основаны на скрупулезном логическом анализе и обобщении объективных экспериментальных наблюдений. И в то же время они существенно расходятся с нашим здравым смыслом, который основан на повседневном жизненном опыте и восприятии окружающего мира нашими органами чувств.

Другая не менее фундаментальная теория – квантовая теория света и вещества, также как и общая теория относительности, представляет принципиально новый способ объяснения физической реальности, который не только не укладывается в рамки повседневного здравого смысла, но и принципиально не может быть сведен или разложен по категориям, которые основываются на здравом смысле, т.е. на нашем повседневном опыте.

Я хочу проиллюстрировать это на классическом примере прохождения квантовой частицы (например, фотона или электрона) через две щели.

Рассмотрим следующий мысленный эксперимент, в котором используется источник монохроматического света S, светонепроницаемый экран В с двумя целями и светочувствительный экран С.



Картина распределения интенсивности света в плоскости экрана С имеет вид P_1, P_2 или P_{12} в зависимости от того, открыта только щель 1, открыта только щель 2 или открыты обе щели соответственно. Это хорошо известное из классической оптики явление, называемое интерференцией, объясняется с позиции волновой теории природы света. Это значит, что в каждой точке пространства определена некоторая величина А, называемая амплитудой волнового процесса, которая изменяется во времени и в пространстве по периодическому закону. Строгое математическое описание волнового процесса предполагает, что амплитуда А является комплексным числом, а квадрат ее модуля определяет интенсивность волнового процесса. Амплитуда обладает свойствами аддитивности, т.е. при наложении двух волновых процессов их амплитуды складываются. Таким образом, если в данном случае A_1 и A_2 – амплитуды волновых процессов, обусловленных прохождением света через первую и вторую щели соответственно, то имеют место следующие соотношения:

$$P_1 = |A_1|^2 \quad , \qquad P_2 = |A_2|^2. \qquad P_{12} = |A_1 + A_2|^2$$

В силу того, что аддитивной величиной является амплитуда волнового процесса, а не его интенсивность, картина распределения интенсивности на экране С от двух щелей не является суммой соответствующих распределений от каждой щели по отдельности.

$$P_{12} \neq P_1 + P_2$$

Итак, наблюдение интерференционной картины заставляет нас считать, что распространение света является пространственно непрерывным волновым процессом.

Однако, как показывает эксперимент, интенсивность света (световой волны) нельзя уменьшить до любой бесконечно малой величины, не нарушив его пространственную непрерывность. Ослабление светового потока приводит к тому, что, начиная с некоторого предела, он перестает быть непрерывным, а становится дискретным, т.е. разбивается на отдельные кванты, имеющие определенную энергию и ограниченные в пространстве. При этом детектор, находящийся на пути света, фиксирует прохождение отдельных фотонов. По мере ослабления света интервалы времени между отдельными актами регистрации фотонов становятся все больше и больше.

А что при этом происходит с интерференционной картиной на экране С? Так вот, оказывается, что она никак не изменяется. Несмотря на то, что уже нет никакого пространственно непрерывного волнового процесса, и световой поток распадается на отдельные сколь угодно редко приходящие кванты, интерференционная картина остается неизменной. Может быть, фотон, проходя через экран В, расщепляется на части и интерферирует сам с собой? Нет, это не так. Можно установить у обеих щелей детекторы, и тогда мы обнаружим, что они никогда одновременно не регистрируют прохождение фотона. Следовательно, фотон проходит через какую-то одну щель, но при этом что-то воздействует на него, заставляя создавать на экране С интерференционную картину P_{12}. Критический анализ данного эксперимента может привести нас к тому, что существуют некоторые объекты, воздействующие на реальный фотон, которые проходят через вторую щель и ведут себя так же, как фотоны, но они никаким способом не могут быть зарегистрированы, а их существование обнаруживается только косвенно через их воздействие на реальный фотон. В этом вкратце состоит так называемая теория мультиверса, идея которой заключается в том, что интерференция одного фотона определенно исключает существование только одной реальной вселенной, а с необходимостью приводит к существованию множества «параллельных» вселенных, параллельных в том смысле, что в пределах каждой вселенной фотоны (или другие частицы) взаимодействуют друг с другом так же, как и в реальной вселенной, но каждая вселенная оказывает на остальные влияние только через явление интерференции. Данная «многомировая» интерпретация квантовой теории предложена физиком Хью Эвереттом (H.Everett). Логически эта странная картина параллельных миров вполне допустима, хотя, по-видимому, обычными физическими методами невозможно ни опровергнуть, ни доказать существование параллельных миров.

Хотел бы заметить, что последнее обстоятельство является достаточно общим для современного естествознания. Действительно, есть утверждения, которые нельзя строго ни доказать, ни опровергнуть. Например, одним из наиболее важных достижений математики в XX веке считают теорему Геделя, доказанную Куртом Гейделем, специалистом в области математической логики, о неполноте, которая состоит в том, что в рамках общепринятых основных утверждений, связанных с целыми числами, существуют некоторые неразрешимые утверждения, которые нельзя ни доказать, ни опровергнуть.

Однако вернемся назад к многомировой интерпретации квантовой теории. Некоторые из слушателей, которые впервые слышат об этой теории, могут заподозрить меня в том, что я пытаюсь подсунуть одну из «антинаучных» теорий. Отнюдь нет. Действительно, эту теорию вы не найдете в учебниках по квантовой механике, хотя она была опубликована еще 1957 году, но цитируют и обсуждают в специальных работах, посвященных проблеме квантовых измерений, явлений декогеренции и квантовой необратимости. Интерпретация Эверетта является оригинальной попыткой полностью преодолеть проблему необратимости при квантовом измерении. Особенный интерес к проблеме квантовых измерений и декогеренции возник в последние годы в связи с обсуждением принципиальной возможности создания квантового компьютера. Суть вопроса состоит в том, что уравнение Шредингера является обратимым во времени и описывает эволюцию волновой функции, которая не является измеряемой физической величиной. Измеряемым физическим величинам в квантовой теории ставятся в соответствие некоторые операторы, которые действуют на волновую функцию, и при этом собственные значения этих операторов и есть измеряемые физические величины. Однако сам процесс измерения в квантовой теории не определен. Более того, измерение физической величины приводит к коллапсу волновой функции, т.е. к разрушению интерференционной картины.

На рассмотренном выше примере прохождения квантовой частицы через две щели это можно продемонстрировать следующим образом. Если наблюдатель с помощью какого-то физического метода установил, что частица прошла через щель 1 (при этом щель 2 тоже открыта), то регистрируемая на экране С картина будет иметь вид P_1, а не P_{12}, т.е. процесс измерения разрушает интерференцию. Это фактически есть знаменитый принцип неопределенности Гейзенберга, который можно сформулировать для данного конкретного примера следующим образом: **«Никаким физическим методом нельзя определить, через какую щель прошла квантовая частица, не разрушив интерференционную картину P_{12}»**.

Таким образом, в данном примере мы сталкиваемся с двумя очень важными аспектами. Первый состоит в том, что некоторые вопросы, которые кажутся вполне правомерными с точки зрения здравого смысла, на самом деле бессмысленны с точки зрения квантовой теории. Как говорил Н. Бор: *«Природе нельзя задавать лишние вопросы»*. Просто такова квантовая реальность физического мира.

Нильс Хенрик Давид Бор (7.10.1885 - 18.11.1962)

Второй аспект состоит в предсказательной возможности физической теории. Приведу цитату из книги Р. Феймана «Характер физических законов». *«…Один философ сказал: «Для самого существования науки совершенно необходимо, чтобы в одних и тех же условиях всегда получались одни и те же результаты». Так вот, этого не получается. Вы можете точно воспроизвести все условия, и все-таки не сможете предсказать, в каком отверстии вы увидите электрон. Тем не менее, несмотря на это, наука жива, хотя в одних и тех же условиях не всегда получаются одни и те же результаты».*

Следовательно, физическая теория вовсе не всегда претендует на точное детерминированное описание, а зачастую оперирует с понятием вероятностного случайного исхода событий. Это происходит не потому, что физическая теория расписывается в своем бессилии предсказать результат, а потому, что так устроена природа. Более того, вероятностный подход к описанию физических процессов не есть привилегия квантовой теории. Считается общепринятым представление о физике как о науке, имеющей дело с рядом точно решаемых динамических задач. Успех ньютоновской механики в описании и предсказании астрономических явлений в свое время выглядел чрезвычайно впечатляющим. Поэтому представлялось довольно естественным перенесение динамического подхода и на другие разделы физики, исходя из хорошо известной концепции *лапласовского детерминизма*, основанного на том, что какой бы сложной не была система, ее поведение можно принципиально предсказать точно, зная начальные условия и силы, действующие между ее составляющими частями.

Пьер Симон Лаплас
23.03.1749 -5.03.1827

Оригинальная лапласовская формулировка этой концепции выглядит примерно так: *«Если представить себе сознание, достаточно мощное, чтобы точно знать положения и скорости всех объектов во Вселенной в настоящий момент времени, а также все силы, то для этого сознания не будет существовать никаких секретов. Оно сможет вычислить абсолютно все о прошлом и будущем, исходя из законов причины и следствия»*

Однако практическое применение динамических методов к системам многих взаимодействующих частиц оказалось совершенно нереальным. Поэтому физика пошла по пути отказа от полного детерминированного описания многочастичных систем и перехода к неполному (частично детерминированному) описанию с использованием малого числа параметров. Но, тем не менее, идеология описания всегда была близка к динамической. Так, например, раздел физики, изучающий тепловые явления, недаром называется основан на некоторой системе уравнений, в принципе решаемых и дающих вполне определенное значение термодинамических величин. Статистическую физику (или как ее часто называют статистическую механику) можно в какой то мере рассматривать как особый вид динамики.

В квантовой физике появляется принципиально новое понятие вероятностного предсказания поведения системы. Но и в квантовой теории сказывается влияние динамического подхода. Это проявляется хотя бы в том, что этот раздел физики чаще всего называют квантовой механикой. Вслед за А. Эйнштейном неоднократно предпринимались попытки объяснить вероятностный характер поведения квантовой системы на основе неполноты ее описания, то есть предположения о существовании скрытых динамических параметров, подчиняющихся более точной динамической теории.

В последние годы было убедительно показано не только то, что в квантовой теории принципиально не может быть скрытых локальных параметров, но и существенно изменились взгляды на классическую механику. Оказывается, что большая часть механических систем принципиально неинтегрируема. И дело даже не в том, что математики не умеют найти решение дифференциальных уравнений в конечном виде, а в том, что само поведение реальной динамической системы больше похоже на хаотическое, случайное. В физике появился новый термин - динамический хаос.

Так, например, до сих пор не получен ответ на вопрос об устойчивости солнечной системы, и специалисты склоняются к тому, что долгосрочный прогноз ее поведения невозможен. Несмотря на то, что современные компьютеры позволяют успешно управлять космическими объектами, остается верным и то, что их траектории по истечении достаточно большого времени становятся непредсказуемыми. Похожие проблемы возникают и в других областях. Невозможность адекватного представления о характере движения заряженных частиц в системе магнитных зеркал является главной причиной того, что физики до сих пор не смогли решить проблему управляемого термоядерного синтеза.

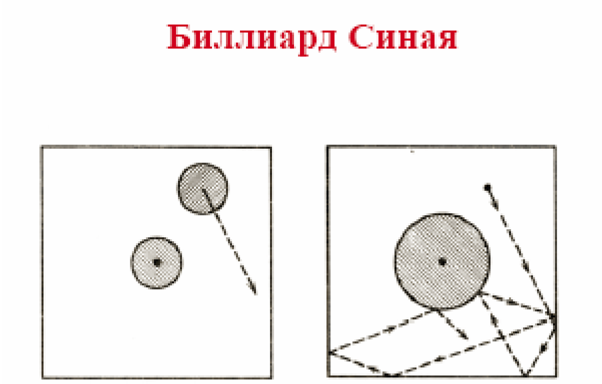
В чем же причина того, что динамические системы, поведение которых детерминировано соответствующими точными уравнениями движения, зачастую ведут себя хаотически?

Рассмотрим простейшую динамическую систему – гармонический осциллятор. В фазовом пространстве координата – импульс траектория его движения представляет собой правильную замкнутую кривую и, соответственно, некоторая непрерывная область начальных значений Ω_0 перемещается в фазовом пространстве, не меняя своей формы.

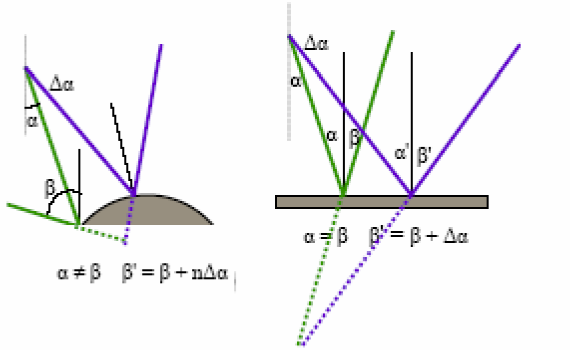
Можно ожидать, что примерно также происходит и эволюция многочастичных систем. Ведь действительно, консервативные гамильтоновы системы обладают тремя важными свойствами, а именно, их фазовые траектории не пересекаются, сохраняется начальные объем фазового пространства, и его граница, непрерывно трансформируясь, не разрывается.

Все это позволяет считать, что принципиально временнáя эволюция динамических систем является детерминированной. Однако, как оказалось, существуют гамильтоновы системы, фазовые траектории которых экспоненциально разбегаются, при этом начальная область фазового объема системы сильно деформируется, заполняя все доступное фазовое пространство. Такое поведение системы, которое называют перемешиванием, приводит к необратимости. Действительно, в этом случае в любой малой окрестности некоторой точки фазового пространства будут проходить траектории, которые начинаются в самых разных удаленных друг от друга областях. Поэтому обратное движение из заданной области фазового пространства приводит к непредсказуемому, т.е. недетерминированному результату.

Считалось, что такое хаотическое поведение присуще динамическим системам с большим числом степеней свободы, однако, как показал Я.Г.Синай, в системе из двух дисков, движущихся в двумерном ящике, наблюдается динамическая необратимость.



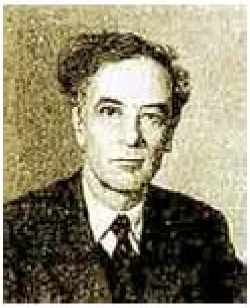
Эта динамическая задача эквивалентна задаче движения материальной точки в так называемом биллиарде Синая, представляющем собой прямоугольный ящик, в центре которого закреплен диск. Дело в том, что при отражении от выпуклой поверхности, в отличие от плоской, изменение угла падения не равно изменению угла отражения. Поэтому ошибка при каждом последующем столкновении экспоненциально нарастает.



Например, если допустить, что при каждом столкновении ошибка удваивается, то уже через несколько десятков столкновений начальное состояние практически невозможно будет восстановить в рамках разумно допустимой точности вычислений.

Хаотическое поведение могут проявлять не только консервативные системы для которых справедлива теорема Лиувиля о постоянстве фазового объема, но и диссипативные системы.

В диссипативных системах фазовый объем с течением времени сокращается и в самом простом случае система стремится к состоянию равновесия, а фазовая траектория имеет вид устойчивого фокуса. Если диссипативная система является отрытой и извне в систему поступает энергия, то фазовый портрет системы может иметь вид предельного цикла (система испытывает колебания), а может перейти в режим сложного стохастического движения, которое называется странным аттрактором.



Лев Давидович ЛАНДАУ
22.01.1908-1.04.1968

Одним из примеров хаотической диссипативной системы является турбулентное движение жидкости. Первая теория турбулентности, сформулированная Львом Давидовичем Ландау и Эберхардом Хопфом, состояла в том, что с увеличением скорости жидкости возбуждается все большее число периодических колебательных мод, наложение которых дает нерегулярную картину.

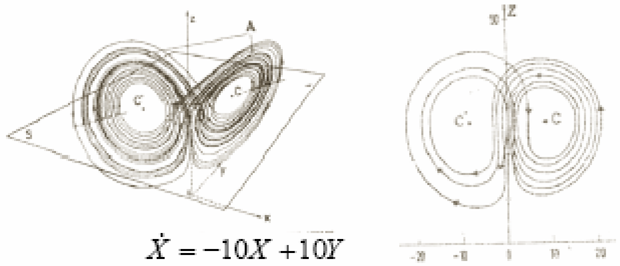
Давид Рюэль

Однако, как показали Давид Рюэль и Флорис Такенс, турбулентный поток описывается не суперпозицией множества колебательных мод, а странными аттракторами.

Что же такое странный аттрактор? Классическим примером здесь является модель Эдварда Лоренца (E.N.Lorenz), который, будучи метеорологом, задался целью создать простую математическую модель атмосферной конвекции.

Так вот, сведя свою модель к временной эволюции в трехмерном фазовом пространстве (грубо говоря, это конвекция жидкости в кольцевой трубке при наличии температурного градиента), Лоренц обнаружил, что при определенных значениях параметров системы трех дифференциальных уравнений, фазовый портрет имеет вид, показанный на этом рисунке.

Странный аттрактор Лоренца



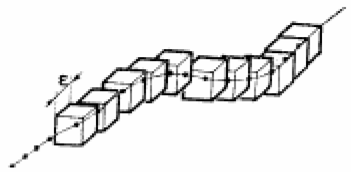
$$\dot{X} = -10X + 10Y$$
$$\dot{Y} = 28X - Y - XZ$$
$$\dot{Z} = -\frac{8}{3}Z + XY$$

Движение изображающей точки происходит попеременно то вокруг правого С, то вокруг левого С’ центра, при этом последовательность обхода и число оборотов являются случайными. Кроме того, динамическое поведение этой системы крайне чувствительно к начальному состоянию.

Дальнейшие исследования различных диссипативных систем, в которых наблюдается странный аттрактор, показали, что область, покрываемая странным аттрактором, не является гладкой поверхностью, а представляет собой множество фрактальной размерности.

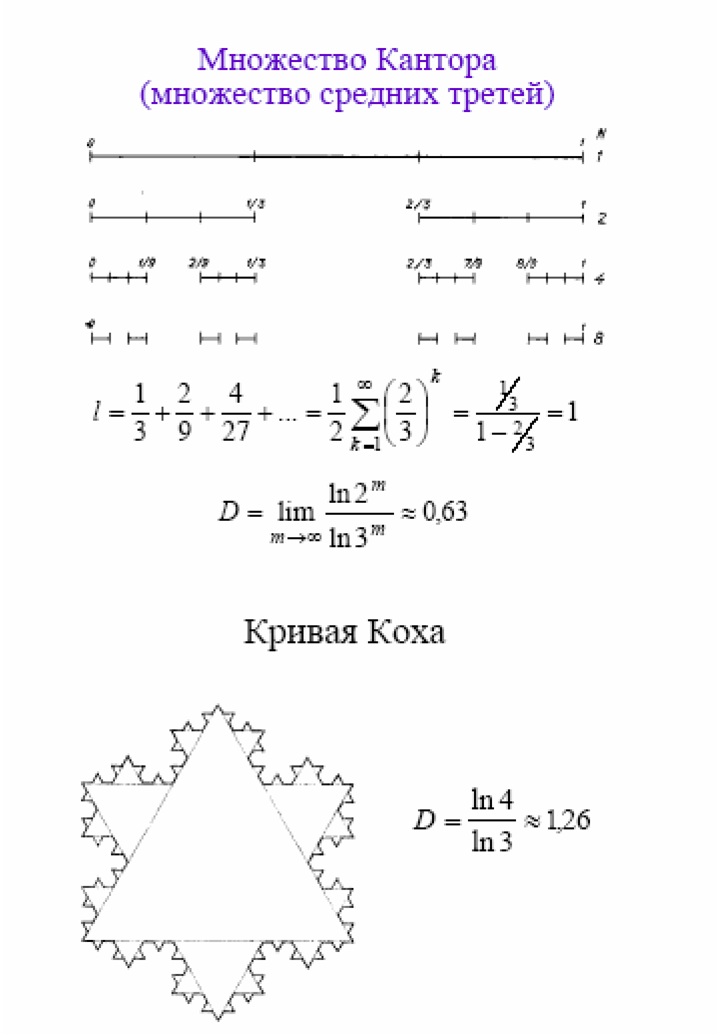
Согласно определению Хаусдорфа, метрическая размерность некоторого множества в n-мерном пространстве определяется как предел отношения логарифма минимального числа N n-мерных кубиков, покрывающих все точки множества, к логарифму обратной длины ε ребра этих кубиков, при стремлении ε к нулю.

Фрактальные размерности

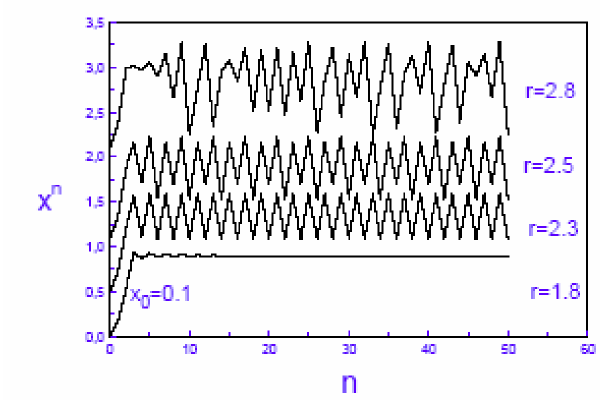


$$D = \lim \frac{\ln N(\varepsilon)}{\ln(1/\varepsilon)} \quad - \textit{ размерность Хаусдорфа}$$

На двух следующих рисунках приведены примеры фрактальных множеств – множество средних третей Кантора и кривая Коха. Подобно кривой Коха, фазовые траектории странного аттрактора обладают геометрической масштабной инвариантностью или, иначе, скейлинговой структурой. Это значит, что структура кривой геометрически подобна сама себе в любом масштабе увеличения.



Рассмотрим другой пример, когда строго детерминированный закон преобразования порождает хаотическое поведения.



Рассмотрим динамику изменения численности популяции (так называемая **динамика Ферхюльста**), исходя из следующих предположений. Пусть x_0 - начальное значение численности популяции, а x_n - численность популяции через n лет. Тогда относительный прирост популяции будет

$$R = \frac{x_{n+1} - x_n}{x_n}$$

Если $x_{n+1} = f(x_n) = (1+R)x_n = (1+R)x_n = (1+R)^n x_0$. Пусть оптимальное значение численности популяции, которое соответствует ее равновесию со средой обитания $X_{опт} = 1$. Предположим, что относительный прирост популяции зависит от ее численности следующим образом

$$R_n = r(1 - x_n)$$

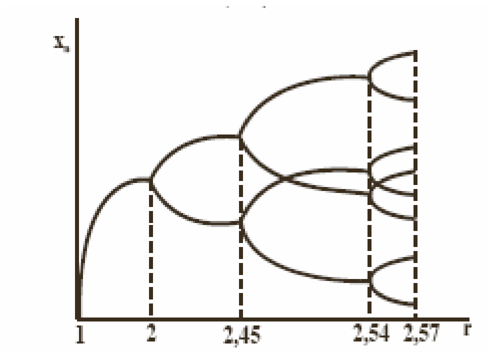
где r - параметр роста

$$x_{n+1} = f(x_n) = r(1-x_n)x_n + x_n = (1+r)x_n - rx_n^2$$

Если начальное значение $x_0 = 0$ или $x_0 = 1$, то численность популяции со временем не изменяется, то есть $x_0 = 0$ и $x_0 = 1$ являются стационарными точками, причем $x_0 = 0$ неустойчивое состояние, если $r > 0$. Рассмотрим устойчивость состояния $x_0 = 1$. Пусть $x_n = 1 - \delta_n$, где δ_n - малое отклонение от состояния равновесия. Тогда

$$x_{n+1} = (1-r)(1-\delta_n) - r(1-\delta_n)^2 \sim (1+r) - (1+r)\,\delta_n - r + 2r\delta_n = 1 - (1-r)\,\delta_n$$

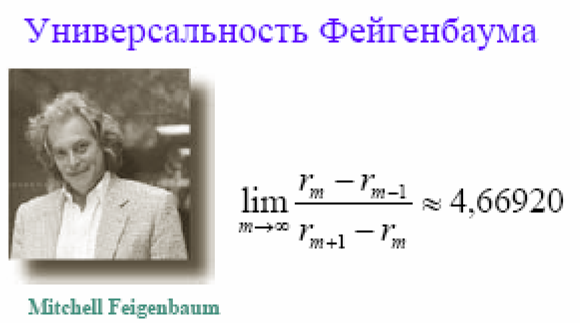
То есть $\delta_n+1 \sim (1-r)\,\delta_n$ и $x_n+1 = 1 - \delta_n+1$



Если $r < 2$, то $/\delta_n = 1/ > /\delta_n/$ и состояние системы устойчиво. При $2 < r < \sqrt{6} = 2{,}449$ происходят осциляции между двумя состояниями. При $\sqrt{6} < r < 2{,}570$ динамическое поведение системы представляет собой периодическое чередование четырех различных значений численности популяций, а $r > 2{,}570$ то поведение системы становится хаотичным.

В данном примере мы имеем дело с последовательными бифуркациями. При изменении параметра r сначала происходит одна бифуркация (r=2), затем при $r = \sqrt{6}$ на каждой из двух ветвей появляется еще одна бифуркация и так далее.

Как оказалось, последовательность значений параметра r_m, при которых происходит удвоение периода изменения численности популяции, т.е. появляются новые бифуркации, удовлетворяет универсальному закону Фейгенбаума.



Число $\delta = 4{,}666920\ldots$ называется универсальной постоянной Фейгенбаума. Эта постоянная не зависит ни от вида, ни от размерности конкретного отображения

$$x_{n+1} = f(x_n)$$

характеризующимся единственным максимумом, аппроксимируемым квадратичной параболой. Можно констатировать, что число Фейгенбаума – единственное открытое в XX веке универсальное число в математике.

Подводя итог лекции и возвращаясь к роли физических теорий в познании мира, можно заключить, что, несмотря на строгую математическую форму физических законов, нельзя абсолютизировать их возможности.

Физические законы основаны на физическом опыте и строго соответствуют самой природе. Если физический закон принципиально не может дать ответ на некоторые вопросы, которые нам кажутся адекватными с точки зрения здравого смысла, то это значит, что так устроена природа.