

ТЕОРИЯ СЛОЖНЫХ СЕТЕЙ КАК НОВАЯ НАУЧНАЯ ПАРАДИГМА

Евин И.А.

*Учреждение Российской академии наук Институт машиноведения им. А.А.
Благонравова РАН, Московский физико-технический институт
(государственный университет)*

E-mail: yevin@list.ru

ВВЕДЕНИЕ

Исследователи, изучающие свойства живой материи, социальных систем, крупных техногенных объектов, все чаще приходят к выводу, что знаний о свойствах отдельных элементов (гены, нейроны, банки, дорожные перекрестки) недостаточно для сколько-нибудь полного понимания функционирования соответствующих сложных систем в целом (живой клетки, мозга, экономики, транспорта). В самом деле, у больных раком нет отдельного «гена рака», а есть мутации в нескольких десятках взаимодействующих генов. Сознание не может быть сведено к поведению отдельного нейрона, а требует учета взаимодействия миллиардов синапсов. Экономический кризис не будет понят без изучения сложной паутины взаимных задолженностей, свойственных мировой финансовой системе. Изучение причин образования дорожных пробок и нахождение решений для их предотвращения требует изучения структуры всей дорожной сети города. В этих науках, наряду с парадигмой редукционизма, которая еще отнюдь не исчерпала свой потенциал, должна иметь место новая парадигма, отражающая сложность соответствующих систем[7].

С конца 1990 годов для изучения сложных систем развивается новый эффективный инструмент исследования - теория сложных сетей. Узлы в таких сетях представляют собой элементы этих сложных систем, а связи между узлами – взаимодействия между элементами[1,5,9,11,17,36]. Такие сети образуют своеобразный каркас соответствующих сложных систем, а исследование свойств этих сетей дает

содержательную информацию о свойствах сложных систем в целом, что позволяет преодолеть некоторые недостатки, свойственные редукционизму.

Сетевой подход изучения окружающего нас мира берет свое начало с 1735 года, когда Леонард Эйлер, живший тогда в Петербурге, решил знаменитую задачу о семи мостах в Кенигсберге, и заложил тем самым основы новой математической дисциплины – теории графов. Важной вехой в развитии теории графов стала середина прошлого столетия, когда венгерскими математиками Эрдешем и Реньи была создана теория случайных графов, ставшая основным направлением изучения сетевых структур вплоть до конца двадцатого века [5]. Иногда эти сети называют пуассоновскими случайными сетями, поскольку распределение узлов по числу связей в таких сетях подчиняется закону Пуассона. Очень активно сетевые методы использовались в социологии практически с момента зарождения этой научной дисциплины [36]. Здесь были получены принципиальные результаты и сформулированы важные понятия, востребованные и современной теорией сетей.

Наиболее значительные результаты последних лет в изучении сетевых структур были получены физиками. Оказалось, что методы теоретической физики, прежде всего теории критических явлений, хорошо подходят для изучения проблем в этой области. В отличие от математиков, физики в своих исследованиях опираются на эмпирические данные о реальных сетях, таких как Интернет, Всемирная паутина, сети друзей и знакомых или биологические метаболические сети. В отличие от социологов, физики изучают статистические свойства сетей, например, законы распределения узлов по числу связей. При изучении этих вопросов были обнаружены универсальные свойства реальных сетей, на которые не обратили внимания математики и социологи. Эти свойства послужили стимулом для разработки новых теорий и моделей, выявления новых фундаментальных свойств сетей. Именно физические журналы в настоящее время публикуют подавляющее число наиболее важных работ в этой области.

Важным фактором интенсификации изучения сложных сетей в последние годы стал высокий уровень развития алгоритмов и компьютерных программ исследования сетей. В последнее время стали доступны многочисленные базы данных реальных сетевых структур: сетей сотрудничества актеров кино и ученых в различных областях науки, сетей белковых взаимодействий и метаболических реакций в живых клетках, нейронная сеть червя нематода *C.elegans*, а также некоторых технологических сетей, например, сеть примерно пяти тысяч электростанций США. Эти наборы данных

позволяют в достаточно полном виде отразить структуру и функции реальных сложных систем.

СЕТИ «ТЕСНОГО МИРА»

Социолог из Гарвардского университета Стэнли Милграм (Stanly Milgram) в 1967 году эмпирически показал, что любых двух человек на Земле можно соединить цепочкой из шести знакомых [33]. Это утверждение получило широкую известность и стало называться «явлением тесного мира» (small world phenomenon), а после выхода Бродвейской пьесы, а затем и художественного фильма с соответствующим сюжетом, еще и «шесть степеней разделения» (“six degrees of separation”) [24].

В 1998 году прикладной математик из Корнельского университета Стивен Строгатц (Steven Strogatz) и его аспирант Данкан Воттс (Duncan Watts) опубликовали в журнале Nature статью, в которой показали, что такие реальные сетевые структуры как сеть нейронных связей червя нематода, сеть актеров Голливуда и сеть из приблизительно 5000 электростанций США также обладают свойством «тесного мира»[46]. Одновременно они предложили математическую модель сетей «тесного мира», свойства которой представляет собой суперпозицию свойств регулярных, периодических решеток и пуассоновских случайных сетей[36].

МЕРЫ ВАЖНОСТИ УЗЛОВ И СВЯЗЕЙ

В современной англоязычной научной литературе по теории сетей понятие важности узла или связи обозначается словом centrality, а в зависимости от подхода к оценке количественной меры важности, к этому слову добавляется понятие, связанное с сущностью подхода[36].

В современной теории сетей число связей узла называется степенью (degree). Простейшей количественной мерой важности узла, обозначаемой degree centrality, может служить степень узла, то есть число связей, которые принадлежат данному узлу[22].

Другой мерой важности является betweenness centrality. Этот показатель определяется как доля суммарного числа кратчайших путей между всеми узлами, которые проходят через узел i :к общему числу кратчайших путей сети

$$B(i) = \sum_{st} \sigma_{st}(i) / \sigma_{st}$$

где $\sigma_{st}(i)$ – число кратчайших путей из узла s в узел t через узел i и

σ_{st} – общее число кратчайших путей между всеми парами s и t . Аналогичное определение может быть дано для связей сети.

Betweenness centrality особенно широко используется в изучении транспортных потоков и обычно называется нагрузкой (загруженностью) узла, поскольку характеризует долю проходящих через узел кратчайших путей, и узлы с высоким значением B являются наиболее загруженными. В отличие от степени узла (degree centrality), являющейся локальной характеристикой сети, понятие нагрузки (betweenness centrality) узла или связи отражает топологию всей сети в целом.

Приведем список 10 станций московского метро с наибольшими значениями betweenness centrality[3]:

Таблица 1

№	Станция	Betweenness centrality
1	Киевская	2919.18
2	Октябрьская	2678.03
3	Курская/Чкаловская	2647.69
4	Баррикадная/Краснопресненская	2420.67
5	Таганская/Марксистская	2382.95
6	Парк Культуры	2166.47
7	Третьяковская/Новокузнецкая	1956.88
8	Павелецкая	1823.54
9	Менделеевская/Новослободская	1722.70
10	Охотный ряд/Театральная/Площадь Революции	1607.79

Еще одним показателем важности узла может служить показатель closeness centrality, характеризующий среднюю близость к данному узлу всех остальных узлов сети. Формальное определение этого показателя следующее:

«Близость» (closeness centrality) C_i узла i есть величина

$$C_i = \frac{N}{\sum_j d_{ij}} \quad ,$$

где N - общее число узлов в сети, d_{ij} - число связей по кратчайшему маршруту между узлами i и j .

В таблице 2 дан список 10 станций московского метро с наибольшими значениями «близости»[3]:

Таблица 2

№	Станция	Closeness centrality
1	Охотный ряд/Театральная/Площадь Революции	5.76
2	Третьяковская/Новокузнецкая	5.78
3	Чеховская/Пушкинская/Гверская	5.89
4	Курская/Чкаловская	5.90
5	Таганская/Марксистская	5.94
6	Октябрьская	5.99
7	Китай-город	6.08
8	Баррикадная/Краснопресненская	6.08
9	Парк Культуры	6.13
10	Боровицкая/Библиотека им. Ленина	6.14

Closeness centrality, как и betweenness centrality, есть нелокальная характеристика сети. Существуют и другие меры важности узлов (eigenvector centrality, Katz centrality и т.д.), в том числе меры, разработанные специально для конкретных сетевых структур. Из последних наиболее известна мера PageRank компании Google, созданный для ранжирования по важности сайтов WWW [36].

БЕЗМАСШТАБНЫЕ СЕТИ

В 1999 году физик из университета Нотр Дам (США) А.-Л.Барабаши (Albert-Laszlo Barabasi) вместе со своей аспиранткой Р.Альберт (Reka Albert) изучали свойства реальных сетей с несколько иной точки зрения. Если Строгатц и Воттс в своем исследовании сетей исходили из феномена «тесного мира», то Барабаши и Альберт решили исследовать закон распределения узлов реальных сетей по числу связей [6,5].

Для многих сетей (метаболические сети и белковые взаимодействия в клетках, структура авиационных сообщений в США, структура Интернета World Wide Web и т.д.) вместо ожидавшегося вероятностного распределения узлов по числу связей q по закону Пуассона, полученное распределение приблизительно подчиняется свойственному всем критическим состояниям степенному закону:

$$P(q) \propto q^{-\gamma},$$

где γ - постоянная величина. Для большинства реальных сетей $2 < \gamma \leq 3$, а вероятностное распределение более точно описывается формулой $P(q) \propto (q + q_0)^{-\gamma} \exp(q/q_1)$, где q_0 и q_1 - константы, которая отражает явления насыщения при малых значениях q и обрезания (cut-off) при больших значениях q .

Таким образом, во многих реальных сетях небольшое число узлов содержит очень большое число связей (их называют хабы, от английского слова hub-концентратор), а огромное число узлов содержит лишь несколько связей. Такие сети получили название безмасштабных сетей (scale free networks). Это название не было придумано специально для этого типа сетей, а было взято из теории критических явлений, где флуктуации в критических состояниях также подчиняются степенному закону, а саму теорию безмасштабных сетей стали рассматривать как один из сценариев выхода сложных систем в критическое состояние. В последнее время такие сети чаще стали называть сложными сетями (complex networks).

МОДЕЛЬ БАРАБАШИ–АЛЬБЕРТ ЭВОЛЮЦИИ СЕТЕЙ

Барабаши и Альберт предложили простую и элегантную модель возникновения и эволюции безмасштабных сетей. Они показали, что для возникновения безмасштабных сетей необходимы два условия [5]:

1. *Рост*. Начиная с небольшого числа m_0 узлов, на каждом временном шаге добавляется один новый узел с m ($m \leq m_0$) связями, которые соединяют этот новый узел с m различными уже существующими узлами.

2. *Предпочтительное присоединение (Preferential attachment)*.

Когда выбираются узлы, к которым присоединяется новый узел, предполагается, что вероятность Π с которой новый узел будет соединяться с уже существующим узлом i , зависит от числа связей q_i , которыми этот узел уже связан с другими узлами, так что

$$\Pi(q_i) = q_i / \sum_j q_j .$$

Сценарий роста и эволюции безмасштабных сетей, предложенный Барабаши и Альберт, можно отнести к хорошо известному в социологии явлению, получившему название «эффект Матфея», имея в виду библейское выражение «имущему дается...». Есть и другие афористические обозначения этого явления «богатый становится богаче», «деньги к деньгам», «успех порождает успех» и т.д. Этот принцип был взят Прайсом (Derek de Solla Price)[40] и Саймоном (Herbert Simon)[41] для объяснения

происхождения степенного закона в социальных явлениях. Физики рассматривают такого рода явления как свойства критических состояний[5,16].

Вычисления показывают, что принцип предпочтительного присоединения действительно приводит к безмасштабной сети с показателем степени $\gamma = 3$. Это довольно редко встречающееся в реальных сетях закон распределения, но ценность этой модели Барабаши-Альберт заключается в том, что она показывает принципиальную возможность генерации безмасштабной сети на базе простых предположений. Рассмотрим, как обобщить эту модель, чтобы получить степенной закон с произвольным показателем степени.

Пусть вероятность присоединения к узлу степени q пропорциональна функции $f(q)$, которая называется функция предпочтения. В модели Барабаши-Альберт эта функция есть q . Немного изменим эту функция, пусть она будет линейной: $q + A$. Здесь $A \equiv at$ имеет смысл «дополнительного присоединения», где $a > -1$ - постоянное число, t - число связей каждого нового узла. Можно показать, что такой линейный закон предпочтений приводит к безмасштабной сети с $\gamma = 3 + a$ с диапазоном изменений от 2 до бесконечности. Если функция предпочтения имеет вид q^θ , где θ - любое вещественное число, можно показать, механизм предпочтительного присоединения генерирует степенное распределение и, соответственно, безмасштабную сеть, только при значении $\theta = 1$, то есть только когда функция предпочтения является линейной [17].

УСТОЙЧИВОСТЬ К ПОВРЕЖДЕНИЯМ

Исследования показывают, что при произвольном удалении узлов из пуассоновской случайной сети Эрдеша-Реньи, существует определенное критическое значение, измеряемое отношением числа удаленных узлов к общему числу узлов в сети, выше которого сеть распадается на отдельные фрагменты. Для безмасштабных сетей, когда показатель степени $\gamma \leq 3$ такого критического числа не существует[5,35]. Следовательно, безмасштабные сети очень устойчивы к случайным повреждениям или внешним случайным воздействиям. Эта устойчивость объясняется негомогенной топологической структурой этих сетей. Однако, у таких сетей существует своеобразная «Ахиллесова пята»[5] – целенаправленное повреждение одного или нескольких узлов с большим числом связей (degree centrality) ведет к дезинтеграции сети. Например, хакер

может существенно повредить WWW, если выведет из строя один или несколько сайтов с большим числом связей.

С проблемой устойчивости сети при случайных повреждениях тесно связана задача исследования распространения инфекции: как распространение вирусов в сети WWW, мобильных телефонов или электронной почты, так и распространение вирусов биологической природы в социальных сетях[36]. Низкая величина скорости распространения заболевания соответствует высокой доле удаленных узлов или связей гигантской связанной компоненты сети в случайно поврежденной сети. Отсутствие эпидемического порога означает невозможность разбить гигантскую связанную компоненту на отдельные фрагменты случайным удалением узлов или связей в бесконечных сетях. Если сеть конечна, а все реальные сети конечны, то гигантская связанная компонента может быть дезинтегрирована случайным удалением достаточно большой, но конечной доли узлов, и, следовательно, эпидемический порог существует.

КАСКАДНЫЕ ПОВРЕЖДЕНИЯ В ТЕХНОГЕННЫХ СИСТЕМАХ

В сложных техногенных системах могут возникать катастрофические нарастающие явления, инициированные небольшой долей составляющих эти сложные системы элементов. Примерами таких лавинообразных процессов могут служить каскадное отключение электричества, как это имело место, например, на западе США и Канады 14 августа 2003 года при повреждении на одной из электростанций в Огайо, когда миллионы людей около 15 часов оставались без света.

Каскадные отключения в сети электростанций есть результат лавинообразного распространения перегрузки, возникшей в одном из узлов этой сети. Моттер и Лэй предложили простую модель этого процесса [34]. Нагрузка узла сети в этой модели – это та нагрузка узла (betweenness centrality), определение которой было дано выше. Для каждого узла i этой сети вводится предельная нагрузка – емкость узла:

$$c_i = (1 + \alpha)b_{oi},$$

где b_{oi} – нагрузка (betweenness centrality) этого узла в неповрежденной сети, а константа $\alpha \geq 0$ есть «параметр устойчивости», показывающий насколько первоначальная нагрузка может быть превышена. Каскадное отключение в этой модели выглядит следующим образом:

1. Удаляем узел. Это приводит к перераспределению нагрузок у других узлах: $b_{oi} \rightarrow b'_{oi}$.
2. удалить все перегруженные узлы, то есть узлы, для которых $b_{oi} > c_i$

3. повторить эту процедуру до тех пор, пока остаются перегруженные узлы.

При моделировании этого процесса в различных сетях Моттер и Лей вычисляли отношение $G = N_{after} / N$, где N и N_{after} – соответственно начальное число узлов и размер наибольшей связанной компоненты после каскадного отключения (имея в виду, что начальное число узлов совпадает с гигантской связанной компонентой первоначальной сети). Результирующее значение $G(\alpha)$ зависит от архитектуры сети, параметра α и характеристик первого отключенного узла, в первую очередь от его степени, то есть числа связей. В случайном графе для любого значения $\alpha > 0$ $G = 1$ и только если $\alpha = 0$, сеть полностью выведена из строя, $G = 0$.

С другой стороны, в сетях со степенным законом распределения узлов по числу связей величина G строго зависит от степени, а также от нагрузки первого удаленного узла. Моттер и Лэй исследовали свойства безмасштабной сети с $\gamma = 3$. Значение $\alpha = 0$ дает $G = 0$ при любом начальном узле для любой сети, в то время как $\alpha \rightarrow \infty$ дает $G = 1$. Вопрос заключается в том, как выглядит зависимость $G(\alpha)$ при промежуточных значениях α . Когда первый удаляемый узел выбирается случайно, каскад будет большим (G сильно отличается от единицы) только при малых значениях α , а $G(\alpha)$ быстро растет при изменении α от 0 до 1. Если же начальный узел выбран среди хабов, то G растет медленно с ростом α , а каскады могут быть очень большими даже при относительно больших значениях α .

Ли с сотрудниками численно исследовали статистику каскадов этой модели на безмасштабных сетях с $2 < \gamma \leq 3$ и обнаружили, что в этом случае имеется критическая точка $\alpha_c \approx 0.15$ [29]. При $\alpha < \alpha_c$ развиваются гигантские лавины, а при $\alpha > \alpha_c$ размеры лавин существенно меньше. В самой критической точке распределение лавин по размерам подчиняется степенному закону $P(s) \propto s^{-\tau}$, где $\tau \approx 2.1$ во всем диапазоне $2 < \gamma \leq 3$.

С. Булдырев (Sergey Buldyrev) с коллегами исследовали поведение сложной системы состоящей из двух сетей А и В, причем определенная доля узлов сети А связана с узлами сети В, а некоторая доля узлов сети В связана с узлами сети А [10]. Если узлы в одной из этих сетей выходят из строя, это может вызвать выход из строя узлов в другой сети, а это повлечет за собой итерационное каскадное повреждение узлов в обеих сетях. Достигнув определенного критического значения отношения вышедших из строя узлов к общему числу узлов, происходит фазовый переход первого рода, когда возникает скачкообразный полный распад и выход из строя обеих сетей А и

В, а, значит, и всей системы в целом. Численные и аналитические исследования показывают, что при уменьшении силы связи между узлами А и В, происходит переход от фазового перехода первого рода к переходу второго рода.

Как говорилось выше, безмасштабные сети очень устойчивы к случайным повреждениям. Однако, если сложная сеть состоит из двух и более тесно связанных между собой безмасштабных сетей, то в такой системе полная фрагментация наступает выше некоторой достаточно малой доли удаленных (отключенных) узлов и такое переход также происходит скачком, как в переходах первого рода.

В реальных сетях такого рода каскадные отключения произошли в Италии 28 сентября 2003 года, когда повреждения на электростанциях вызвало отключения некоторых узлов сети Интернет, что в свою очередь вызвало дальнейшие отключения электростанций [10].

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СЕТИ МОЗГА

Покажем на примере мозга, как изучаются сложные системы на основе теории сложных сетей. Мозг человека, состоящий из нескольких десятков миллиардов нейронов, является одной из наиболее сложных систем в природе. В мозге постоянно идут процессы самоорганизации и распада функциональных нейронно-сетевых структур. Каждая такая сеть, объединяющая нейронные ансамбли из разных отделов мозга, создается для реализации определенной функции мозга – поведенческой, когнитивной и т.п. Именно такие функциональные нейронные сети стали объектом изучения группы исследователей во главе с Д.Чиалво (Dante Chialvo), целью которых было проверить возможность приложения идей и методов современной теории сетей (безмасштабные сети, сети «тесного мира» и т.д.) к топологии реальных функциональных структур мозга [19].

Используя метод магнитно-резонансного изображения, измерялась активность мозга при осуществлении простого моторного действия (стук пальцем по столу) на каждом временном интервале в 2,5 секунды на протяжении 400 таких интервалов. Изучалась область мозга размером $36 \times 64 \times 64$ пространственных ячеек с размером каждой ячейки $3 \times 3,475 \times 3,475$ мм³.

Обозначим активность каждой такой ячейки x в момент времени t , как $V(x, t)$. Каждые две ячейки будем считать функционально связанными между собой, если

значение пространственно-временной корреляции $r(x_1, x_2)$ между ними превышает некоторый порог r_c . Само значение корреляции вычисляется по следующей формуле

$$r(x_1, x_2) = \frac{\langle V(x_1, t)V(x_2, t) \rangle - \langle V(x_1, t) \rangle \langle V(x_2, t) \rangle}{\sigma(V(x_1))\sigma(V(x_2))},$$

где $\sigma^2(V(x)) = \langle V(x, t)^2 \rangle - \langle V(x, t) \rangle^2$, а $\langle \cdot \rangle$ означает усреднение по времени.

Разделив мозг на тысячи ячеек, фиксировалась активность каждой такой ячейки при выполнении таких простых функций как, например, стук пальцем по столу. При регистрации активности каждой такой ячейки можно определить, какие ячейки взаимосвязаны между собой (если активность ячеек в разных частях мозга проявляет свойство синхронности, то это указывает на то, что между ними есть связь). Полная сеть содержит $N = 31503$ узла. Оказалось, что такие связанные ячейки образуют безмасштабную сеть с законом распределения узлов по числу связей $P(q) \propto q^{-\gamma}$ где $\gamma \approx 2$. В настоящее время это направление изучения мозга как сложной сети стало одним из наиболее плодотворным [42]. Аналогичные подходы развиваются для задач диагностики сердечно-сосудистых заболеваний[30].

СОЦИАЛЬНЫЕ СЕТИ

Сложные сети принято разделять на технологические (Интернет, WWW, сети электростанций, транспортные сети), биологические (экологические сети, сети белковых взаимодействий, метаболические сети) и социальные (сети друзей и знакомых, сети сотрудничества, сети цитирования, сети мобильной телефонной связи). При этом технологические и биологические сети отличаются от социальных сетей характером корреляции узлов, который получил название ассортативность. Показатель ассортативности описывается коэффициентом Пирса:

$$r = \frac{L \sum_{i=1}^L j_i k_i - \left[\sum_{i=1}^L j_i \right]^2}{L \sum_{i=1}^L j_i^2 - \left[\sum_{i=1}^L j_i \right]^2}.$$

Здесь L число связей в сети, а j_i и k_i - число связей у узлов на обоих концах связи i . Если узлы с большим числом связей (хабы) связаны друг с другом, то $r \approx 1$. Если узлы с большим числом связей связаны с узлами с меньшим числом связей, то $r \approx -1$. У

биологических и социальных сетей разные знаки показателя ассортативности. В социальных сетях имеет место положительная ассортативность, для технологических и биологических сетей свойственна отрицательная ассортативность[36].

Из всех типов сетей социальные сети имеют наиболее длительную историю изучения. Именно в социальных сетях в 1965 году Д.Прайсом был впервые эмпирически обнаружен степенной закон распределения узлов по числу связей[39]. Открытие в социальных сетях явления «тесного мира» С.Милграмом стало решающим фактором развития современной теории сложных сетей.

Важные явления и закономерности были обнаружены и исследованы в социальных сетях друзей и знакомств в последние годы. Оказалось, например, что в сетях друзей действует закон трех степеней влияния: наше влияние распространяется только на наших друзей и друзей наших друзей. На следующем шаге это влияние уже ничтожно мало. Обратное также справедливо: наибольшее влияние на нас оказывают наши друзья и друзья наших друзей[13].

Еще на ранних этапах развития теории сложных сетей были детально исследованы законы распространения инфекционных заболеваний в социальных сетях, в том числе в сетях друзей и знакомых[9]. Исследования последних лет показали, что аналогичным образом распространяются в социальных сетях хорошее настроение (happiness) и депрессия, курение, алкоголизм, ожирение, и даже суицидальное поведение[13-15,23]. Остановимся подробнее на таком важном вопросе, как поведение избирателей в социальных сетях.

ПОЛИТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОЧТЕНИЯ В СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЯХ

Первые исследования, показавшие важность сетевой структуры друзей и знакомых на поведение избирателей, были проведены в США в 1940-х годах [28]. В этих исследованиях было показано, что решения людей за кого голосовать на выборах, определяются главным образом не средствами массовой информации, а так называемыми «лидерами общественного мнения». Как формально выявлять таких лидеров в сетевых структурах мы обсуждали в разделе «Меры важности узлов и связей» данной статьи. Именно эти лидеры перерабатывают имеющуюся информацию, в том числе поступающую из газет, радио, телевидения, и транслируют ее своим друзьям, знакомым и членам их семей, которые мало интересуются политикой.

Исследования, проведенные в шестидесятых - восьмидесятых годах прошлого века выявили кластеризацию в социальных сетях на основе политических

предпочтений[25]. Например, в США демократы в качестве друзей чаще всего выбирают себе демократов, а республиканцы – республиканцев. Те люди, кто ходит на выборы обсуждают политические вопросы также с теми, кто ходит на избирательные участки и т.д.

Д. Фаулер (James Fowler) с помощью построенной им компьютерной модели исследовал возможность появления лавинообразных процессов в социальных сетях во время голосования[21]. Оказалось, что в некоторых случаях один избиратель может инициировать до сотни других избирателей пойти проголосовать в день выборов, хотя обычно в социальных сетях один человек имеет в среднем три-четыре связи с ближайшими соседями. Исследования на этой компьютерной модели показали также, что суммарное число людей, решивших пойти на выборы, не зависит от того, как далеко могут распространяться лавины проголосовавших избирателей.

В 2006 году Д.Никерсоном (David Nickerson) было показано, что многие предсказанные на компьютерных моделях эффекты – это реальные явления в современной политической жизни государств. Например, исследование, проведенное в ходе избирательной кампании в городе Денвер (штат Миннеаполис, США) показало, что решение принять участие в голосовании одного из избирателей вызвало приход на избирательные участки до тридцати дополнительных избирателей[37].

СООБЩЕСТВА В СЛОЖНЫХ СЕТЯХ

Изучение сообществ (communities) в сетях имеет довольно длительную историю. Оно тесно связано с задачами разбиения графов на подграфы. В последние годы разработка соответствующих методов получила сильный импульс в теории сложных сетей социальной природы [36].

Под сообществами понимаются подграфы, для которых связи между узлами внутри подграфов сильнее и многочисленнее, насыщеннее, чем между узлами различных подграфов. В алгоритме, предложенном Гирваном и Ньюманом (Mark Newman, Girvan), связи с максимальной загруженностью (betweenness centrality) удаляются одна за другой. Каждое такое удаление изменяет структуру кратчайших путей в сети, а, следовательно, и загруженность каждой связи, и поэтому эти параметры пересчитываются после каждого удаления. На некотором шаге сеть оказывается разделенной на два кластера – два самых больших сообщества и далее процедура продолжается. В результате получается дерево, в котором сообщества малых размеров включены в более большие сообщества [38].

ОНЛАЙНОВЫЕ СОЦИАЛЬНЫЕ СЕТИ В СОВРЕМЕННОЙ ПОЛИТИКЕ

Многие эксперты объясняют победу Барака Обамы на президентских выборах США 2008 году широким использованием интернет-технологий, например YouTube, а также технологий, связанных с мобильной телефонией. В последние годы в политическую жизнь многих стран активно вовлекаются онлайн-социальные сети Facebook, Twitter и другие.

Исследование сетевой структуры блогосферы США[4] с использованием современных алгоритмов, аналогичных алгоритму Ньюмана-Гирвана, описанного выше, выявили сильную кластеризацию таких сетей, отражающую, прежде всего, поляризацию политических предпочтений, ее разделение на либералов и консерваторов. Аналогичные исследования были проведены для других стран. Первой такой страной стал Иран, для которой ежедневно в течение семи месяцев собирали информацию с нескольких миллионов блогов[27]. Ожидалось, что политический контроль в этой стране должны сделать более однородной, чем в демократических странах, структуру блогосферы Ирана. Однако полученные данные показали, что эта структура также гетерогенна. В блогосфере Ирана, помимо политических кластеров, связанных с нынешним президентом Ахмадинижадом и экс-президентом Хатами, были выявлены неполитические сообщества, например, любителей персидской литературы и поэзии, поклонников различных знаменитостей, и т.д.[27].

Недавние события в Тунисе, Египте и других странах показали растущее влияние онлайн-социальных сетей на динамику политических процессов. Поэтому изучение структурных свойств этих сетей и их эволюции очень актуально для современной политологии.

КОГНИТИВНЫЕ СЕТИ

В последнее время структурные свойства языка, тексты литературных произведений и тексты, связанные с религиозным сознанием (собрания мифов, Ветхий и Новый Заветы, Коран и т. п.), а также организацию музыкальных произведений и живописи также стали изучать с применением методов теории сложных сетей [12,31,43,2]. Соответствующие сети нельзя отнести ни к одной из трех вышеназванных категорий (технологические, биологические, социальные), они образуют особую, малоизученную категорию, которую будем называть «когнитивными сетями».

Впервые термин «когнитивные сети» был предложен в работах по исследованию сетевой структуры естественного языка [11]. Р.Феррер-и-Канчо (Ramon Ferrer-i-Kancho) и Р.Соле (Ricard Sole) первыми построили сетевые модели современного разговорного и письменного английского языка (Word Web), содержащего примерно 470 000 слов в качестве узлов сети, используя несколько правил соединения узлов [20]. Например, два слова (узла) связаны, если они встречаются в одном из предложений какого-либо текста. Фактически такого рода сеть показывают возможность совместного появления слов в осмысленных предложениях данного языка.

Полученная эмпирическая закономерность распределения вероятности случайного выбора узлов с данным числом связей в логарифмических координатах состоит из двух прямых линий разного наклона. Для письменного языка область ниже точки пересечения этих прямых подчиняется степенному закону с показателем степени $\gamma \approx 1.5$, а для области выше точки пересечения – показатель степени равен $\gamma \approx 2.7$. Такая сеть обладает свойством «тесного мира» со средним межузловым расстоянием $\langle l \rangle \approx 2.65$. Такой короткий путь есть отличительный признак эффективности передачи информации, которое отсутствует при болезни Альцгеймера, когда этот путь имеет существенно большую длину. Мазуччи (A.Masucci) и Роджерс (C.Rodgers) построили сеть семантических связей слов в романе Дж.Оруэла «1984» по мере их появления в тексте [32]. Полученная ориентированная безмасштабная сеть имеет показатель степени $\gamma \approx 1.9$.

Партитура музыкального произведения также несложно преобразовать в сетевую структуру, если в качестве узлов такой сети взять музыкальные ноты всех возможных длительностей. Нетрудно подсчитать, что число узлов для одного голоса в такой сети не будет превышать 1800. В самом деле, число клавиш у рояля равно 88 и, умножая это число на 20 – число длительностей ноты (половинные, четверти, восьмые и т.д.), получаем 1760. Связи между узлами (нотами) в сети устанавливаются по хронологическому принципу: если нота I начинает звучать в момент времени T, а нота J в этот момент заканчивает свое звучание, то между соответствующими узлами сети имеет место связь.

Лиу (Xiaofan Liu), Тсе (Chi K. Tse) и Смол (Michael Small) из политехнического университета Гонконга проанализировали статистические свойства сетей, построенных по описанному выше принципу, для произведений Баха, Моцарта, Шопена и современных китайских композитов, работающих в жанре поп музыки. Все эти сети оказались безмасштабными [31]. Среднее число шагов между узлами в этих сетях

варьируют в диапазоне от 2.8 до 4.2. Другие параметры сетей также изменялись довольно значительно для различных произведений.

В работе [2] были исследованы некоторые произведения кубистов (Пикассо, Мондриан и др.) методами теории сложных сетей. Узлами в таких сетях были отдельные блоки (чаще всего треугольники, квадраты и прямоугольники), и два узла соединялись связью, если соответствующие блоки имели общую границу. Было обнаружено, что распределение узлов по числу связей для сетей картин Пита Мондриана, Казимира Малевича и Пабло Пикассо подчиняется степенному закону, с показателями γ , находящимися в диапазоне $2 < \gamma < 3$.

К когнитивным сетям следует отнести и сетевую структуру улиц городов и городских районов. В многочисленных исследованиях свойств городских уличных сетей (при их построении в основном используется подход, когда в качестве узлов берутся улицы с различными именами, а между узлами имеется связь, если соответствующие улицы пересекаются) показано, что степенной закона распределения числа связей по узлам выполняется далеко не всегда [8,26,38].

Подчеркнем, что когнитивные сети являются реальными структурами, существующими в памяти человека, хотя их назначение во многом непонятно. Предварительные исследования показывают, что показатель ассортативности когнитивных сетей может быть как положительным, так и отрицательным. Когнитивные сети, в отличие от технологических и биологических типов сетей, реализуются не уникальными, единичными экземплярами (Интернет, WWW, метаболические реакции), а как большие ансамбли (множества произведений литературы, музыки и т.д.). Было бы интересно определить энтропию для таких ансамблей [46]. Кроме того, необходимо исследовать закономерности эволюции когнитивных сетей, наличие в этих процессах фазовых переходов [18]. Другой важной задачей является исследование статистики мотивов (элементарных подграфов) в когнитивных сетях и сравнение их структуры со структурой мотивов функциональных и морфологических сетей мозга человека [42]. Аналогичные исследования в биологических сетях позволило выявить наиболее общие, фундаментальные процессы на разных уровнях иерархии живой природы [44].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Некоторые исследователи, сравнивают важность теории сложных сетей и развиваемые в рамках этой теории технологические приложения для научно-технического прогресса в XXI веке, с квантовой механикой в прошлом веке [35]. Именно квантовая механика стала главной научной основой технологических достижений в XX веке: атомная энергетика, транзисторы, сотовые телефоны, и т.д. В настоящее время теория сложных сетей продолжает развиваться как новый раздел статистической физики и уже сейчас без этой теории невозможен эффективный поиск лекарственных препаратов, изучение функций мозга [20], исследования по безопасности сложных технических объектов [1].

Ожидается, что в ближайшее время будет преодолен разрыв между обнаруженными универсальными эмпирическими закономерностями в сетевых структурах реальных объектов и пониманием самой природы сложных систем, способностью прогнозировать их поведение. В таком случае в науке появится принципиально новый инструмент исследования сложных систем, а значит и принципиально новая научная парадигма.

ЛИТЕРАТУРА

1. Евин И.А. Введение с теорию сложных сетей. // *Компьютерные исследования и моделирование*. 2010, Том 2, N2, с. 121-141
2. Евин И.А., Кобляков А.А., Савриков Д.В., Шувалов Н.Д.. Когнитивные сети. // *Компьютерные исследования и моделирование*. 2011, Т. 3 № 3 С. 231–239
3. Евин И.А., Чернобровкин Д.А. Уязвимость и надежность метрополитена как сложной транспортной системы. *Проблемы безопасности и чрезвычайных ситуаций*. 2011, N 5, с.107-113
4. Adamic L.A. and Glance N. The political Blogosphere and the 2004 U.S. Election: Divided They Blog. *Proceedings of the 3rd International Workshop on Link Discovery* (New York: Association for Computing Machinery, 2005), 36-43
5. Albert R., Barabasi A.-L. Statistical mechanics of complex networks, // *Rev. Mod. Phys.* 74, 47, 2002; arXiv:cond-mat/0106096.
6. Barabási, Albert-László and Réka Albert, Emergence of scaling in random networks, *Science*, 286:509-512, October 15, 1999
7. Barabási A.-L The network takeover, *Nature Physics* 8, 14•16, 2011/12/22

8. Barthelemy M. Spatial Networks. *Physics Reports*, Volume 499, Issue 1-3, p. 1-101.
9. Boccatti S., Latora V., Moreno Y., Chavez M., Hwang D.-U. Complex Networks: Structure and Dynamics. // *Physics Reports*, 424, 175-308 , 2006
10. Buldyrev S., Parshani R., Paul G., Stanley H., Havlin Sh.. Catastrophic cascade of failures in interdependent networks. // *Nature*, Vol. 464|15 April 2010, pp.1025-1028
11. Caldarelli G. Scale-Free Networks. *Complex Webs in Nature and Technology*. Cambridge University Press. 2007.
12. Choi Y.-M., Kim H.-J. A directed network of Greek and Roman mythology. // *Physica A* 382, 665–671, 2007
13. Christakis N.F and Fowler J.H. *Connected*. Back Bay Books. New York, 2009
14. Christakis, N. A.; Fowler, JH (22 May 2008). The Collective Dynamics of Smoking in a Large Social Network. *New England Journal of Medicine* **358** (21): 2249–2258
15. Christakis, N. A.; Fowler, JH (26 July 2007). The Spread of Obesity in a Large Social Network Over 32 Years. *New England Journal of Medicine* **357** (4): 370–379
16. Dorogovtsev S. N. Goltsev A. V., Mendes J. F. F. Critical phenomena in complex networks. // *Rev. Mod. Phys.* **80**, 1275, 2008. arXiv:0705.0010v6 [cond-mat.stat-mech]
17. Dorogovtsev S. N. *Lectures on Complex Networks*, Oxford University Press, Oxford, 2010
18. Dorogovtsev S.N, Mendes J.F.F. *Evolution of Networks: From Biological Nets to the Internet and WWW*, Oxford University Press, Oxford, 2003
19. Eguiluz V.,ChialvoD., Cecchi G., Baliki M., and Apkarian V. Scale-free brain functional networks. // *Physical Review Letters*. 2005, 94, 018102
20. Ferrer I Cancho R. and Sole R. Small world of human language. // *Proc.Royal Soc. B*. 2001, 268, 2261,
21. Foulner J.H. Turnout in a Small World. In “The Social Logic of Politics: Personal Networks as Contexts for Political Behaviour”. Ed. A.Zuckerman (Philadelphia: Temple University Press, 2005): 269-287
22. Foulner J.H. Connecting the Congress: A Study of Cosponsorship Networks. *Political Analysis*. 14 (2006): 456-487
23. Fowler, J. H.; Christakis, N. A (3 January 2009). "Dynamic Spread of Happiness in a Large Social Network: Longitudinal Analysis Over 20 Years in the Framingham Heart Study". *British Medical Journal* **337** (768): a2338.
24. Guare J. *Six Degrees of Separation*. Vintage Books, New York, 1990.

25. Huckfeldt R. and Sprague J. *Citizens, Parties, and Social Communication*. New York. Cambridge University Press. 1995.
26. Jiang B. and Claramunt C. Topological analysis of urban street networks. *Environment and Planning B: Planning and Design*. 2004, volume 31, pages 151-162
27. Kelly J. and Etlig B. Mapping Iran's Online Public: Politics and Culture in the Persian Blogosphere. *Berkman Center Research Publication* 2008-01 (2008): 1-36
28. Lazarfeld P.F., Berelson B., and Gaudet H. *The People's Choice*. New York. Columbia University. 1944
29. Lee E. J., Goh K.-I., Kahng B., Kim D., 2005, Robustness of the avalanche dynamics in data packet transport on scale-free networks. *Phys. Rev. E* **71**, 056108
30. Li Xiang and Dong Zhao. Detection and prediction of the onset of human ventricular fibrillation: An approach based on complex network theory. *Physical Review E* **84**, 062901 (2011)
31. Liu X., Tse C.K., Small M. Complex network structure of musical compositions: Algorithmic generation of appealing music. // *Physica A* 389, 126-132, 2010
32. Masucci A.P. and Rodgers G.J. Network properties of written human language. // *Physical Review E* 74, 026102, 2006
33. Milgram S. The small world problem // *Psychology Today*. № 2. P. 60–67, 1967
34. Motter A. E., Lai Y.-C., 2002. Cascade-based attacks on complex networks. // *Phys. Rev. E*, **66**, 065102.
35. Newman M.E. J. The Physics of Networks. // *Physical Today*. November,33-38, 2008
36. Newman M. *Networks. An Introduction*. Oxford University Press, 2010
37. Nickerson D.W. Is Voting Contagious? Evidence from Two Field Experiments. *American Political Science Review*. 102 (2008):49-5
38. Porta S. , Crucitti P., Latora V. The network analysis of urban streets: A dual approach. *Physica A* 369 (2006) 853–866
39. Price D. Networks of Scientific Papers. // *Science* **149** (3683):510-515, 1965.
40. Price D. A General Theory of Bibliometric and other Cumulative Advantage Processes. *J. Amer. Soc. Inform. Sci.* 27, 292-306 (1976)
41. Simon H. A. On a Class of Skew Distribution Functions. *Biometrika* 42, 425-440 (1955)
42. Sporns O. *Networks of the Brain*. The MIT Press. 2011.
43. Stiller,J, Nettle D, and Dunbar R. The Small World of Shakespeare's Plays. // *Human Nature*, vol.14, N 4, pp.379-408, 2003.

44. Vazquez A., Dobrin R., Sergi D., Eckmann J.-P., Oltvai Z. N., Barabási A.-L.. The topological relationship between the large-scale attributes and local interactions patterns of complex networks. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 101, 17940-17945 (2004)
45. Watts, D.J.; Strogatz, S.H. Collective dynamics of 'small-world' networks. //*Nature* **393**, 1998.
46. Zhao K., Halu A., Severini S., and Bianconi G. Entropy rate of nonequilibrium growing networks. *Physical Review E* 84, 066113 (2011)